Toán tuổi thơ 2

ISSN 1859-2740
SỐ 271
THÁNG 10 NĂM 2025

TRUNG HỌC CƠ SỞ

VIỆN NGHIÊN CỨU SÁCH VÀ HỌC LIỆU GIÁO DỤC - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

CHÀO MỪNG NGÀY GIẢI PHÓNG THỦ ĐÔ 10/10



Được quét bằng CamScanner

KHAI TRƯƠNG NHÀ SÁCH VÀ THIẾT BỊ TRƯỜNG HỌC NGUYỄN TRI PHƯƠNG

MÔ HÌNH MỚI TIẾP NỐI DÒNG CHẢY TRI THỨC

Ngày 16/9, Công ty CP. Sách và Thiết bị trường học TP. Hồ Chí Minh (đơn vị thành viên của NXBGDVN – STB) tưng bừng tổ chức khai trương Nhà sách và thiết bị trường học Nguyễn Tri Phương (mô hình mới) tại địa chỉ 223 Nguyễn Tri Phương, Phường An Đông, Thành phố Hồ Chí Minh – tiếp bước sứ mệnh phát hành sách giáo khoa đầy đủ, đồng bộ, kịp thời; đảm bảo đồ dùng dạy học chất lượng, phục vụ hiệu quả chương trình đổi mới giáo dục hiện nay.



Lễ cắt băng khai trương Nhà sách và thiết bị trường học Nguyễn Tri Phương (mô hình mới)

Tham dự buổi lễ có sự hiện diện của ban lãnh đạo Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam (NXBGDVN): ông Nguyễn Tiến Thanh – Chủ tịch HĐTV, Tổng Giám đốc; ông Phạm Văn Thắng – Thành viên HĐTV; các Phó Tổng Giám đốc: ông Đặng Thanh Hải, bà Phùng Ngọc Hồng và đại diện một số phòng, ban chuyên môn.

Về phía STB có ông Từ Trung Đan – Chủ tịch HĐTV; ông Nguyễn Công Dũng – Tổng Giám đốc cùng toàn thể lãnh đạo các phòng ban, cán bộ, nhân viên của công ty và đông đảo khách mời tham dự.

Phát biểu tại buổi lễ, Chủ tịch HĐTV NXBGDVN Nguyễn Tiến Thanh chia sẻ: *"Sự kiện ngày hôm nay là một sự tiếp nối truyền thống, đồng thời cũng thể hiện một khát vọng đổi mới của STB trong thời đại công nghệ hiện nay. Chúng tôi rất tự hào về những thành tựu của công ty, vì STB có một điều rất đặc biệt là nhiều thế hệ cán bộ công nhân viên cùng gắn bó, một tập thể rất đoàn kết, đồng lòng vượt qua khó khăn, thách thức đi tới tương lai".*

Cũng trong buổi lễ, đại diện lãnh đạo NXBGDVN và STB đã cùng nhấn nút triển khai trang thương mại điện tử stbbook.vn – website cung cấp đa dạng sản phẩm sách giáo khoa, sách tham khảo, văn phòng phẩm, đồ chơi, quà tặng, thiết bị trường học,... với thông tin rõ ràng, hình ảnh minh họa chân thực và nhiều tính năng hỗ trợ người dùng.

Qua nhiều năm không ngừng nâng cao chất lượng sản phẩm và dịch vụ, STB tự hào trở thành địa chỉ tin cậy, nhận được sự yêu mến của đông đảo khách hàng, từ các bậc phụ huynh muốn tìm những tài liệu hữu ích cho con trẻ, các bạn trẻ yêu sách, đến các nhân viên văn phòng cần tìm tài liệu, văn phòng phẩm phục vụ công việc,...

Trong dịp khai trương, nhiều sản phẩm như sách giáo dục, văn phòng phẩm, thiết bị giáo dục mầm non được giảm giá 10% cho đến hết tháng 9. Cá biệt có một số sản phẩm được giảm tới 20% đến hết năm 2025 hoặc một số đồ chơi mầm non được giảm tới 50% cho tới khi hết hàng.

BAN TRUYỀN THÔNG

(Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam)

Được quét bằng CamScanner

Toán tuổi thơ 2

TRUNG HỌC CƠ SỞ

TẠP CHÍ CỦA VIỆN NGHIÊN CỨU SÁCH VÀ HỌC LIỆU GIÁO DỤC

HỘI ĐỒNG BIÊN TẬP

Tổng biên tập:
TRẦN HỮU NAM
Thư kí tòa soạn:
VÕ THỊ HỒNG THU

ỦY VIÊN
NGND. Vũ Hữu Bình
TS. Nguyễn Minh Đức
ThS. Đặng Hiệp Giang
TS. Nguyễn Minh Hà
ThS. Nguyễn Ngọc Hân
PGS. TS. Vũ Đình Hòa
ThS. Trần Quang Hùng
TS. Lê Thống Nhất
PGS. TS. Tạ Duy Phượng
TS. Phạm Đức Tài
NGND. PGS. TS. Tôn Thân
GS. TS. Lê Anh Vinh
TS. Trần Quang Vinh

TÒA SOẠN

Số 187B Giảng Võ, phường Ô Chợ Dừa, Hà Nội
Điện thoại - Email:
✆ Biên tập: 024.35682702;
Email: bbttoantuoitho@gmail.com
✆ Phát hành: 024.35682701; 024.35142649;
Email: tapchitoantuoitho@gmail.com
✆ Hành chính: 024.35121606

ĐỐI TÁC ĐẠI DIỆN PHÍA NAM

Công ty cổ phần Đầu tư và Phát triển Giáo dục Phương Nam
231 Nguyễn Văn Cừ, Q.5, TP. Hồ Chí Minh
ĐT: 028.73035556, Email: thitruong@phuongnam.edu.vn

Biên tập - Chế bản: **Nguyễn Quang Tuấn, Vũ Thị Mai, Đỗ Trung Kiên**
Mĩ thuật: **Trần Ngọc Trường**
Phát hành: **Trần Thị Minh Hiền (Trưởng phòng)**

CHỊU TRÁCH NHIỆM XUẤT BẢN

Chủ tịch HĐTV kiêm Tổng Giám đốc NXBGD Việt Nam:
NGUYỄN TIẾN THANH
Tổng biên tập NXBGD Việt Nam:
PHẠM VĨNH THÁI
Viện trưởng Viện Nghiên cứu Sách và Học liệu Giáo dục:
LÊ HỒNG SƠN

TRONG SỐ NÀY

Dành cho các nhà toán học nhỏ 2
Ước lượng độ dài hình học
Nguyễn Thị Minh Anh

Phá án cùng thám tử Sê Lốc Cốc 8
Ba cô bé ngây thơ
Nguyễn Như Mai

Rừng cười 14
Lá gì?
Nguyễn Thị Minh Thơm

Compa vui tính 15
Ba điểm có thẳng hàng không?
Huỳnh Thanh Tâm

Thách đấu 21
Trận đấu thứ hai trăm mười chín
Lưu Công Đông

Giải toán thế nào? 22
Xây dựng chiến thuật trong các bài toán trò chơi
Cao Văn Dũng, Nguyễn Đức Hải

Ôn thi vào lớp 10 25
Đề thi thử môn Toán chuyên
Nguyễn Thu Hiền

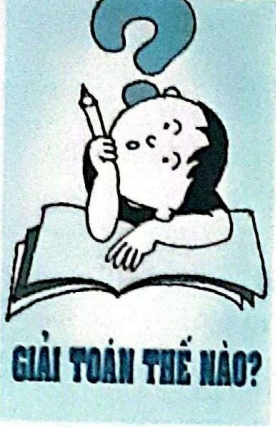
Vào thăm vườn Anh 28
My last vacation
Nguyễn Minh Khang

Góc Olympic 29
Kì 82
Nguyễn Đức Tấn

Minh họa bìa 1: Lê Mạnh Cường
(Công ty cổ phần Mĩ thuật và Truyền thông)

Dành cho giáo viên, phụ huynh và trẻ em từ 12 tuổi đến dưới 16 tuổi. **Mã số:** 8BTT271M25.
Giấy phép xuất bản: số 534/GP-BTTTT, cấp ngày 19/11/2020 của Bộ Thông tin và Truyền thông.
In tại: Xí nghiệp Bản đồ 1, CN công ty TNHH MTV Trắc địa Bản đồ, tổ 7, phường Phúc Đồng, TP. Hà Nội.
In xong và nộp lưu chiểu tháng 10 năm 2025.

Được quét bằng CamScanner



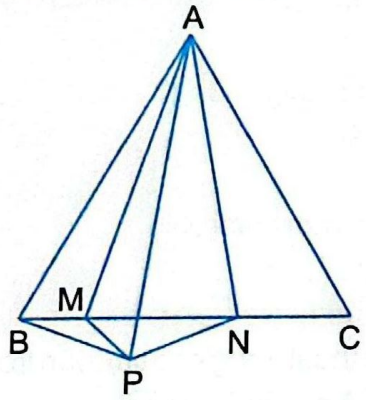
ƯỚC LƯỢNG ĐỘ DÀI HÌNH HỌC

NGUYỄN THỊ MINH ANH *(12T1, Trường THPT chuyên ĐHSP Hà Nội)*

Ước lượng độ dài bằng kiến thức sơ cấp, kiến thức THCS, là một vấn đề rất thú vị. Bài viết này, thông qua một số ví dụ cụ thể, xin giới thiệu với bạn đọc một vài kĩ năng cơ bản để ước lượng độ dài bằng kiến thức sơ cấp.

Bài toán 1. Cho tam giác ABC cân tại A. Các điểm M, N thuộc đoạn BC sao cho $\widehat{MAN}=\frac{1}{2}\widehat{BAC}$. Chứng minh rằng $MN<\frac{1}{2}BC$.

Lời giải. Không mất tính tổng quát giả sử $BM<BN$ theo hình vẽ sau:



Vì $\widehat{MAN}=\frac{1}{2}\widehat{BAC}$ nên tồn tại điểm P nằm trong góc MAN sao cho $\widehat{PAM}=\widehat{BAM}$, $\widehat{PAN}=\widehat{CAN}$ và $AP=AB=AC$.

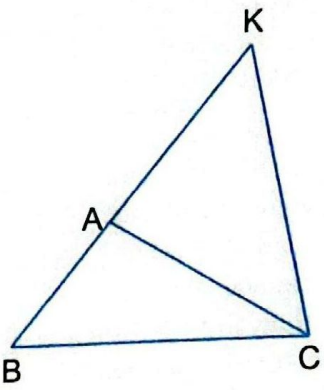
Dễ thấy P nằm ngoài tam giác ABC và $\Delta MAP=\Delta MAB$, $\Delta NAP=\Delta NAC$. Do đó

$2MN<MN+PM+PN=MN+BM+CN=BC.$

Vậy $MN<\frac{1}{2}BC$.

Bài toán 2. Cho tam giác ABC có $\hat{A}=2\hat{B}$. Chứng minh rằng $BC<2AC$.

Lời giải. Trên tia đối của tia AB lấy điểm K sao cho $KA=AC$.

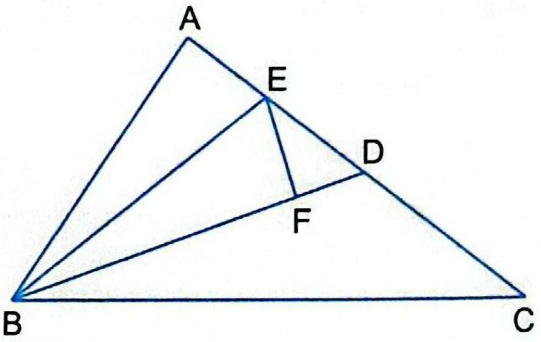


Dễ thấy $\widehat{BKC}=\widehat{AKC}=\widehat{ACK}=\frac{1}{2}\widehat{BAC}=\widehat{ABC}$.

Do đó $BC=CK<AC+AK=2AC$.

Bài toán 3. Cho tam giác ABC vuông tại A có $\hat{B}=54^\circ$ và $\hat{C}=36^\circ$. Điểm D thuộc đoạn AC sao cho $\widehat{ABD}=36^\circ$. Chứng minh rằng $BD<AC$.

Lời giải. Gọi E là giao điểm của đoạn AC và phân giác của góc ABD, F là chân đường vuông góc hạ từ E xuống BD.



Ta có $\widehat{ABE}=\widehat{EBD}=\widehat{DBC}=18^\circ$.

Do đó $\widehat{EBC}=\widehat{ECB}$ và $\Delta EBF=\Delta EBA$.

Ta có: $\widehat{EDF}=54^\circ>\widehat{FED}=36^\circ\Rightarrow EF>FD$.

Vậy

$BD=BF+FD<BE+FE=EC+AE=AC.$

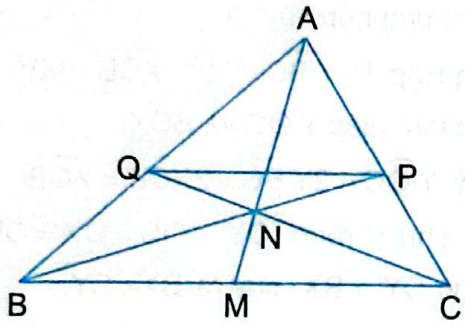
Được quét bằng CamScanner

Tác giả của bài toán trên là nhà giáo Lê Văn Khánh, cựu giáo viên trường THCS Nguyễn Du, quận 1, TP. Hồ Chí Minh.

Bài toán 4. Cho tam giác ABC có AB > AC, trung tuyến AM. Điểm N thuộc đoạn AM. BN, CN theo thứ tự cắt AC, AB tại P, Q. Chứng minh rằng BP > CQ.

Lời giải 1. Theo định lí Ceva, chú ý rằng M là trung điểm của BC, ta có

$$\frac{MB}{MC}\cdot\frac{PC}{PA}\cdot\frac{QA}{QB}=\frac{PC}{PA}\cdot\frac{QA}{QB}=1.$$



Do đó $\frac{QA}{QB}=\frac{PA}{PC}$, suy ra PQ // BC, dẫn đến

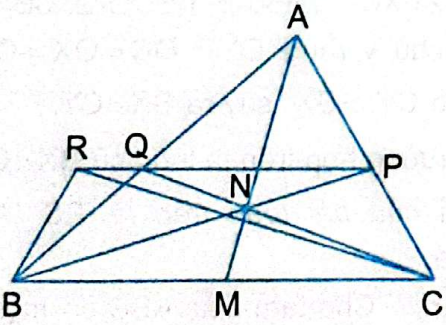
$$\frac{BN}{BP}=\frac{CN}{CQ}. \quad (1)$$

Xét các tam giác AMB, AMC, chú ý rằng AB > AC, ta có $\widehat{NMB}=\widehat{AMB}>\widehat{AMC}=\widehat{NMC}$.

Từ đó, xét các tam giác NMB, NMC ta có BN > CN. (2)

Từ (1) và (2) suy ra BP > CQ.

Lời giải 2. Vì AB > AC nên $\widehat{ABC}<\widehat{ACB}$ hay $\widehat{QBC}<\widehat{PCB}$ nên tồn tại điểm R trên tia đối của tia QP sao cho $\widehat{RBC}=\widehat{PCB}$.



Mặt khác, PR // BC (xem lời giải 1) nên tứ giác BCPR là hình thang cân.

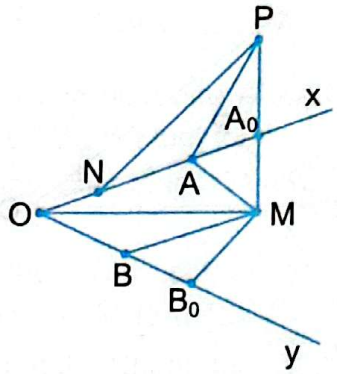
Do đó ta có

$$\widehat{QRC}=\widehat{PRC}=\widehat{RCB}=\widehat{PBC}<\widehat{QBC}=\widehat{RQB}<\widehat{RQC}.$$

Điều đó có nghĩa là BP = CR > CQ.

Bài toán 5. Cho điểm M nằm trong góc xOy và m là số dương cho trước. Hai điểm A, B theo thứ tự chạy trên Ox, Oy sao cho OA − OB = m. Tìm vị trí của A, B sao cho tổng MA + MB là nhỏ nhất.

Lời giải. Trên tia Ox lấy điểm N sao cho ON = m.



Trên nửa mặt phẳng bờ Ox không chứa M lấy điểm P sao cho $\widehat{PNx}=\widehat{MOy}$ và NP = OM.

Gọi A_0 là giao điểm của tia Ox và đoạn PM và B_0 là điểm thuộc tia Oy sao cho $OB_0 = NA_0$.

Dễ thấy N và P cố định, ΔNAP = ΔOBM.

Vậy theo bất đẳng thức tam giác, các điều kiện sau tương đương:

+ MA + MB nhỏ nhất.
+ MA + PA nhỏ nhất.
+ A thuộc đoạn MP.
+ A trùng A_0
+ A trùng A_0 và B trùng B_0.

Dễ thấy $OA_0 - OB_0 = OA_0 - NA_0 = ON = m$.

Vậy MA + MB nhỏ nhất khi và chỉ khi A trùng A_0 và B trùng B_0.

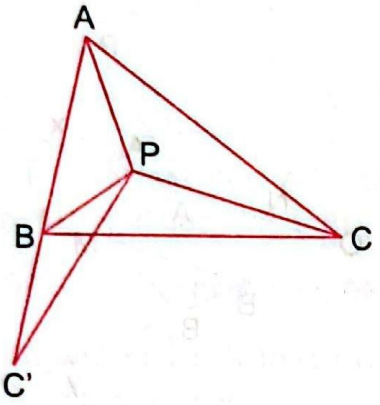
Bài toán 6. Cho tam giác ABC (AB < AC), điểm P nằm trong tam giác sao cho $\widehat{PAB}=\widehat{PAC}$. Các điểm E, F theo thứ tự thuộc các đoạn PC, PB sao cho $\widehat{PBE}=\widehat{PCF}$. Gọi X

Được quét bằng CamScanner

là giao điểm của BE và AC, Y là giao điểm của CF và AB. Chứng minh rằng BX < CY.

Lời giải. Ta cần có bổ đề sau: Cho tam giác ABC (AB < AC), điểm P nằm trong tam giác sao cho $\widehat{PAB} = \widehat{PAC}$. Khi đó $\widehat{PBA} > \widehat{PCA}$ và $\widehat{PBC} > \widehat{PCB}$.

Chứng minh. Trên tia AB lấy điểm C' sao cho AC' = AC.

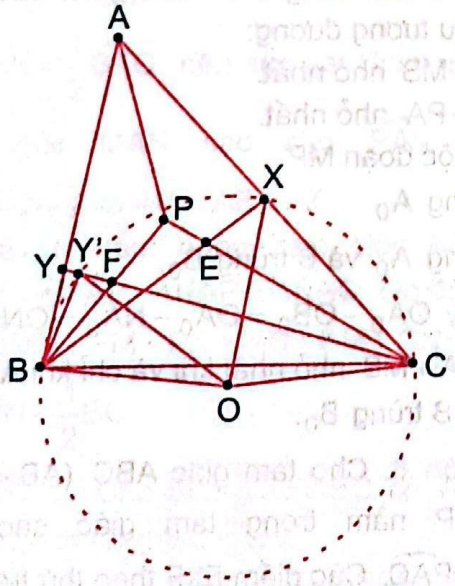


Dễ thấy B thuộc đoạn AC' và $\Delta AC'P = \Delta ACP$

nên $\widehat{PBA} > \widehat{PC'B} = \widehat{PC'A} = \widehat{PCA}$.

Ta lại có $\widehat{PBC'} > \widehat{CBC'} > \widehat{BCA} > \widehat{PCA} = \widehat{PC'A}$, suy ra PC' > PB, dẫn đến PC > PB, suy ra $\widehat{PBC} > \widehat{PCB}$.

Trở lại giải bài toán.



Theo bổ đề ta có $\widehat{YBF} = \widehat{PBA} > \widehat{PCA} = \widehat{XCE}$.

Do đó tồn tại điểm Y' thuộc đoạn YF sao cho $\widehat{Y'BF} = \widehat{XCE}$.

Kết hợp với $\widehat{PBE} = \widehat{PCF}$, ta có $\widehat{Y'BX} = \widehat{XCY'}$. Điều đó có nghĩa là tứ giác BCXY' nội tiếp một đường tròn, kí hiệu là (O).

Vì $\widehat{Y'BC} + \widehat{XCB} < \widehat{YBC} + \widehat{XCB} = \widehat{ABC} + \widehat{ACB} < 180^\circ$

và theo bổ đề thì $\widehat{PBC} > \widehat{PCB}$, kết hợp với $\widehat{Y'BF} = \widehat{XCE}$, ta có

$\widehat{Y'BC} = \widehat{Y'BF} + \widehat{PBC} > \widehat{XCE} + \widehat{PCB} = \widehat{XCB}$ nên có hai trường hợp xảy ra.

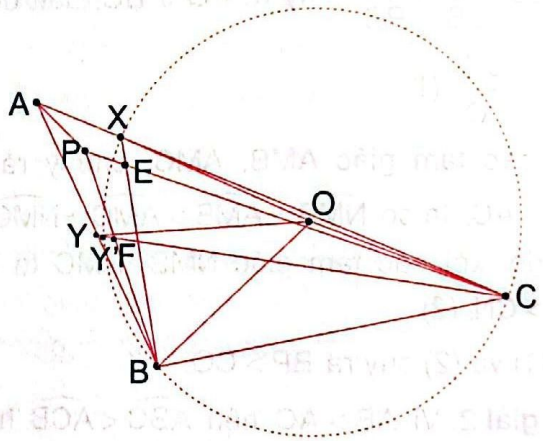
Trường hợp 1: $\widehat{Y'BC} < 90^\circ$, $\widehat{XCB} < 90^\circ$.

Xét các tam giác Y'OC và BOX.

Dễ thấy $\widehat{Y'OC} = 2\widehat{Y'BC} > 2\widehat{XCB} = \widehat{XOB}$.

Từ đó, chú ý rằng OY' = OC = OX = OB, ta thu được CY' > BX, suy ra BX < CY.

Trường hợp 2: $\widehat{Y'BC} \geq 90^\circ$, $\widehat{XCB} < 90^\circ$.



Xét các tam giác Y'OC và BOX.

Dễ thấy

$\widehat{Y'OC} = 2\widehat{Y'XC} = 2(180^\circ - \widehat{Y'BC}) > 2\widehat{XCB} = \widehat{XOB}$.

Từ đó, chú ý rằng OY' = OC = OX = OB, ta thu được CY' > BX, suy ra BX < CY.

Từ hai trường hợp trên ta luôn có BX < CY.

Tác giả của bài toán trên là T.S Nguyễn Minh Hà.

Bài toán 7. Cho tam giác ABC có m_a, l_b, h_c theo thứ tự là độ dài trung tuyến, phân giác, đường cao kẻ từ các đỉnh A, B, C của tam

Được quét bằng CamScanner

giác ABC. Biết $m_a = l_b = h_c$. Chứng minh rằng tam giác ABC là tam giác đều.

Lời giải. Ta cần có các bổ đề sau:

Bổ đề 1. Với một tam giác ABC, ta có $m_a \geq l_a \geq h_a$.

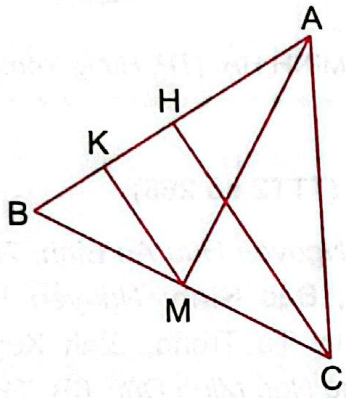
Bổ đề 2. Với mọi tam giác ABC, ta có $m_a \leq m_b \Leftrightarrow a \geq b$ và $m_a = m_b \Leftrightarrow a = b$.

Bổ đề 3. Với mọi tam giác ABC, ta có $l_a \leq l_b \Leftrightarrow a \geq b$ và $l_a = l_b \Leftrightarrow a = b$.

Bổ đề 4. Cho tam giác ABC, trung tuyến AM. Khi đó $AB \leq AC \Leftrightarrow \widehat{MAB} \geq \widehat{MAC}$ và $AB = AC \Leftrightarrow \widehat{MAB} = \widehat{MAC}$.

Phép chứng minh các bổ đề trên rất đơn giản, không trình bày ở đây. Bổ đề 2 là trường hợp đặc biệt của bài toán 4.

Trở lại giải bài toán.



Theo bổ đề 1, $l_b \leq m_b$, $h_c \leq m_c$.

Kết hợp với giả thiết $m_a = l_b = h_c$, suy ra $m_a \leq m_b \leq m_c$. Từ đó, theo bổ đề 2, suy ra $a \geq b \geq c$.

Do đó $\hat{A} \geq \hat{B} \geq \hat{C}$, kéo theo $\hat{A} \geq 60^o$. (1)

Gọi M là trung điểm của BC; H, K theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của C, M trên AB.

Dễ thấy $MK = \frac{1}{2}CH = \frac{1}{2}h_c = \frac{1}{2}m_a = \frac{1}{2}AM$, suy ra $\widehat{MAB} = \widehat{MAK} = 30^o$.

Từ đó, chú ý rằng $AB = c \leq b = AC$, theo bổ đề 4, suy ra $\widehat{MAB} \geq \widehat{MAC}$ tức $\widehat{MAC} \leq 30^o$.

Do đó $\widehat{BAC} = \widehat{MAB} + \widehat{MAC} \leq 60^o$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60^o$.

Vậy tam giác ABC đều.

Sau đây là một số bài toán để các bạn tự rèn luyện.

Bài 1. Cho tam giác ABC ($AB > AC$), M là trung điểm của BC. Điểm N thuộc đoạn AM. Chứng minh rằng $\widehat{NBC} < \widehat{NCB}$, $\widehat{NBA} < \widehat{NCA}$.

Bài 2. Cho tam giác nhọn ABC, trực tâm H. Chứng minh rằng:

$$HA + HB + HC < \frac{2}{3}(BC + CA + AB).$$

Bài 3. Cho tam giác đều ABC, tâm O. Tìm các điểm X, Y, Z lần lượt thuộc các đoạn BC, CA, AB sao cho tổng $OX + XY + YZ + ZO$ nhỏ nhất.

Bài 4. Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 3$, $AD = 4$. M là một điểm bất kì trong hình chữ nhật đó. Chứng minh rằng $8 < MA + MB + MC + MD < 14$.

Bài 5. Cho tam giác ABC. Trên tia đối của các tia AC, BA, CB lần lượt lấy các điểm A_1, B_1, C_1 sao cho $AA_1 = BB_1 = CC_1$. Giả sử tam giác $A_1B_1C_1$ đều. Chứng minh rằng tam giác ABC đều.

Tác giả bài viết xin cảm ơn T.S Nguyễn Minh Hà đã tận tình hướng dẫn tác giả hoàn thành bài báo này.

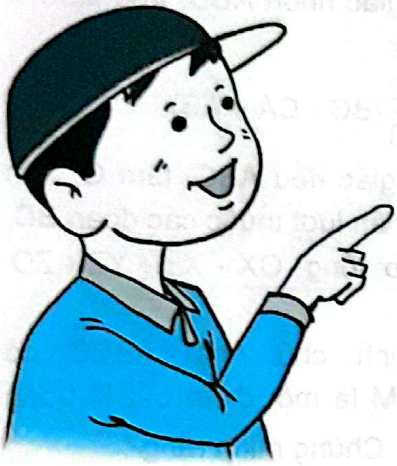


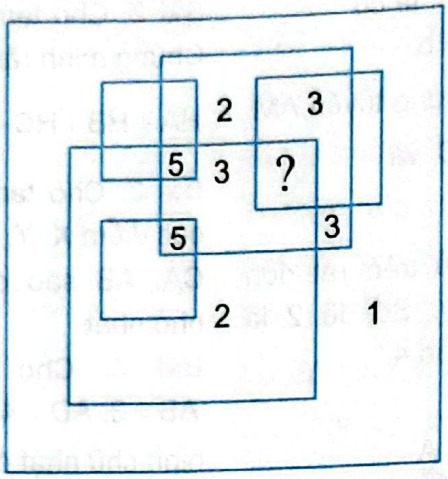
Được quét bằng CamScanner

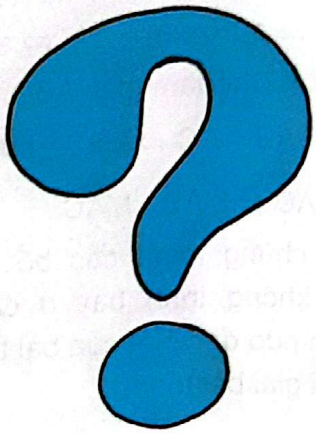


Kì này DẤU ? ĐƯỢC THAY BỞI SỐ NÀO?

Trong hình dưới đây có một số hình vuông và một số các chữ số. Bạn hãy chỉ ra quy luật ghi các chữ số đó và cho biết dấu ? được thay bởi số nào?



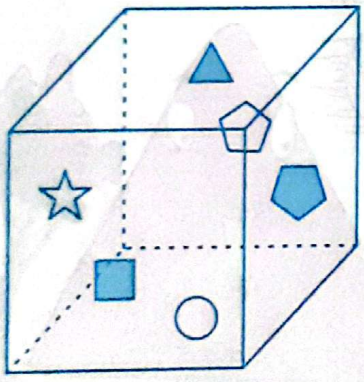




MINH HẢI *(TP. Hưng Yên, Hưng Yên)*

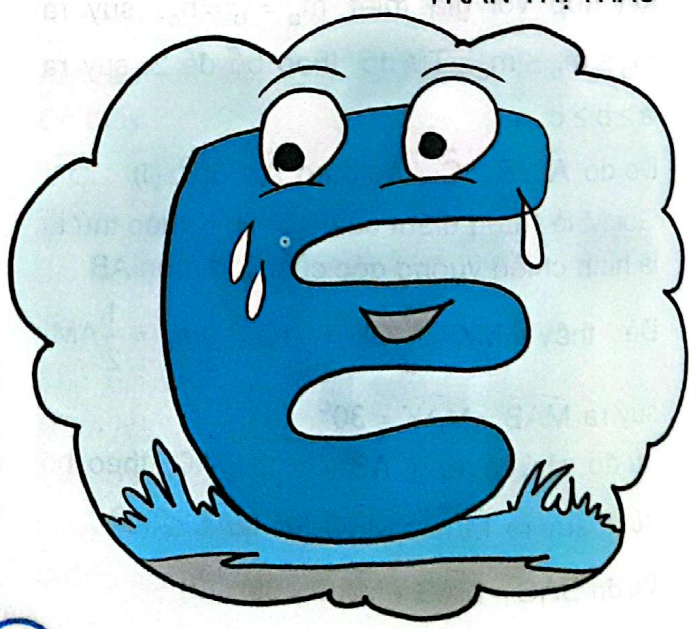
Kết quả HÌNH NÀO THẾ NHỈ? (TTT2 số 268)

Từ các hình 1, hình 2, hình 3 ta có thể xác định được các hình trang trí trên 6 mặt của hộp hình lập phương (hình in đậm là các hình nhìn thấy). Do đó mặt đáy của hộp ở hình 3 là hình E.



Nhận xét. Kì này có rất nhiều bạn tham gia giải bài, các bạn đều chỉ ra đúng hình phù hợp để điền vào chỗ còn thiếu. Xin trao thưởng cho các bạn sau có phần lập luận rõ ràng nhất: *Nguyễn Trí Hiếu*, 6A1, *Nguyễn Xuân Chí*, 8A1, THCS Nguyễn Đăng Đạo; *Nguyễn Hữu An Bình*, 7A1, THCS Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Huy Long*, 7A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Dương Ngô Minh Đức*, 6B, THCS Đặng Thai Mai, **Nghệ An**.

TRẦN THỊ THẢO



Được quét bằng CamScanner



LỜI GIẢI ĐÃ CHẶT CHƯA?

TRẦN THANH HƯNG *(Trường THCS Võ Trứ, Tuy An Bắc, Đắk Lắk)*

Bài toán. Cho hình vuông ABCD. Trên cạnh BC lấy điểm E, trên tia đối của tia AB lấy điểm F sao cho CE = AF. Gọi G là trung điểm của EF. Đường thẳng qua E và song song với CD cắt AC, DG theo thứ tự tại I, K. Gọi H là giao điểm của DG và AB. Xác định vị trí điểm E để HI đi qua trung điểm của KC.

Lời giải.

Dễ thấy $\Delta DAF = \Delta DCE$ (c.g.c)

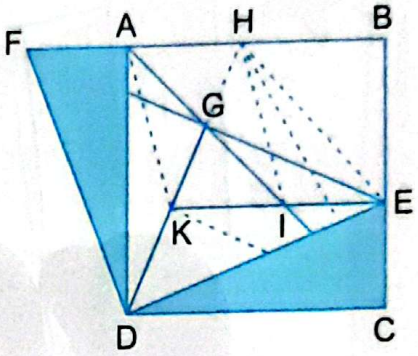
nên DF = DE và $\widehat{ADF} = \widehat{CDE}$, kéo theo $\widehat{EDF} = 90^o$ nên tam giác DEF vuông cân tại D, suy ra DG là trung trực của EF.

Từ đó ta có $\widehat{EKH} = \widehat{FHK} = \widehat{EHK}$,

suy ra KE = HE = HF. (1)

Mặt khác, tam giác IEC vuông cân tại E nên IE = CE = AF. (2)

Từ (1) và (2) suy ra AH = KI nên tứ giác AHIK là hình bình hành, suy ra G là trung điểm của KH.



Tam giác HKC có CG là trung tuyến nên để HI đi qua trung điểm của KC thì I phải là trọng tâm. Điều này có nghĩa là KI đi qua trung điểm của HC hay EI đi qua trung điểm của HC. Mà EI // BH nên E là trung điểm của cạnh BC.

Theo bạn, lời giải trên đã chặt chưa?

Kết quả **(TTT2 số 268)**

PHẢI CHĂNG BIỂU THỨC CÓ HAI GIÁ TRỊ?

Phân tích. Lời giải bài toán đúng đến $S^2 = 1$. Tuy nhiên, với điều kiện bài toán thì thiếu bước lập luận dẫn đến $S > 0$ để suy ra biểu thức chỉ có một giá trị $S = 1$.

Lời giải đúng.

Điều kiện xác định: $ab \ge -1$, $a^2 \ge -b$, $b^2 \ge -a$.

Ta có $ab + \sqrt{ab+1} + \sqrt{a^2+b}\sqrt{b^2+a} = 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{ab+1} + \sqrt{(a^2+b)(b^2+a)} = -ab$

$\Rightarrow ab < 0$.

Hơn nữa ta cũng có

$\sqrt{(a^2+b)(b^2+a)} = -\sqrt{ab+1} - ab$

$\Rightarrow a^3 + b^3 + a^2b^2 + ab = ab + 1 + 2ab\sqrt{ab+1} + a^2b^2$

$\Leftrightarrow a^3 + b^3 = 2ab\sqrt{ab+1} + 1$.

Do đó $S^2 = \left(a\sqrt{b^2+a} + b\sqrt{a^2+b}\right)^2$

$= a^3 + b^3 + 2ab\sqrt{(a^2+b)(b^2+a)} + 2a^2b^2$

$= 2ab\sqrt{ab+1} + 1 + 2ab\left(-\sqrt{ab+1} - ab\right) + 2a^2b^2 = 1$.

Vì $ab < 0$ và vai trò của a, b như nhau nên ta chỉ cần xét $a > 0$, $b < 0$.

Khi đó $S = a\sqrt{b^2+a} + b\sqrt{a^2+b}$

$= \sqrt{(ab)^2 + a^3} - \sqrt{(ab)^2 + b^3} > 0$.

Từ đó suy ra $S = 1$.

Nhận xét. Kì này chỉ có một bạn đưa ra lời giải đúng: *Vương Thị Hải Châu*, 8C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**.

VI MẠNH TƯỜNG

Được quét bằng CamScanner



BA CÔ BÉ NGÂY THƠ



NGUYỄN NHƯ MAI *(Hà Nội)*

Xuân, Hạ và Thu là ba bạn nhỏ ở chung cư Ngôi Sao Xanh. Ba cô bé cùng học lớp Ba nên rất thân nhau. Hàng ngày đi học các bạn ấy đều có xe đưa đón đến trường. Ngày nghỉ cả ba hay xuống sân vui chơi, chạy nhảy.

Sân chung cư có một vườn hoa nhỏ, trồng nhiều bồn hoa khác nhau. Có hoa dâm bụt, hoa mẫu đơn, hoa kèn vàng, hoa náng trắng... Đầu năm nay, ban quản trị mới trồng một khóm hoa hồng. Bây giờ khóm hoa bắt đầu đơm nụ.

Một hôm, không biết ai đã ngắt bông hoa hồng mới nở đẹp.

Bà lao công thường thấy ba bạn nhỏ này chơi gần đấy, nên báo với chú bảo vệ tên là Khương. Chú Khương vốn là cựu chiến binh, từng làm công tác trinh sát của công an. Chung cư có sáu tòa nhà. Mỗi tòa có một chú bảo vệ. Chú Khương phụ trách chung toàn chung cư, rất được mọi người tín nhiệm. Chú Khương mời ba bạn nhỏ đến văn phòng và nghiêm nghị hỏi:

- Hôm nay bà lao công cho biết ba cháu nghịch dại. Cháu nào có lỗi thì thành khẩn khai ra. Nếu biết lỗi thì chú sẽ tha, chú sẽ không mách cho bố mẹ cháu biết.

Xuân thút thít chỉ tay vào đầu gối bị xước:

Được quét bằng CamScanner

- Cháu chỉ đuổi theo con chó nhà cô Hà nên bị vấp ngã ạ.

Hạ nhanh nhảu khai:

- Cháu chỉ ngắm khóm hoa dâm bụt, không đến chỗ có hoa hồng đâu ạ.

Còn Thu thì thực thà thú nhận:

- Dạ, cháu xin lỗi đã lấy đá ném con chim đậu trên cành cây bưởi ạ.

Chú Khương gật gù:

- Thôi được. Chú biết cháu nào có lỗi rồi. Nhưng chưa thành khẩn. Có lẽ chú sẽ báo cho bố mẹ biết.

Theo các bạn, chú Khương đã biết bé nào là thủ phạm?





Kết quả (TTT2 số 268)

KẺ TÌNH NGHI

Kẻ tình nghi là người thứ ba. Hắn giả mù, nhưng trong hành lý lại có một chiếc đèn pin.

Nhận xét. Các bạn sau có lập luận tốt, được thưởng kì này: *Lê Hồng Ngọc*, 7A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Ngọc Mai*, 8A3, THCS Vũ Duệ, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Lê Minh Tiến*, 7A, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình, **Bắc Ninh**; *Thiều Đình Gia Khánh*, 7A4, THCS Nguyễn Hồng Lễ, Sầm Sơn, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Đình Gia Huy*, 7I, THCS Đặng Thai Mai; *Phan Thị Minh Anh*, 8B, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**.

Thám Tử Sê-Lốc-Cốc

THÔNG BÁO

Xin chào tất cả các bạn đọc yêu quý của Toán Tuổi thơ!

Sau một kì nghỉ hè khá dài, một năm học mới đã đến. Toán Tuổi thơ phát hành số đặc biệt chào mừng năm học mới 2025 – 2026 với nhiều bài viết hay và hấp dẫn. Tất cả các chuyên mục có phần giải đề kì trước đều có chọn khen và thưởng những cá nhân, tập thể có bài làm tốt, chữ viết và trình bày sạch đẹp ở số báo đã phát hành trước 2 tháng. Vì thế số báo này, Toán Tuổi thơ chọn khen và thưởng các bạn giải bài ở TTT2 số 268 nên vẫn là các bạn ở lớp của năm học 2024 – 2025. Vậy các thầy cô giáo và các em học sinh lưu ý để đón nhận quà của Toán Tuổi thơ sắp tới.

Toán Tuổi thơ xin chúc các thầy cô giáo, các em học sinh, các bạn đọc của Toán Tuổi thơ trên mọi miền của đất nước có nhiều sức khỏe, nhiều niềm vui và niềm đam mê toán học để luôn đồng hành cùng Toán Tuổi thơ!

TTT

Được quét bằng CamScanner

ỨNG DỤNG HỆ PHƯƠNG TRÌNH VÀO BÀI TOÁN CÂN BẰNG PHƯƠNG TRÌNH HÓA HỌC

PHẠM VĂN TƯỞNG *(TP. Hồ Chí Minh)*

Trong chương trình GDPT 2018, tôi thấy học sinh gặp một số khó khăn ở những bài toán có nội dung tích hợp liên môn. Một trong số đó là bài toán về cân bằng phương trình hóa học bằng phương pháp đại số ứng dụng hệ phương trình. Tôi viết bài viết này với mong muốn có thể giải quyết phần nào những khó khăn mà các em gặp phải.

Phương pháp: Phương trình hóa học sau khi cân bằng có số nguyên tử của mỗi nguyên tố ở hai vế bằng nhau. Các hệ số của phương trình hóa học phải là số nguyên.

Dạng 1. Cân bằng phương trình hóa học bằng phương pháp đại số

Bài toán 1. Cân bằng phương trình hóa học sau $H_2 + O_2 \to H_2O_2$.

Hướng dẫn. Gọi x, y lần lượt là hệ số của H_2 và O_2 thỏa mãn cân bằng phương trình hóa học $xH_2 + yO_2 \to H_2O_2$.

Cân bằng số nguyên tử H, số nguyên tử O ở hai vế, ta được hệ $\begin{cases} 2x = 2 \\ 2y = 2. \end{cases}$

Giải hệ phương trình này ta được $x = y = 1$.

Đưa các hệ số tìm được vào phương trình hóa học, ta có $H_2 + O_2 \to H_2O_2$.

Ta thấy ở bài toán trên, hệ số x, y tìm được là các số nguyên. Vậy nếu hệ số x, y không là các số nguyên thì sẽ như thế nào? Chúng ta sẽ tìm hiểu vấn đề này qua bài toán sau:

Bài toán 2. Cân bằng phương trình hóa học sau $Cr + O_2 \to Cr_2O_3$.

Hướng dẫn. Gọi x, y lần lượt là hệ số của Cr và O_2 thỏa mãn cân bằng phương trình hóa học $xCr + yO_2 \to Cr_2O_3$.

Cân bằng số nguyên tử Cr, số nguyên tử O ở hai vế, ta được hệ $\begin{cases} x = 2 \\ 2y = 3. \end{cases}$

Giải hệ phương trình này ta được

$x = 2,\ y = \frac{3}{2}$.

Đưa các hệ số tìm được vào phương trình hóa học, ta có $2Cr + \frac{3}{2}O_2 \to Cr_2O_3$.

Do các hệ số của phương trình hóa học phải là số nguyên nên nhân hai vế của phương trình hóa học trên với 2, ta được

$$4Cr + 3O_2 \to 2Cr_2O_3.$$

Hai phản ứng hóa học ở trên thuộc loại phản ứng hóa hợp (là phản ứng hóa học, trong đó chỉ có một chất mới được tạo thành từ hai hay nhiều chất ban đầu).

Sau đây, chúng ta sẽ áp dụng cách làm như trên với phản ứng hóa học thuộc loại phản ứng phân hủy (là phản ứng hóa học, trong đó một chất sinh ra hai hay nhiều chất mới).

Bài toán 3. Cân bằng phương trình hóa học sau $Fe_3O_4 \to FeO + O_2$.

Được quét bằng CamScanner

Hướng dẫn. Gọi x, y lần lượt là hệ số của FeO và O_2 thỏa mãn cân bằng phương trình hóa học $Fe_3O_4 \to xFeO + yO_2$.

Cân bằng số nguyên tử Fe, số nguyên tử O ở hai vế, ta được hệ $\begin{cases} x = 3 \\ x + 2y = 4. \end{cases}$

Giải hệ phương trình này ta được

$x = 3,\ y = \frac{1}{2}$.

Đưa các hệ số tìm được vào phương trình hóa học, ta có $Fe_3O_4 \to 3FeO + \frac{1}{2}O_2$.

Do các hệ số của phương trình hóa học phải là số nguyên nên nhân hai vế của phương trình hóa học trên với 2, ta được

$$2Fe_3O_4 \to 6FeO + O_2.$$

Trong một số phương trình phản ứng hóa hữu cơ, chúng ta cũng thực hiện cân bằng phương trình bằng phương pháp đại số như trên.

Bài toán 4. Cân bằng phương trình hóa học sau $CH_3CHO + O_2 \to CH_3COOH$.

Hướng dẫn. Gọi x, y lần lượt là hệ số của CH_3CHO và O_2 thỏa mãn cân bằng phương trình hóa học

$$xCH_3CHO + yO_2 \to CH_3COOH.$$

Cân bằng số nguyên tử C, số nguyên tử O ở hai vế, ta được hệ $\begin{cases} 2x = 2 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$.

Giải hệ phương trình này ta được

$x = 1,\ y = \frac{1}{2}$.

Đưa các hệ số tìm được vào phương trình hóa học, ta có

$$CH_3CHO + \frac{1}{2}O_2 \to CH_3COOH.$$

Do các hệ số của phương trình hóa học phải là số nguyên nên nhân hai vế của phương trình hóa học trên với 2, ta được

$$2CH_3CHO + O_2 \to 2CH_3COOH.$$



Bài toán 5. Cân bằng phương trình hóa học sau $C_4H_{10} \to CH_4 + C_3H_6$.

Hướng dẫn. Gọi x, y lần lượt là hệ số của CH_4 và C_3H_6 thỏa mãn cân bằng phương trình hóa học $C_4H_{10} \to xCH_4 + yC_3H_6$.

Cân bằng số nguyên tử C, số nguyên tử H ở hai vế, ta được hệ $\begin{cases} x + 3y = 4 \\ 4x + 6y = 10 \end{cases}$.

Giải hệ phương trình này, ta được $x = y = 1$.

Đưa các hệ số tìm được vào phương trình hóa học, ta có $C_4H_{10} \to CH_4 + C_3H_6$.

Dạng 2. Xác định một số hệ số chưa biết trong phương trình phản ứng hóa học đã cân bằng

Có nhiều bài toán yêu cầu xác định một số hệ số chưa biết trong một phương trình phản ứng hóa học đã cân bằng. Với những bài toán này, chúng ta vẫn áp dụng cách giải như trên để lập ra hệ phương trình, từ đó tìm ra các hệ số chưa biết. Ta sẽ tìm hiểu về cách xác định hai hệ số chưa biết trong một phương trình phản ứng hóa học đã cân bằng.

Bài toán 6. Xác định các hệ số x và y trong phương trình phản ứng hóa học (đã cân bằng) sau:

$$xCu + 2yHNO_3 \to xCu(NO_3)_2 + 2NO + yH_2O.$$

Hướng dẫn. Vì phương trình phản ứng hóa học trên đã cân bằng nên lần lượt số nguyên tử của nguyên tố Cu, nguyên tố H, nguyên tố N và nguyên tố O ở hai vế của phương trình phải bằng nhau. Do đó ta có hệ phương trình

Được quét bằng CamScanner

$\begin{cases}2y = 2x + 2\\6y = 6x + 2 + y\end{cases}$ hay $\begin{cases}2x - 2y = -2\\6x - 5y = -2.\end{cases}$

Giải hệ phương trình này ta được

$x = 3,\ y = 4.$

Khi đó, phương trình hóa học trên được viết lại là:

$3Cu + 8HNO_3 \rightarrow 3Cu(NO_3)_2 + 2NO + 4H_2O.$

Nếu sản phẩm khí sinh ra là NO_2 ta có bài toán tương tự như sau:

Bài toán 7. Xác định các hệ số x và y trong phương trình phản ứng hóa học (đã cân bằng) sau:

$xCu + 2yHNO_3 \rightarrow xCu(NO_3)_2 + 2NO_2 + yH_2O.$

Hướng dẫn. Lập luận tương tự như bài toán trên, ta có hệ phương trình sau:

$\begin{cases}2y = 2x + 2\\6y = 6x + 4 + y\end{cases}$ hay $\begin{cases}2x - 2y = -2\\6x - 5y = -4.\end{cases}$

Giải hệ phương trình này ta được $x = 1,\ y = 2.$

Khi đó, phương trình hóa học trên được viết lại là:

$Cu + 4HNO_3 \rightarrow Cu(NO_3)_2 + 2NO_2 + 2H_2O.$

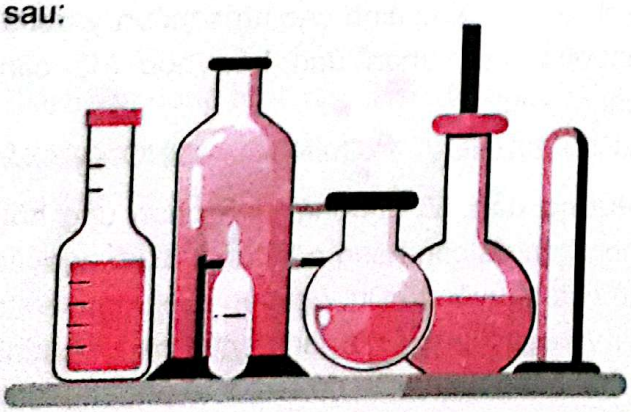
Với các sản phẩm khí sinh ra khác như N_2, N_2O, ta cũng thực hiện các bước giải như trên để hoàn thành bài toán sau:

Bài toán 8. Xác định các hệ số x và y trong các phương trình phản ứng hóa học (đã cân bằng) sau:

$xCu + 2yHNO_3 \rightarrow xCu(NO_3)_2 + N_2 + yH_2O.$

$xCu + 2yHNO_3 \rightarrow xCu(NO_3)_2 + N_2O + yH_2O.$

Nếu phản ứng không sinh ra khí mà tạo ra dung dịch NH_4NO_3 khi đó ta có bài toán sau:



Bài toán 9. Xác định các hệ số x và y trong phương trình phản ứng hóa học (đã cân bằng) sau:

$xCu + 10yHNO_3 \rightarrow xCu(NO_3)_2 + yNH_4NO_3 + 3H_2O.$

Hướng dẫn. Lập luận tương tự như trên, ta có hệ phương trình sau:

$\begin{cases}10y = 2x + 2y\\30y = 6x + 3y + 3\end{cases}$ hay $\begin{cases}2x - 8y = 0\\6x - 27y = -3.\end{cases}$

Giải hệ phương trình này ta được

$x = 4,\ y = 1.$

Khi đó, phương trình hóa học trên được viết lại là:

$4Cu + 10HNO_3 \rightarrow 4Cu(NO_3)_2 + NH_4NO_3 + 3H_2O.$

Nếu thay Cu bằng Cu_2O, ta có bài toán sau:

Bài toán 10. Xác định các hệ số x và y trong phương trình phản ứng hóa học (đã cân bằng) sau:

$xCu_2O + 2yHNO_3 \rightarrow 2xCu(NO_3)_2 + 2NO + yH_2O.$

Hướng dẫn. Tương tự như các bài toán trên, ta có hệ phương trình sau:

$\begin{cases}2y = 4x + 2\\x + 6y = 12x + 2 + y\end{cases}$ hay $\begin{cases}4x - 2y = -2\\11x - 5y = -2.\end{cases}$

Giải hệ phương trình này ta được

$x = 3,\ y = 7.$

Khi đó, phương trình hóa học trên được viết lại là:

$3Cu_2O + 14HNO_3 \rightarrow 6Cu(NO_3)_2 + 2NO + 7H_2O.$

Bài toán 11. Xác định các hệ số x và y trong những phương trình phản ứng hóa học (đã cân bằng) sau:

$xKMnO_4 \rightarrow yK_2MnO_4 + MnO_2 + O_2.$

Hướng dẫn. Vì phương trình phản ứng hóa học trên đã cân bằng nên lần lượt số nguyên tử của nguyên tố K, nguyên tố Mn và nguyên tố O ở hai vế của phương trình phải bằng nhau.

Do đó ta có hệ phương trình sau:

$\begin{cases}x = 2y\\x = y + 1\end{cases}$ hay $\begin{cases}x - 2y = 0\\x - y = 1.\end{cases}$

Giải hệ phương trình trên, ta được

$x = 2,\ y = 1.$

Được quét bằng CamScanner

Khi đó, phương trình hóa học trên được viết lại là: $2KMnO_4 \rightarrow K_2MnO_4 + MnO_2 + O_2$.

Trong các phương trình phản ứng hóa hữu cơ, việc xác định các hệ số chưa biết trong một phương trình phản ứng hóa học đã cân bằng cũng làm tương tự.

Bài toán 12. Xác định các hệ số x và y trong những phương trình phản ứng hóa học (đã cân bằng) sau:

$xC_2H_4 + 2KMnO_4 + 4H_2O$
$\rightarrow yC_2H_4(OH)_2 + 2KOH + 2MnO_2$.

Hướng dẫn. Vì phương trình phản ứng hóa học trên đã cân bằng nên lần lượt số nguyên tử của nguyên tố K, nguyên tố Mn, nguyên tố H và nguyên tố O ở hai vế của phương trình phải bằng nhau.

Do đó ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} 2x = 2y \\ 8 + 4 = 2y + 2 + 4. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên, ta được $x = y = 3$.

Khi đó, phương trình hóa học trên được viết lại là:

$3C_2H_4 + 2KMnO_4 + 4H_2O$
$\rightarrow 3C_2H_4(OH)_2 + 2KOH + 2MnO_2$.

Bài toán 13. Xác định các hệ số x và y trong phương trình phản ứng hóa học (đã cân bằng) sau:

$5C_6H_{12}O_6 + 24KMnO_4 + xH_2SO_4$
$\rightarrow 12K_2SO_4 + 24MnSO_4 + 30CO_2 + yH_2O$.

Hướng dẫn. Vì phương trình phản ứng hóa học trên đã cân bằng nên lần lượt số nguyên tử của nguyên tố K, nguyên tố Mn, nguyên tố S, nguyên tố C, nguyên tố H và nguyên tố O ở hai vế của phương trình phải bằng nhau.

Do đó ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} 60 + 2x = 2y \\ x = 12 + 24. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình này ta được

$x = 36, y = 66$.

Khi đó, phương trình hóa học trên được viết lại là:

$5C_6H_{12}O_6 + 24KMnO_4 + 36H_2SO_4$
$\rightarrow 12K_2SO_4 + 24MnSO_4 + 30CO_2 + 66H_2O$.

Bài tập tự luyện

Bài 1. Cân bằng các phương trình hóa học sau bằng phương pháp đại số.

1) $Fe + Br_2 \rightarrow FeBr_3$.

2) $P + O_2 \rightarrow P_2O_5$.

3) $SO_2 + O_2 \rightarrow SO_3$.

4) $Fe + O_2 \rightarrow Fe_3O_4$.

5) $Na_2O_2 \rightarrow Na_2O + O_2$.

6) $CH_4 + O_2 \rightarrow CH_3OH$.

7) $C_3H_8 \rightarrow CH_4 + C_2H_4$.

8) $C_6H_{12}O_6 \rightarrow C_2H_5OH + CO_2$.

Bài toán 2. Xác định các hệ số x và y trong các phương trình phản ứng hóa học (đã cân bằng) sau:

1) $xFe_3O_4 + O_2 \rightarrow yFe_2O_3$.

2) $xFeCl_3 + Fe \rightarrow yFeCl_2$.

3) $xMg + 4yHNO_3 \rightarrow xMg(NO_3)_2 + 2NO + 2yH_2O$.

4) $4Fe + 5O_2 + 3Si \rightarrow xFe_2SiO_4 + yFeSiO_3$.

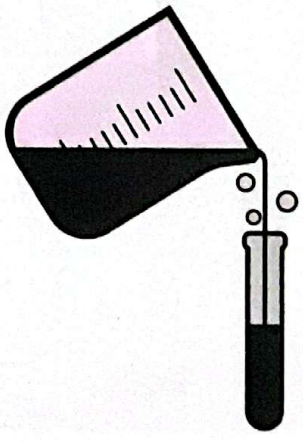
5) $2CrCl_3 + xNaOCl + yNaOH$
$\rightarrow 2Na_2CrO_4 + 9NaCl + 5H_2O$.

6) $3Br_2 + 6NaOH \rightarrow xNaBr + yNaBrO_3 + 3H_2O$.

7) $xAl + 2yHNO_3 \rightarrow xAl(NO_3)_3 + 3N_2O + 6N_2 + yH_2O$.

8) $xFe_3O_4 + 2yHNO_3$
$\rightarrow 3xFe(NO_3)_3 + NO + yH_2O$.

9) $xC_6H_5CH_3 + 2KMnO_4$
$\rightarrow C_6H_5COOK + 2MnO_2 + KOH + yH_2O$.



Được quét bằng CamScanner



● *Kì này*

Lá gì?

Lá gì có gió tung bay?
Lá gì phân định rủi may rõ ràng?
Lá gì phòng vệ che ngang?
Lá gì của cử tri mang đi bầu?
Lá gì tình cảm dạt dào?
Lá gì nguyện vọng ghi vào gửi ngay?
Lá gì giúp thuyền chuyển di?
Lá gì giáp trận cận kề tay đôi?
Lá gì lúc rỗi cầm chơi?
Lá gì đẩy kéo đóng rồi mở ra?
Lá gì trong mũi người ta?
Lá gì không khí đẩy vào hít ra?
Lá gì tim, tạo hồng cầu?
Lá gì tiết mật, lọc bầu máu qua?
Các bạn nhanh trí đoán ra
Nhanh tay vui vẻ nhận ngay phần quà.

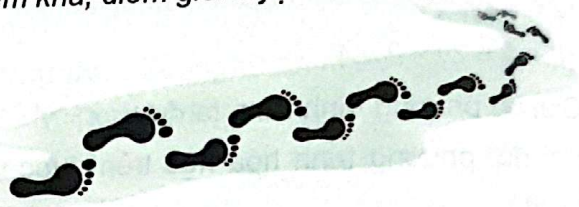
NGUYỄN THỊ MINH THƠM
(Trường Tiểu học Thanh Lộc, Can Lộc, Hà Tĩnh)



Kết quả (TTT2 số 268)

Con gì?

Dấu huyền một nét nằm ngang
Hơi xiên bên trái nhẹ nhàng thướt tha.
Dấu chân thậm thịch người qua
Chạy đi vội vã cùng ta với người.
Dấu nặng một chấm ai ơi
Đặt dưới các chữ nhỏ xinh lạ thường.
Dấu sắc xiên phải yêu thương
Đặt trên âm chính cũng tương đối ngầu.
Dấu hiệu nhận biết từ đâu
Cho ta suy đoán từng câu, từng từ.
Dấu phẩy ngăn cách cụm, từ
Người nghe dễ hiểu, đọc thì ngắt hơi.
Các bạn nhớ lấy mà xơi
Điểm khá, điểm giỏi tuyệt vời từ đây!



HONG HA

Nhận xét. Các bạn sau được thưởng: *Đào Lê Thái Sơn*, 7A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Phan Thị Minh Anh*, 8B, THCS Bạch Liêu, Yên Thành; *Đặng Phương Chi*, 6B, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Trần Thị Ngọc Trâm*, 6A, THCS Bình Thịnh, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Xuân Thuỷ*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**.

Các bạn sau được khen: *Nguyễn Cẩm Tú*, 7A, THCS Lập Thạch, Lập Thạch, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thị Hoàng Yến*, *Lê Nguyễn Hoàng Ngân*, 7A, THCS Bình Thịnh, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Thị Huệ Phương*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Đặng Vũ Linh Chi*, 8A, *Phan Thị Phương Ly*, 8B, THCS Bạch Liêu, Yên Thành; *Hồ Nguyễn Bảo Trang*, 6A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

VUA TẾU

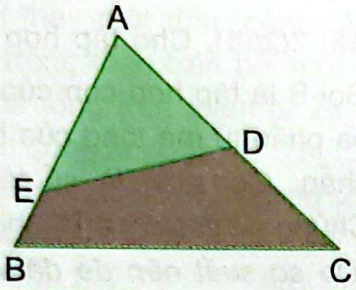
Được quét bằng CamScanner



COMPA VUI... TÍNH

Kì này BA ĐIỂM CÓ THẲNG HÀNG KHÔNG?

Bài toán. Cho hình vẽ bên dưới, biết tam giác ADE và tứ giác BCDE vừa có chu vi bằng nhau vừa có diện tích bằng nhau. Nếu gọi O là tâm của đường tròn nội tiếp tam giác ABC thì ba điểm D, O, E có thẳng hàng không?





HUỲNH THANH TÂM *(Phường Bình Định, Gia Lai)*

Kết quả (TTT2 số 268)

THAY CÁC CHỮ CÁI BỞI CÁC CHỮ SỐ

Lời giải. Viết thêm chữ số 0 vào số ở vế phải được số: 01234567891011... 29982999

Ta chia 3000 số từ 0 đến 2999 thành 1500 cặp số như sau:

(0, 2999); (1, 2998); (2, 2997);...;(10, 2989);... mỗi cặp đều có tổng các chữ số là 29.

Tổng các chữ số của số bên phải là: $29 \cdot 1500 = 43500$ không chia hết cho 9.

Vậy số bên phải của đẳng thức trên là số không chia hết cho 9.

Mặt khác $\overline{COM} + \overline{PA} + \overline{TINH}$ gồm có 9 chữ cái khác nhau, như vậy các chữ cái được thay bằng tất cả các chữ số từ 1 đến 9.

Tổng các chữ số đó là $1+2+3+...+9=45$ chia hết cho 9.

Suy ra $(\overline{COM} + \overline{PA} + \overline{TINH})^{\overline{VUI}}$ là số chia hết cho 9.

Vậy ta không thể thay các chữ khác nhau bởi các chữ số khác nhau và khác 0 để được một đẳng thức đúng.

HONG HA

Nhận xét. Ngoài cách giải trên, một số bạn sử dụng phương pháp đánh giá để tìm số chữ số ở hai vế của đẳng thức. Từ đó cũng chỉ ra được điều mâu thuẫn. Các bạn sau có lời giải tốt, được thưởng kì này: *Lê Thị Kim Ngân*, 7A1, THCS Quỳnh Thiện, Hoàng Mai; *Hoàng Văn Duy*, 8D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**.

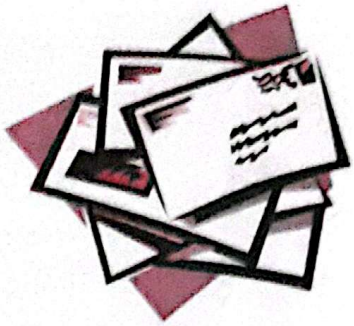
QUANG ANH



Được quét bằng CamScanner

Kết quả

Giải toán qua thư



Bài 1(268). Cho

$$T=\frac{5}{2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6}+\frac{6}{2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7}+\frac{7}{2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8}+\ldots+\frac{2024}{2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8\cdots2025}.$$

Hãy so sánh T với 1%.

Lời giải. Mỗi số hạng của T có dạng

$$\frac{n}{2\cdot3\cdot4\cdots n\cdot(n+1)}=\frac{n}{(n+1)!}.$$

Ta có $\frac{n}{(n+1)!}=\frac{n+1-1}{(n+1)!}=\frac{n+1}{(n+1)!}-\frac{1}{(n+1)!}$

$=\frac{1}{n!}-\frac{1}{(n+1)!}$.

Thay n lần lượt bằng 5; 6; 7;...; 2024 vào tổng T ta được

$$T=\frac{1}{5!}-\frac{1}{6!}+\frac{1}{6!}-\frac{1}{7!}+\ldots+\frac{1}{2024!}-\frac{1}{2025!}$$

$$=\frac{1}{5!}-\frac{1}{2025!}<\frac{1}{5!}=\frac{1}{120}<\frac{1}{100}.$$

Vậy $T<1\%$.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng: *Nguyễn Hữu An Bình*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Tạ Minh Hằng*, 7A6, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Trí Hiếu*, 6A1, THCS Nguyễn Đăng Đạo, Kinh Bắc, **Bắc Ninh**; *Lê Thị Hà An, Nguyễn Hà Vy*, 6A1, THCS Quán Hành, Nghi Lộc; *Trần Sơn Hà*, 6D, *Đặng Ngọc Minh*, 7C, *Phan Khôi Nguyên*, 7D, THCS Đặng Thai Mai; *Trần Ngọc Quân*, 7B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Lê Kim Ngân*, 7A1, THCS Quỳnh Thiện, Hoàng Mai, **Nghệ An**.

NGUYỄN VIỆT HẢI

Bài 2(268). Cho tập hợp $A=\{1; 2;\ldots; 2024\}$. Gọi B là tập hợp con của tập hợp A và B có ba phần tử mà tổng của ba phần tử đó là số chẵn. Gọi n(B) là số tập hợp B như thế. Chứng minh rằng n(B) chia hết cho 2023.

(Do sơ suất nên đề đã viết nhầm thành số 2024. Thành thật xin lỗi bạn đọc)

Lời giải. Gọi $B=\{a; b; c\}$ với $a; b; c\in A$ và $a+b+c$ là số chẵn.

- Trường hợp 1: Ba số a, b, c đều là số chẵn thì số tập hợp B là: $1012\cdot1011\cdot1010:6$.
- Trường hợp 2: Hai trong ba số a, b, c là số lẻ, số còn lại là số chẵn thì số tập hợp B là: $1012\cdot1011\cdot1012:2$.

Số tập hợp B thỏa mãn yêu cầu bài toán là:

$1012\cdot1011\cdot1010:6+1012\cdot1011\cdot1012:2$

$=337\cdot1012\cdot2023$.

Vậy n(B) chia hết cho 2023.

Nhận xét. Đây là bài toán số học hay nhưng không khó. Một số lời giải mắc sai lầm khi tính tất cả các hoán vị của bộ số (a, b, c). Ta cần chú ý, với một bộ số (a, b, c) chỉ viết được một tập hợp gồm cả ba số đó. Các bạn sau có lời giải tốt: *Nguyễn Phúc Hưng, Nguyễn Đình Lộc, Nguyễn Hà Vy*, 6A1, THCS Quán Hành, Nghi Lộc; *Trần Sơn Hà*, 6D, *Nguyễn Trọng Nhân*, 7B, *Đặng Ngọc Minh*, 7C, *Phan Khôi Nguyên*, 7D, THCS Đặng Thai Mai, **Nghệ An**.

NGUYỄN NGỌC HÂN

Bài 3(268). Cho 2025 số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 2025. Ta đặt trước mỗi số (trong 2025 số đã cho) bởi một dấu "cộng" hoặc một dấu "trừ" rồi tính tổng của 2025 số mới này. Hỏi

Được quét bằng CamScanner

giá trị nhỏ nhất của tổng là bao nhiêu? Biết tổng là một số tự nhiên.

Lời giải. Từ giả thiết, dễ thấy giá trị lớn nhất trong các tổng thu được là:

$1+2+...+2025=2025\cdot 1013$ là một số lẻ.

Mọi tổng thu được khác tổng trên khi ta thay mỗi dấu "cộng" bất kì trong tổng trên bởi một dấu "trừ". Giả sử thay một dấu "cộng" đứng trước số hạng a trong tổng trên bởi một dấu "trừ" thì giá trị của tổng trên giảm đi 2a nên tổng mới thu được cũng là số lẻ.

Như vậy, nếu đặt trước mỗi số (trong 2025 số đã cho) bởi một dấu "cộng" hoặc một dấu "trừ" rồi tính tổng của 2025 số mới này thì giá trị của tổng mới đó luôn lẻ.

Do tổng mới này phải có giá trị là số tự nhiên nên giá trị nhỏ nhất của tổng mới này có thể là 1.

Ta có thể thu được số 1 nếu đặt các dấu như sau: $1+2-3-4+5+6-7-8+9+...$

$+2022-2023-2024+2025=1$.

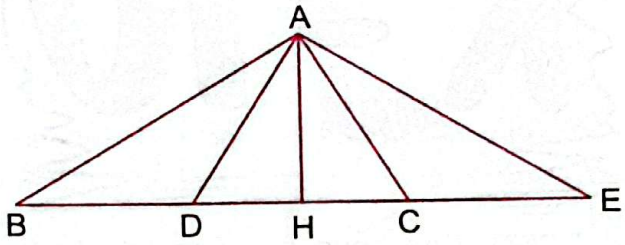
Vậy giá trị nhỏ nhất của tổng thu được là 1.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng: *Kim Hồng Dương*, 7A6, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Ngô Hoàng Bách*, *Phạm Nhật Minh*, *Nguyễn Bình Minh*, *Nguyễn Huy Long*, 7A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Lê Phi Long*, 7A3, THCS Nguyễn Hồng Lễ, Sầm Sơn, **Thanh Hóa**; *Đặng Văn Hoàng*, *Nguyễn Phúc Hưng*, *Phan Công Minh*, *Nguyễn Đình Sơn Lâm*, *Nguyễn Đình Lộc*, *Nguyễn Hà Vy*, 6A1, THCS Quán Hành, Nghi Lộc; *Thái Hữu Đạt*, 7A, THCS Bạch Liêu, Yên Thành; *Lê Kim Ngân*, 7A1, THCS Quỳnh Thiện, Hoàng Mai; *Phạm Nguyễn Nguyệt Linh*, 7B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Trần Sơn Hà*, 6D, *Đặng Ngọc Minh*, 7C, *Phan Khôi Nguyên*, 7D, THCS Đặng Thai Mai, **Nghệ An**; *Lê Thị Thành Bình*, 7A3, THCS Lê Văn Thiêm, **Hà Tĩnh**.

HOÀNG LÊ NHẬT TÙNG

Bài 4(268). Cho tam giác ABC vuông tại A có AH là đường cao và $BH-CH=AC$. Trên cạnh BC lấy điểm D sao cho H là trung điểm của CD. Chứng minh rằng AH và các đường phân giác của các góc ADC, ACD đồng quy.

Lời giải.



Trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $HE=HB$.

Ta có $CE=HE-HC=BH-CH=AC$ nên tam giác ACE cân tại C, suy ra $\widehat{CAE}=\widehat{CEA}$.

Do đó $\widehat{ACB}=2\widehat{AEC}=2\widehat{ABC}$, suy ra $\widehat{ACB}=60^{\circ}$.

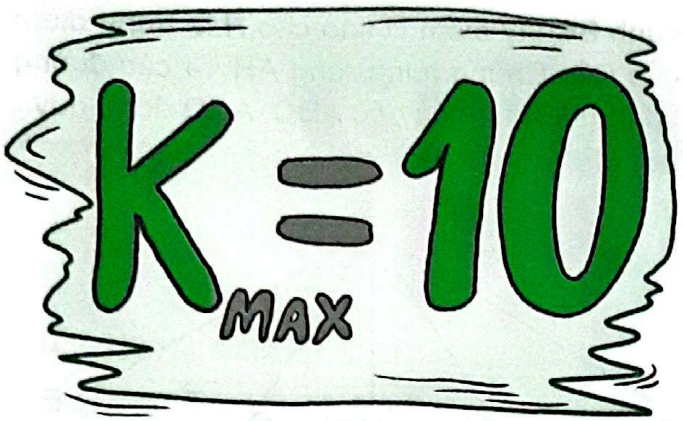
Tam giác ACD có AH là đường cao và là đường trung tuyến nên tam giác ACD cân tại A. Kết hợp với $\widehat{ACB}=60^{\circ}$, suy ra tam giác ACD là tam giác đều.

Vậy AH và các đường phân giác của các góc ADC, ACD đồng quy.

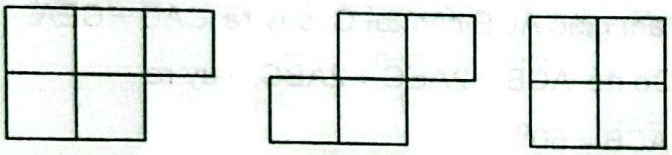
Nhận xét. Ta có thể chứng minh AH là phân giác của tam giác ACD mà không cần sử dụng giả thiết $BH-CH=AC$. Các bạn sau có lời giải đúng: *Nguyễn Hữu An Bình*, *Nguyễn Xuân Thủy*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong; *Lê Minh Đạt*, *Lê Minh Tiến*, 7A3, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Bảo Châu*, *Kim Hồng Dương*, 7A6, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Trần Hoàng Quân*, 7A, THCS Lập Thạch, Lập Thạch, **Vĩnh Phúc**; *Lê Phi Long*, 7A3, THCS Nguyễn Hồng Lễ, Sầm Sơn, **Thanh Hóa**; *Lê Kim Ngân*, 7A1, THCS Quỳnh Thiện, Hoàng Mai; *Nguyễn Thị Kim Ngân*, 7B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Nguyễn Trọng Nhân*, 7B, *Đặng Ngọc Minh*, *Trần Nguyên Phong*, 7C, *Nguyễn Đình Gia Huy*, 7I, THCS Đặng Thai Mai, **Nghệ An**.

QUANG ANH

Được quét bằng CamScanner



Bài 5(268). Cho bảng ô vuông cỡ 10×9. Người ta phủ kín bảng ô vuông bởi một số hình dưới đây (có thể xoay các góc $k\cdot 90^\circ$ với $k\in\mathbb{N}$).



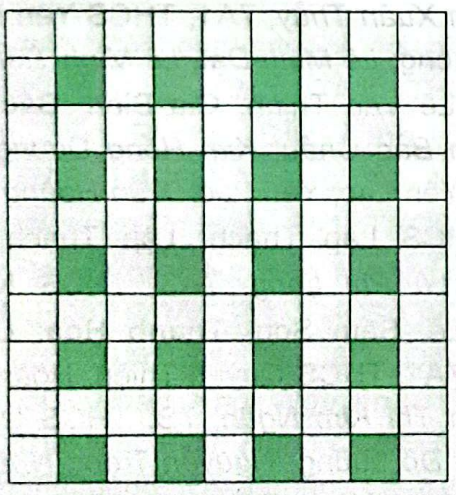
Loại 1 *Loại 2* *Loại 3*

Gọi k là tổng số hình loại 2 và loại 3 cần dùng. Tìm giá trị lớn nhất của k.

Lời giải. Ta giải bài toán tổng quát cho bảng ô vuông cỡ $(2n)\times(2m+1)$.

Gọi h là số hình loại 1 cần dùng. Thế thì do các hình loại 1, 2, 3 phủ kín bảng ô vuông nên $4k+5h=2n(2m+1)$.

Ta tô đen các ô vuông $(2i, 2j)$ với $1\le i\le n$, $1\le j\le m$ như hình vẽ sau:



Thế thì mỗi hình loại 2 hoặc loại 3 chứa đúng một ô vuông được tô màu, còn hình loại 1 có thể chứa 1 hoặc 2 ô vuông được tô màu. Số ô vuông được tô màu của cả bảng là mn.

Theo lập luận này thì ta phải có $k+h\le mn$.

Suy ra $5k+5h\le 5mn$.

Vì $4k+5h=2n(2m+1)$ nên

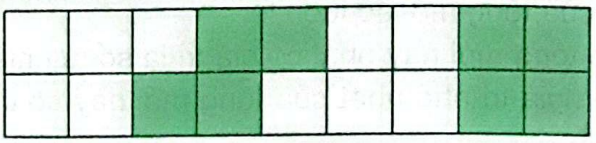
$2n(2m+1)+k\le 5mn$.

Do đó $k\le 5mn-2n(2m+1)=mn-2n$.

Áp dụng cho $m=4, n=5$ ta thu được $k\le 10$.

Ta sẽ chỉ ra một cách phủ kín bảng 10×9 bằng 10 hình loại 1, 5 hình loại 2 và 5 hình loại 3.

Chia hình 10×9 thành 5 dải hình chữ nhật cỡ 2×9. Mỗi hình chữ nhật này được phủ kín bởi 2 hình loại 1, 1 hình loại 2 và 1 hình loại 3 như hình vẽ



Vậy $k_{max}=10$.

Nhận xét. Đây là bài toán tổ hợp giải bằng phương pháp tô màu (bản chất thật sự của phương pháp này là phân hoạch tập hợp). Tô màu các ô vuông của bảng sẽ phân chia các mảnh ghép thành hai nhóm (nhóm phủ 2 đen, 2 trắng và nhóm còn lại phủ 3 đen, 2 trắng hoặc 2 trắng, 3 đen) để từ đó thông qua số ô đen có thể đánh giá được số mảnh ghép. Các bạn sau có lời giải đúng: *Đào Duy Thành Công*, 8A1, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình, **Bắc Ninh**; *Hoàng Văn Duy*, 8D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**.

NGUYỄN TIẾN LÂM



Được quét bằng CamScanner

Bài 6(268). Xét các số thực dương a, b, c thỏa mãn

$a^2+b^2+c^2+4abc=2(ab+bc+ca)$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$P=a^2(1-b)(1-c)$.

Lời giải. Giả thiết của bài toán đã cho có thể viết lại thành $(b+c-a)^2=4bc(1-a)$. Suy ra $a\le 1$.

Chứng minh tương tự, ta cũng có $b\le 1$, $c\le 1$.

Bây giờ, sử dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có $(b+c-a)^2=4bc(1-a)\le (b+c)^2(1-a)$.

Suy ra

$(b+c)^2-2a(b+c)+a^2\le (b+c)^2-a(b+c)^2$

hay $a\left[a-2(b+c)+(b+c)^2\right]\le 0$.

Từ đó $a\le (b+c)(2-b-c)$. Do đó

$$P=a^2(1-b)(1-c)\le (b+c)^2(2-b-c)^2(1-b)(1-c)$$

$$=\frac{1}{16}(2b+2c)(2b+2c)(2-b-c)(2-b-c)(2-2b)(2-2c)$$

$$\le\frac{1}{16}\left[\frac{2b+2c+2b+2c+2-b-c+2-b-c+2-2b+2-2c}{6}\right]^6$$

$$=\frac{1}{16}\left(\frac{4}{3}\right)^6=\frac{256}{729}.$$

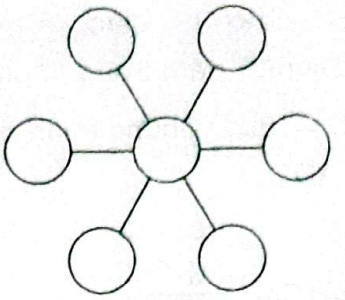
Mặt khác, với $a=\frac{8}{9}$, $b=c=\frac{1}{3}$ thì $P=\frac{256}{729}$.

Vậy $P_{max}=\frac{256}{729}$.

Nhận xét. Bài toán này khó nên không có bạn nào đưa ra lời giải đúng.

ĐÀO VĂN NAM

Bài 7(268). Hình vẽ cho thấy bảy hình tròn được nối với nhau bởi ba đoạn thẳng. Các số 9, 12, 18, 24, 36, 48, 96 cần được điền vào các hình tròn, mỗi hình tròn một số, sao cho tích của ba số trên mỗi đoạn thẳng trong ba đoạn thẳng đó là như nhau. Hỏi số được điền ở hình tròn trung tâm có thể là những số nào?



Lời giải. Gọi các số được điền theo chiều kim đồng hồ là a, b, c, d, e, f và số được điền ở tâm là x. Thế thì $axd=bxe=cxf$ hay $ad=be=cf$. Suy ra $abcdef=\frac{2^{17}\cdot 3^{10}}{x}$ là số lập phương, điều đó chứng tỏ $x=2^m\cdot 3^n$ với m, n là các số tự nhiên và $m\equiv 2\pmod 3$, $n\equiv 1\pmod 3$.

Đối với các số được cho ở đề bài, ta được ngay $x=12$ hoặc $x=96$.

Mặt khác:

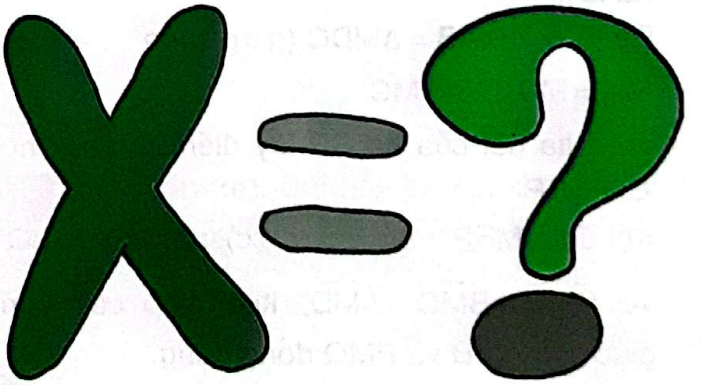
+ Với $x=12$, nếu điền các số theo chiều kim đồng hồ là 9, 18, 24, 96, 48, 36 thì thỏa mãn.

+ Với $x=96$, nếu điền các số theo chiều kim đồng hồ là 9, 12, 18, 48, 36, 24 thì thỏa mãn.

Vậy $x\in\{12; 96\}$.

Nhận xét. Đây là một bài toán số học hay, thú vị nhưng khá mới lạ. Các bạn sau có lời giải tốt: *Lê Minh Tiến*, 7A3, *Đào Duy Thành Công*, 8A1, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình, **Bắc Ninh**; *Thái Hữu Đạt*, 7A, THCS Bạch Liêu, Yên Thành; *Lê Kim Ngân*, 7A1, THCS Quỳnh Thiện, Hoàng Mai; *Hoàng Văn Duy*, 8D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**.

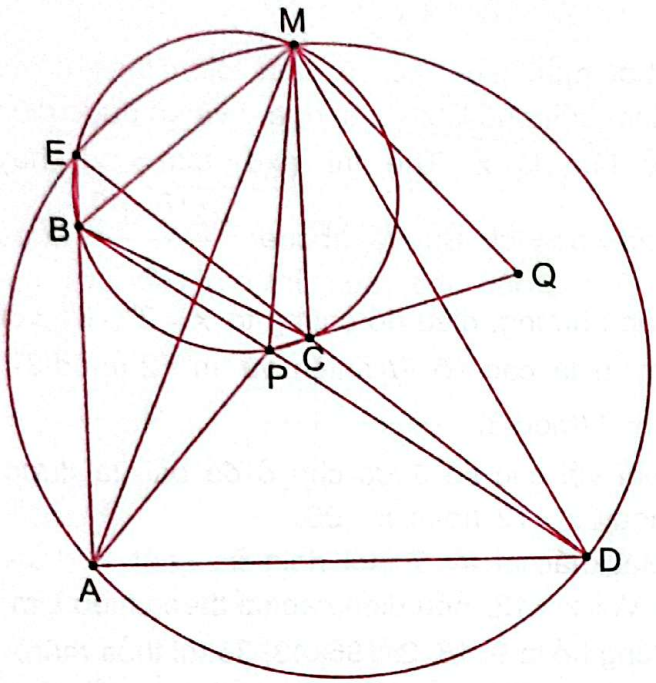
VÕ QUỐC BÁ CẨN



Được quét bằng CamScanner

Bài 8(268). Cho tứ giác lồi ABCD với AB = CD. Điểm P nằm trong tứ giác sao cho $\widehat{PBA} + \widehat{PCD} = 180^\circ$. Chứng minh rằng PB + PC < AD.

Lời giải.



Từ $\widehat{PBA} + \widehat{PCD} = 180^\circ$, $\widehat{PBC} < \widehat{ABC}$, $\widehat{PCD} < \widehat{BCD}$ và tổng số đo bốn góc tứ giác ABCD bằng 360°, suy ra $\widehat{BAD} + \widehat{CDA} < 180^\circ$.

Gọi E là giao điểm của AB và CD khi đó E nằm trong nửa mặt phẳng chứa tứ giác với bờ AD, nghĩa là {E, B, A } và {E,C,D} có thứ tự đó trên AB, CD.

Từ điều kiện đã cho suy ra bốn điểm B, P, C, E cùng thuộc một đường tròn. Gọi M là giao điểm khác E của hai đường tròn (PBC) và (EAD).

Dễ thấy ΔMAB = ΔMDC (g.c.g) nên MA = MD, MB = MC.

Trên tia đối của tia CP lấy điểm Q sao cho CQ = BP.

Khi đó ΔMBP = ΔMCQ (c.g.c) nên MP = MQ và $\widehat{PMQ} = \widehat{BMC} = \widehat{AMD}$, kéo theo các tam giác cân AMD và PMQ đồng dạng nên ta có $\frac{AD}{PQ} = \frac{AM}{PM}$. (1)

Mặt khác, dễ thấy $\widehat{APM} > 90^\circ$ nên AM > PM. (2)

Từ (1) và (2) suy ra AD > PQ = PB + PC và ta có điều phải chứng minh.

Nhận xét. Bài toán này khó nên các bạn tham gia đều đưa ra lời giải chưa đầy đủ.

LƯU CÔNG ĐÔNG

ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY

Thi giải toán qua thư

Lê Minh Tiến, 7A3, *Đào Duy Thành Công*, 8A1, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình; *Nguyễn Hữu An Bình*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Hà Vy*, 6A1, THCS Quán Hành, Nghi Lộc; *Hoàng Văn Duy*, 8D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Lê Kim Ngân*, 7A1, THCS Quỳnh Thiện, Hoàng Mai; *Trần Sơn Hà*, 6D, *Đặng Ngọc Minh*, 7C, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Lê Phi Long*, 7A3, THCS Nguyễn Hồng Lễ, Sầm Sơn, **Thanh Hóa**; *Kim Hồng Dương*, 7A6, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**.



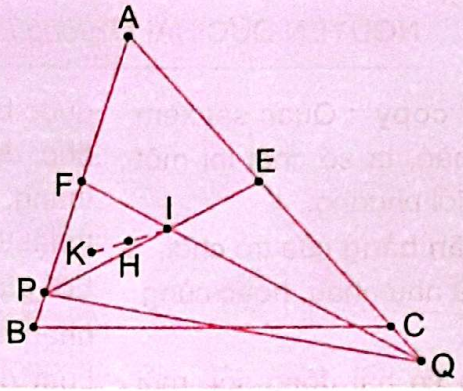
Được quét bằng CamScanner

THÁCH ĐẤU

TRẬN ĐẤU THỨ HAI TRĂM MƯỜI CHÍN

Người thách đấu: Lưu Công Đông *(Trường THPT chuyên ĐHSP Hà Nội).*

Bài toán thách đấu: Cho tam giác ABC có trực tâm H, I là tâm đường tròn nội tiếp. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AC, AB. Các đường thẳng IE và IF lần lượt cắt AB, AC tại P, Q. Gọi K là trực tâm của tam giác APQ. Chứng minh rằng ba điểm I, H, K thẳng hàng.



Kết quả

TRẬN ĐẤU THỨ HAI TRĂM MƯỜI BẢY (TTT2 số 268)

Đề bài. Cho tam giác không vuông ABC có các đường cao AD, BE, CF. Lấy các điểm M, N thuộc miền trong góc BAC sao cho $MF = MB$, $NE = NC$ và $\widehat{MFB} = \widehat{NEC} = \widehat{BAC}$. Gọi I là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác DMN. Chứng minh rằng AI đi qua trung điểm của EF.

Lời giải.

Gọi T là giao điểm của các tiếp tuyến tại B, C của đường tròn (ABC), I là trung điểm của AT. Gọi K là trung điểm của BC và X là trung điểm của TB.

Vì AD // TK và I là trung điểm của AT nên $ID = IK$.

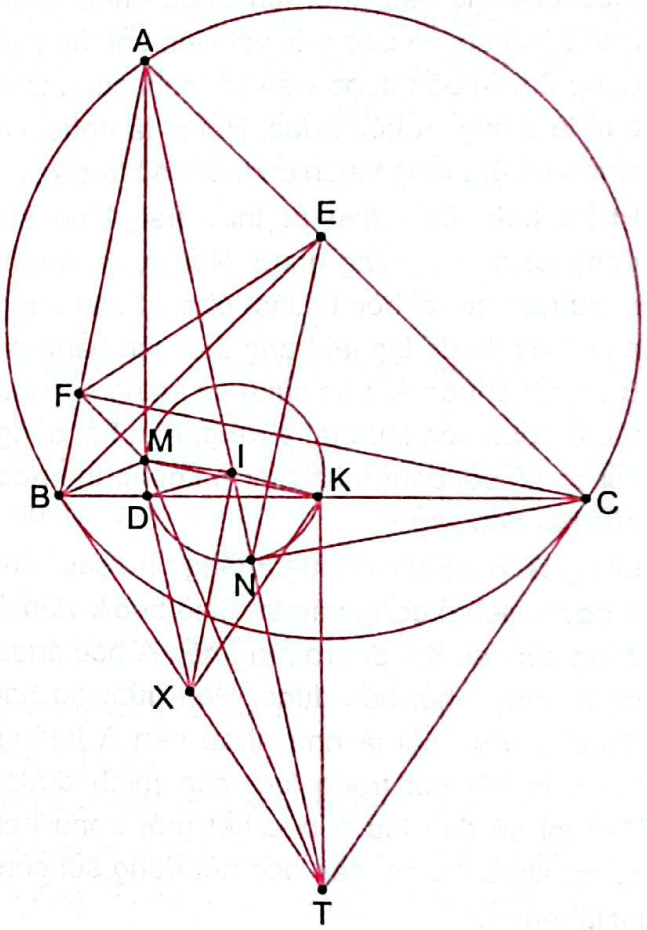
Vì $\widehat{BFM} = \widehat{BAC} = \widehat{BCT}$ nên các tam giác cân BFM và BCT đồng dạng, suy ra các tam giác BFC và BMT đồng dạng nên $\widehat{BMT} = \widehat{BFC} = 90^\circ$.

Do đó bốn điểm B, M, K, T cùng thuộc đường tròn tâm X bán kính XB nên $XM = XK$.

Vì XI // AB, $AB \perp MK$ nên $XI \perp MK$, dẫn đến XI là đường trung trực của đoạn thẳng MK, suy ra $IM = IK$.

Tương tự, $IN = IK$.

Vậy $IM = ID = IN$ nên I là tâm đường tròn (DMN). Từ đó ta có điều phải chứng minh.



HONG HA

Nhận xét. Bài này không khó. Võ sĩ đăng quang trong trận đấu này là: *Nguyễn Manh Đạt*, 8C, THCS Lê Quý Đôn, **Hải Dương**.

LƯU CÔNG ĐÔNG

Được quét bằng CamScanner



XÂY DỰNG CHIẾN THUẬT TRONG BÀI TOÁN TRÒ CHƠI

CAO VĂN DŨNG *(Trường THPT chuyên Hà Nội-Amsterdam)*

NGUYỄN ĐỨC HẢI *(Trường Liên cấp TH&THCS Ngôi sao, Hà Nội)*

Dạng 1. Chiến thuật "copy": Quan sát xem đối phương chơi thế nào, ta sẽ chơi lại một lượt chơi tương tự với đối phương.

Chú ý các trạng thái **cân bằng** của trò chơi, ví dụ số sỏi hai đống là như nhau, hoặc cùng là số chẵn...

Bài toán 1. Trên bàn có hai đống sỏi, mỗi đống có 25 viên sỏi, A và B lần lượt bốc sỏi theo quy tắc sau: Mỗi lần được phép chọn một đống sỏi và bốc một vài viên sỏi tùy ý từ đống đó. Ai bốc được viên sỏi cuối cùng trên bàn là thắng. A bốc trước. Hỏi ai là người có chiến thuật thắng và chiến thuật đó là gì?

Phân tích. Đầu tiên ta thấy hai đống sỏi đang có số sỏi bằng nhau. Nếu A chọn một đống nào đó rồi bốc thì làm phá vỡ cân bằng này. Vậy thì để lập lại trạng thái cân bằng thì B sẽ bắt chước A, bốc cùng số lượng sỏi như thế ở đống còn lại. Lưu ý rằng, nếu hai đống sỏi có số sỏi bằng nhau thì A không thể nào bốc hết được sỏi.

Lời giải. B có chiến thuật thắng như sau: Khi A bốc k viên ở đống nào thì B sẽ bốc k viên ở đống còn lại. Khi đó, rõ ràng nếu A bốc được thì B cũng phải bốc được. Hơn nữa, do hai đống còn số sỏi là như nhau nên A không thể bốc hết sỏi trong lượt của mình được. Vậy thì sẽ đến lúc A bốc hết một trong hai đống, khi đó B chỉ cần bốc hết đống sỏi còn lại là thắng.

Bài toán 2. Trên bàn có hai đống sỏi, lần lượt có 25 và 26 viên sỏi, A và B lần lượt bốc sỏi theo quy tắc sau: Mỗi lần được phép chọn một đống sỏi, nếu đống đó có n viên thì được bốc k viên sao cho n chia hết cho k. Ai bốc được viên sỏi cuối cùng trên bàn là thắng. A bốc trước. Hỏi ai là người có chiến thuật thắng và chiến thuật đó là gì?

Lời giải. Vì số sỏi hai đống đang chênh lệch nhau nên A có chiến thuật thắng:

Lượt đầu, A bốc 1 viên ở đống có 26 viên (được phép vì 26 chia hết cho 1).

Lúc này hai đống có số sỏi bằng nhau (trạng thái cân bằng).

Từ đó trở đi, nếu B bốc k viên ở đống nào thì A cũng bốc k viên ở đống còn lại. Khi đó A sẽ bốc được viên sỏi cuối cùng và giành chiến thắng.

Bài toán 3. Trên bàn có hai túi kẹo: túi thứ nhất có 18 viên kẹo, túi thứ hai có 21 viên kẹo. An và Bình cùng chơi một trò chơi như sau: mỗi lượt chơi, một bạn sẽ lấy đi 1 viên kẹo từ một túi bất kì hoặc là mỗi túi lấy đi 1 viên kẹo. Hai bạn luân phiên thực hiện lượt chơi của mình. Người đầu tiên không thể thực hiện được lượt chơi của mình là người thua cuộc, người còn lại là người thắng cuộc. Nếu An là người lấy kẹo trước, hãy chỉ ra chiến thuật chơi của An để An là người thắng cuộc.

(Trích đề thi vào lớp 10 chuyên Tin, TP. Hà Nội, năm 2023)

Lời giải. An có chiến thuật giành chiến thắng.

Lượt đầu An bốc 1 viên từ túi 21 viên. Khi đó hai túi còn 18 và 20 viên kẹo, đều là số chẵn.

Được quét bằng CamScanner

Từ đó, chiến thuật của An là nếu Bình bốc như thế nào thì An bốc theo y hệt như vậy.

Ta chỉ ra chiến thuật này hợp lí.

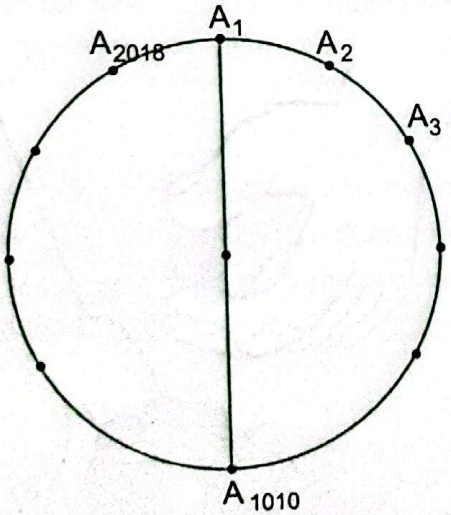
Thật vậy, nếu Bình bốc 1 viên kẹo ở một túi nào đó, thì túi đó sẽ có lẻ viên kẹo, tức là không thể hết kẹo được. Khi đó An có quyền bốc tiếp ở chính túi đó 1 viên kẹo và hai túi lại cùng có chẵn viên kẹo. Nếu Bình bốc mỗi túi một viên, thì mỗi túi cũng có lẻ viên kẹo và An cũng có thể bốc giống Bình.

Cứ như thế, An sẽ bốc được viên kẹo cuối cùng.

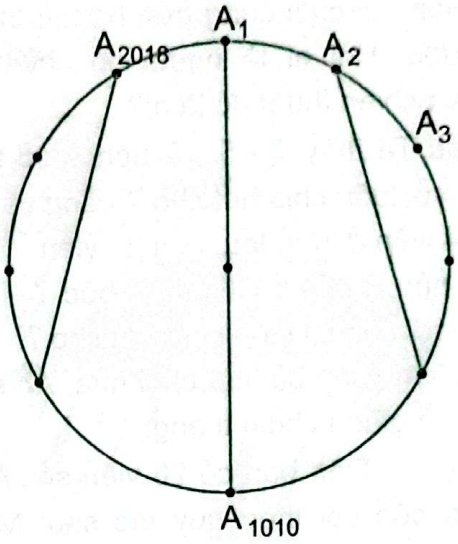
Bài toán 4. Trên một đường tròn cho 2018 điểm phân biệt. Hai bạn An và Bình cùng chơi một trò chơi như sau: Mỗi lượt chơi, một bạn được phép chọn ra hai điểm trong số 2018 điểm đã cho để nối với nhau tạo thành một đoạn thẳng, sao cho nó không có điểm chung với các đoạn thẳng đã vẽ trước đó. Nếu ai không thực hiện được lượt chơi là thua. An chơi trước. Hãy chỉ ra chiến thuật của An để An là người thắng cuộc.

(Trích đề thi vào lớp 10 chuyên Tin, TP. Hà Nội, năm 2018)

Lời giải. Lượt đầu An nối một đoạn thẳng "chính giữa" (chẳng hạn từ điểm thứ nhất đến điểm thứ 1010) để chia đôi đường tròn làm hai phần, mỗi phần có số điểm như nhau.



Từ đó trở đi, Bình chỉ được nối được đoạn thẳng ở một phần của đường tròn (vì không được cắt qua đoạn chính giữa đã nối). Khi đó An chỉ cần nối 1 đoạn tương tự ("đối xứng" với đoạn mà Bình vừa nối) ở phần còn lại của đường tròn là được.



Chiến thuật này sẽ hiệu quả, vì nếu Bình nối được thì An cũng phải nối được, do đó trò chơi sẽ tiếp diễn tới khi Bình không thể nối thêm đoạn nào nữa và thua, hoặc đơn giản hơn là sẽ...bỏ cuộc vì thất vọng.

Dạng 2. Chiến thuật "pressing": Ép đối thủ luôn phải ở các vị trí thua, hoặc phải chơi những lượt chơi bất lợi, khiến họ không thể nào giành chiến thắng.

Bài toán 5. Trên bàn có 25 viên sỏi, A và B lần lượt bốc sỏi theo quy tắc sau: Mỗi lần được phép bốc một viên sỏi hoặc một nửa số sỏi (nếu số sỏi còn lại là chẵn). Ai bốc được viên sỏi cuối cùng trên bàn là thắng. A bốc trước. Hỏi ai là người có chiến thuật thắng và chiến thuật đó là gì?

Lời giải. Vì 25 là số lẻ nên A bắt buộc phải bốc 1 viên.

Lúc này B có chiến thuật thắng như sau: B cứ bốc 1 viên, thế thì A lại tiếp tục gặp một đống sỏi có lẻ viên và lại phải bốc 1 viên và B có chẵn viên sỏi.

Đến khi còn 4 viên thì B sẽ không bốc 1 viên nữa mà bốc 2 viên (2 là một nửa của 4), thế thì còn 2 viên và B thắng sau hai lượt đi nữa.

Được quét bằng CamScanner

Bài toán 6. Trên bàn có 25 viên sỏi, A và B lần lượt bốc sỏi theo quy tắc sau: Mỗi lần được phép bốc từ 2 đến 5 viên sỏi. Ai bốc được viên sỏi cuối cùng trên bàn là thắng. A bốc trước. Hỏi ai là người có chiến thuật thắng và chiến thuật đó là gì?

Lời giải. Ta thấy $2+5=7$ nên A có thể giữ cho số sỏi luôn chia hết cho 7 bằng cách:

A bốc 4 viên ở lượt đầu, còn 21 viên.

Từ đó, nếu B bốc x viên thì A bốc $7-x$ viên nên số sỏi còn lại luôn chia hết cho 7.

Cứ như vậy, sau ba lượt chơi nữa, An sẽ bốc hết sỏi và giành chiến thắng.

Bài toán 7. Trên bàn có 26 viên sỏi, A và B lần lượt bốc sỏi theo quy tắc sau: Mỗi lần được phép bốc p^k viên sỏi, trong đó p là một số nguyên tố và k là một số tự nhiên. Ai bốc được viên sỏi cuối cùng trên bàn là thắng. A bốc trước. Hỏi ai là người có chiến thuật thắng và chiến thuật đó là gì?

Lời giải. Chiến thuật của A là đưa số sỏi về số chia hết cho 6:

Lượt đầu bốc 2 viên, còn 24 viên.

Ở các lượt tiếp theo, vì p^k không chia hết cho 6 với mọi số nguyên tố p, nên sau khi B bốc xong thì số sỏi không chia hết cho 6. Lúc này tùy xem số sỏi chia 6 dư bao nhiêu, A sẽ quyết định bốc 1, 2, 3, 4, 5 viên tương ứng, vì những số này đều có thể viết dưới dạng p^k.

Thế thì số sỏi còn lại vẫn chia hết cho 6 và trò chơi cứ diễn biến cho đến khi A bốc được hết sỏi.

Bài tập tự luyện

Bài 1. Trên bàn có hai đống sỏi, lần lượt có 25 và 30 viên sỏi, A và B lần lượt bốc sỏi theo quy tắc sau: Mỗi lần được phép chọn một đống sỏi, nếu đống đó có n viên thì được bốc k viên sao cho n chia hết cho k. Ai bốc được viên sỏi cuối cùng trên bàn là thắng. A bốc trước. Hỏi ai là người có chiến thuật thắng và chiến thuật đó là gì?

Hướng dẫn. Lượt đầu A bốc 5 viên ở đống 30 viên (vì 30 chia hết cho 5).

Lúc đó 2 đống bằng nhau và nếu B bốc thế nào thì A bốc như thế ở đống còn lại.

Bài 2. Trên bàn có 25 viên sỏi, A và B lần lượt bốc sỏi theo quy tắc sau: Mỗi lần được phép bốc từ 2 đến 7 viên sỏi. Ai bốc được viên sỏi cuối cùng trên bàn là thắng. A bốc trước. Hỏi ai là người có chiến thuật thắng và chiến thuật đó là gì?

Hướng dẫn. Lượt đầu A bốc 7 viên để còn 18 viên, chia hết cho 9.

Sau đó nếu B bốc x viên thì A bốc $9-x$ viên là xong.

Bài 3. Trên bàn có 26 viên sỏi, A và B lần lượt bốc sỏi theo quy tắc sau: Mỗi lần được phép bốc 1 viên sỏi hoặc $\frac{1}{4}$ số sỏi (nếu số sỏi còn lại chia hết cho 4). Ai bốc được viên sỏi cuối cùng trên bàn là thắng. A bốc trước. Hỏi ai là người có chiến thuật thắng và chiến thuật đó là gì?

Hướng dẫn. 26 là số không chia hết cho 4 nên A phải bốc 1 viên, còn 25 viên.

Lúc này vì số lẻ nên B cứ phải bốc 1, đến khi còn 8 viên thì A bốc 2, còn 6.

Lúc này B cũng chỉ bốc 1, xong A cứ bốc 1 viên là về đích.

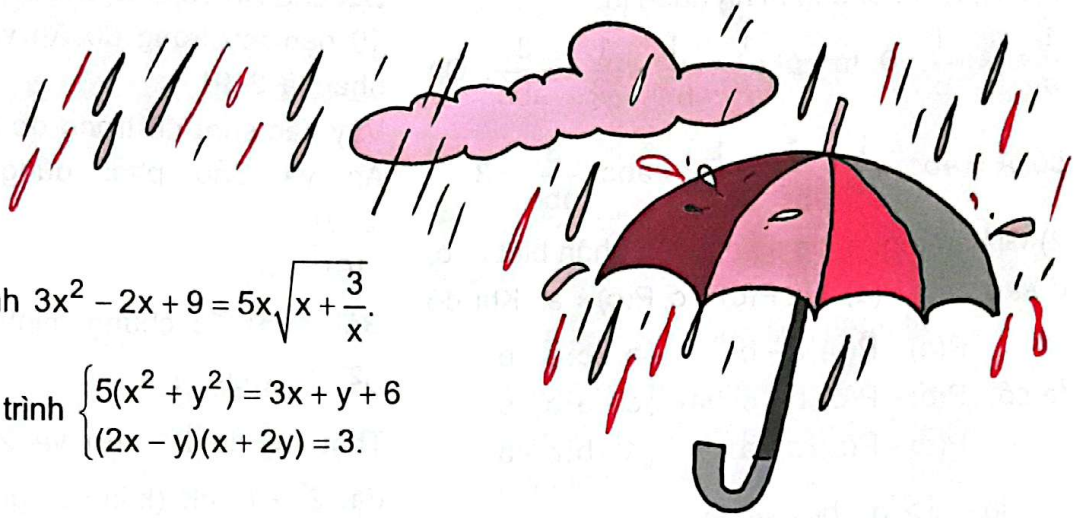


Được quét bằng CamScanner



ĐỀ THI THỬ MÔN TOÁN CHUYÊN

Thời gian làm bài: 150 phút



Bài 1. *(3,0 điểm)*

1) Giải phương trình $3x^2 - 2x + 9 = 5x\sqrt{x + \frac{3}{x}}$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 5(x^2 + y^2) = 3x + y + 6 \\ (2x - y)(x + 2y) = 3. \end{cases}$

Bài 2. *(3,0 điểm)*

1) Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn $x^4 + 5xy + 15y = 5x^2 + x^3y + 3x^2y$.

2) Với a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 3$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2(ab + bc + ca) + \frac{3}{abc}$.

Bài 3. *(3,0 điểm)* Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O). Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại P. Gọi X, Y lần lượt là hình chiếu vuông góc của O lên các cạnh AD, BC.

a) Chứng minh rằng $\widehat{PXA} = \widehat{PYB}$.

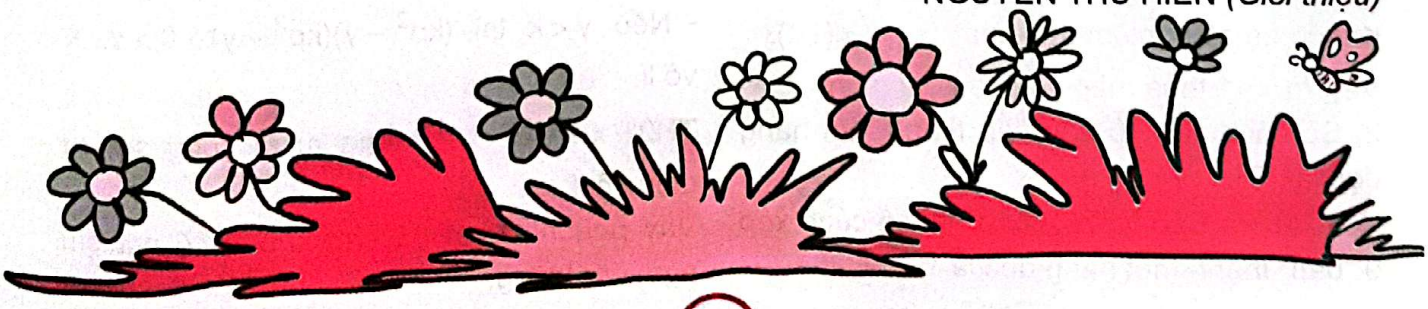
b) Giả sử đường thẳng qua P vuông góc với OP cắt cạnh BC, AD lần lượt tại L, K. Chứng minh rằng P là trung điểm của LK.

c) Giả sử có các điểm Q, R lần lượt thuộc các đoạn thẳng DK, CL sao cho PO là phân giác của góc QPR. Gọi M là giao điểm của PQ và BC, N là giao điểm của PR và AD. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{PQ} + \frac{1}{PN} = \frac{1}{PM} + \frac{1}{PR}.$$

Bài 4. *(1,0 điểm)* Cho 25 điểm trên mặt phẳng, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Người ta muốn tô màu tất cả các đoạn thẳng nối giữa chúng, mỗi đoạn thẳng được tô bởi đúng một màu, sao cho không có tam giác nào có hai cạnh cùng màu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu màu để có thể tô được như trên?

NGUYỄN THU HIỀN *(Giới thiệu)*



Được quét bằng CamScanner

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI THỬ MÔN TOÁN CHUYÊN

(Đề đăng trên TTT2 số 269+270)

Bài 1. 1) Dễ chứng minh được từ $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0$ ta có $\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}+\frac{1}{c^3}=\frac{3}{abc}$. Do đó $A=abc\left(\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}+\frac{1}{c^3}\right)=abc\cdot\frac{3}{abc}=3.$

2) Giả sử tồn tại ba số nguyên phân biệt a, b, c sao cho $P(a)=b, P(b)=c, P(c)=a$. Khi đó ta có $\begin{cases}P(a)-P(b)\vdots a-b\\P(b)-P(c)\vdots b-c\\P(c)-P(a)\vdots c-a\end{cases}$ hay $\begin{cases}b-c\vdots a-b\\c-a\vdots b-c\\a-b\vdots c-a\end{cases}$

$$\Rightarrow\begin{cases}|b-c|\geq|a-b|\\|c-a|\geq|b-c|\\|a-b|\geq|c-a|\end{cases}$$

$$\Rightarrow|a-b|\geq|c-a|\geq|b-c|\geq|a-b|$$

$$\Rightarrow|a-b|=|c-a|=|b-c|.$$

Không mất tính tổng quát, giả sử b là số lớn nhất, thì từ $|a-b|=|b-c|$, suy ra $b-a=b-c$, dẫn đến $a=c$ (mâu thuẫn).

Vậy không tồn tại ba số nguyên phân biệt a, b, c thỏa mãn đề bài.

Bài 2. 1) Dễ thấy nếu (x_0, y_0) là một nghiệm của hệ thì (y_0, x_0) cũng là một nghiệm của hệ. Nếu hệ có nghiệm duy nhất thì $x_0=y_0$. Do đó ta có phương trình $x^2-2x-m=0$, nên hệ có nghiệm duy nhất khi phương trình trên có nghiệm duy nhất hay $\Delta'=1+m=0\Leftrightarrow m=-1$.

Khi đó hệ có nghiệm duy nhất (x, y) = (1, 1).

Vậy $m=-1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

2) Số cách xếp 10 bạn xếp thành một hàng dọc là 10!.

Xem An và Bảo là "một bạn" thì số cách xếp 9 "bạn" thành một hàng dọc là 9!.

Đổi chỗ An và Bảo cho nhau được cách xếp 10 bạn mà trong đó An và Bảo đứng cạnh nhau là $2\cdot 9!$.

Vậy xác suất để trong đó nhất thiết hai bạn An và Bảo phải đứng cạnh nhau là $\frac{2\cdot 9!}{10!}=\frac{1}{5}$.

Bài 3. a) Ta chứng minh nếu $2^n+1\vdots n$ thì $2^{2^n+1}+1\vdots 2^n+1$.

Thật vậy do $2^n+1\vdots n$ và 2^n+1 lẻ nên n lẻ, đặt $2^n+1=nk$ (k là số nguyên lẻ). Khi đó ta có $2^{2^n+1}+1=(2^n)^k+1\vdots 2^n+1$.

Với $n=1, n=3$ thỏa mãn tính chất trên nên $n=2^3+1=9, n=2^9+1,...$ cũng thỏa mãn. Từ đó ta có điều phải chứng minh.

2) Phương trình đã cho tương đương với $x(x+1)=y(y+1)p^4$, suy ra $x(x+1)\vdots p^4$, dẫn đến $x\vdots p^4$ hoặc $x+1\vdots p^4$ do $(x, x+1)=1$.

TH1. $x\vdots p^4$ ta đặt $x=p^4k$ (k là số nguyên dương) thay vào phương trình ta được

$$p^4k(p^4k+1)=p^4y(y+1)$$

$$\Leftrightarrow k(p^4k+1)=y(y+1)$$

$$\Leftrightarrow (kp^2-y)(kp^2+y)=y-k.$$

- Nếu $y=k$ thì $p=1$ không là số nguyên tố.
- Nếu $y>k$ thì

$y-k\geq kp^2+y\Leftrightarrow k(1+p^2)\leq 0$ vô lí.

- Nếu $y<k$ thì $(kp^2-y)(kp^2+y)>0>y-k$ vô lí.

TH2. $x+1\vdots p^4$ xét tương tự ta cũng suy ra điều vô lí.

Vậy phương trình đã cho không có nghiệm nguyên dương.

Được quét bằng CamScanner

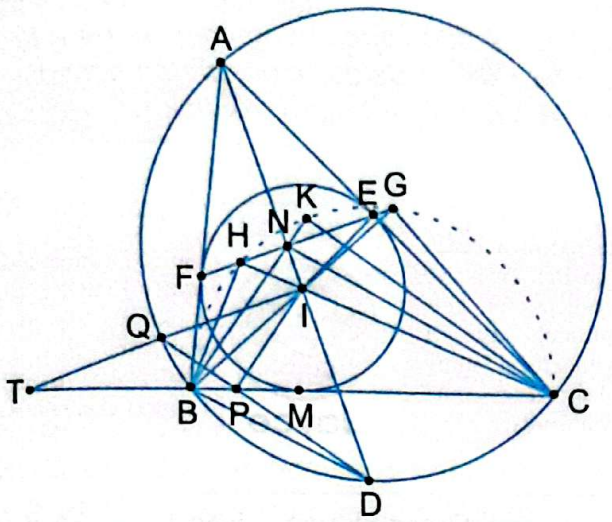
Bài 4. a) Ta có

$\widehat{DIB} = \widehat{IAB} + \widehat{IBA} = \widehat{DBC} + \widehat{IBC} = \widehat{DBI}$.

Do đó tam giác DBI cân tại D nên $DI = DB$.

Kết hợp với $DB = DC$ ta được $DI = DB = DC$.

Suy ra D là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCI, mà TI vuông góc với ID nên TI là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BCI.



b) Dễ thấy các tam giác DBP và DQB đồng dạng nên $\frac{DB}{DP} = \frac{DQ}{DB}$, dẫn đến $\frac{DI}{DP} = \frac{DQ}{DI}$, suy ra các tam giác DIP và DQI đồng dạng nên $\widehat{DPI} = \widehat{DIQ} = 90^\circ$. Do đó $IP^2 = PD \cdot PQ$.

Tứ giác BDCQ nội tiếp có $PD \cdot PQ = PB \cdot PC$.

Từ đó suy ra $IP^2 = PB \cdot PC$.

c) Gọi G, H theo thứ tự là giao điểm của EF với BI, CI và M là tiếp điểm của (I) với BC.

Ta có $\widehat{BIC} = 90^\circ + \frac{\widehat{BAC}}{2} = \widehat{ANF} + \widehat{FAN} = \widehat{BFG}$,

suy ra các tam giác BIC và BFG đồng dạng nên $\frac{BC}{BG} = \frac{BI}{BF} = \frac{BI}{BM}$, dẫn đến các tam giác BGC và BMI đồng dạng nên

$\widehat{BGC} = \widehat{BMI} = 90^\circ$.

Chứng minh tương tự, ta có $\widehat{BHC} = 90^\circ$.

Từ đó suy ra tứ giác BCGH nội tiếp đường tròn đường kính BC.

Gọi K là giao điểm của tia BN với đường tròn trên thì $\widehat{BKC} = 90^\circ$.

Ta có $\widehat{BNC} = \widehat{NKC} + \widehat{NCK} = 90^\circ + \widehat{NCK} > 90^\circ$ nên góc BNC là góc tù.

Bài 5. Giả sử ở thời điểm n, các số có mặt trên bảng là $a_1, a_2, \ldots, a_k$ thế thì tổng các số là $S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_k$.

Ở thời điểm $n+1$ ta xóa hai số a_i, a_j và thay bởi số $|a_i - a_j|$ thì

$S_{n+1} = S_n - (a_i + a_j) + |a_i - a_j|$.

Suy ra S_{n+1} và S_n cùng tính chẵn lẻ vì $a_i + a_j$ và $|a_i - a_j|$ cùng tính chẵn lẻ.

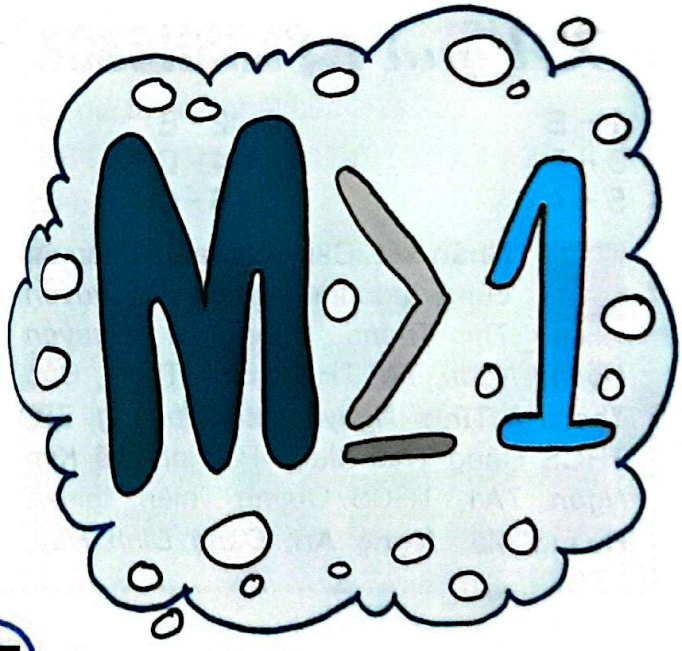
Do đó mỗi lần thao tác thì tính chẵn lẻ của tổng các số có mặt trên bảng không đổi.

Lúc đầu tổng các số là $1 + 2 + \ldots + 2025$ là số lẻ nên cuối cùng m lẻ, do đó $m \geq 1$.

Tiếp theo ta sẽ chứng minh rằng có thể thực hiện được các thao tác để $m = 1$.

Lượt thứ nhất xóa cặp số (2, 3), lượt thứ hai xóa cặp số (4, 5), ..., lượt thứ 1012 xóa cặp số (2024, 2025). Thế thì sau lượt thứ 1012 trên bảng còn 1013 số 1. Bắt đầu từ đây chọn hai số 1 từ trái qua phải rồi xóa ta sẽ thu được dãy số 0, 0,..., 0, 1. Cuối cùng cứ chọn 2 số 0 bất kì để xóa thì trên bảng còn lại hai số 0, 1. Xóa bước cuối thì còn lại số 1.

Vậy giá trị nhỏ nhất có thể có của m là 1.



Được quét bằng CamScanner



Kì này "MY LAST VACATION"

NGUYỄN MINH KHANG *(Hà Nội)*

Xin chào các nhà thám hiểm nhí của Vườn Anh! Bạn có bao giờ tưởng tượng mình sẽ leo núi, ăn món ngon ở nước ngoài, hay giúp đỡ bảo vệ môi trường trong kì nghỉ chưa?
Trong mini game siêu vui này, bạn sẽ được đọc những chia sẻ thú vị từ 3 "du khách" đáng yêu và khám phá xem họ đã tham gia những hoạt động nào trong kì nghỉ vừa qua! Nhiệm vụ của bạn: Đọc kĩ các bài viết ngắn, rồi tick (✓) vào các hoạt động đúng với mỗi người nhé!



Omar

I went trekking in northern Thailand for a week. No internet, just trails, forests, and sleeping under the stars. It was physically exhausting but peaceful.



Ben

I volunteered at a beach cleanup in Bali. We also ran workshops for kids about plastic waste. I stayed with a local family and learned some Indonesian words.



Jayce

I joined a street food tour across Vietnam. I took a cooking class in Hanoi and even tried making pho! I also visited a few temples along the way.

Activity Description	Omar	Jayce	Ben
A. Physical adventure	☐	☐	☐
B. Environmental volunteering	☐	☐	☐
C. Cultural exchange/ Language learning	☐	☐	☐
D. Culinary trave	☐	☐	☐
E. Digital detox	☐	☐	☐

Kết quả A FLASHBACK TO 50 YEARS AGO (TTT2 số 268)

1 – B
2 - E
3 – F
4 - D
5 – A
6 - C

HONG HA

Nhận xét. Các bạn sau có đáp án đúng được thưởng kì này: *Nguyễn Thị Thanh Sang, Lê Nguyễn Hoàng Ngân*, 7A, THCS Bình Thịnh, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Mai Phương*, 7B, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Lê Kim Ngân*, 7A1, THCS Quỳnh Thiện, thị xã Hoàng Mai, **Nghệ An**; *Đặng Đình Huy*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**.

Xin gửi lời khen tới các bạn sau: Các bạn sau được khen: *Đặng Phương Chi*, 6B, *Trần Hoàng Vũ*, 7C, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Nguyễn Phúc Hưng, Nguyễn Đình Lộc, Đặng Văn Hoàng*, 6A1, THCS Quán Hành, Nghi Lộc, **Nghệ An**; *Nguyễn Minh Sơn*, 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**.

Chủ Vườn

Được quét bằng CamScanner

Kì 82

NGUYỄN ĐỨC TẤN

Bài 1. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $2a+3b+4c=2025$ và $\frac{1}{2a+3b}+\frac{1}{3b+4c}+\frac{1}{4c+2a}=\frac{107}{47250}$. Tính giá trị của biểu thức

$$M=\frac{a}{18b+24c}+\frac{b}{16c+8a}+\frac{c}{6a+9b}.$$

Bài 2. Với a, b, c là các số thực không âm thỏa mãn $a^2+b^2+c^2+abc=4$, tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=a+b+c$.

Bài 3. Cho S là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số. Lấy ngẫu nhiên một số từ tập hợp S. Tính xác suất để số lấy được là số chính phương.

Bài 4. Cho tập hợp $M=\{1; 2; 3;...; 24; 25\}$. Chứng minh rằng trong 17 phần tử bất kì của tập hợp M, ta luôn chọn được hai phần tử khác nhau trong 17 số đó mà tích của chúng là số chính phương.

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A $\left(AB<\frac{AC}{2}\right)$. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho CD = AB. Trên tia đối của tia AB lấy điểm E sao cho BE = AD. Gọi M là giao điểm của BD và CE. Tính số đo góc BMC.

Kết quả Kì 80 (TTT2 số 268)

CLB1. Với $a+b+c=0$ ta có

$$M=\frac{a^4}{(a^2-b^2+c^2)(a^2+b^2-c^2)}+\frac{b^4}{(b^2-c^2+a^2)(b^2+c^2-a^2)}+\frac{c^4}{(c^2-a^2+b^2)(c^2+a^2-b^2)}$$

$$=\frac{a^4}{(-2ca)(-2ab)}+\frac{b^4}{(-2ab)(-2bc)}+\frac{c^4}{(-2bc)(-2ca)}$$

$$=\frac{a^2}{4bc}+\frac{b^2}{4ca}+\frac{c^2}{4ab}=\frac{a^3+b^3+c^3}{4abc}=\frac{3abc}{4abc}=\frac{3}{4}.$$

CLB2. ĐKXĐ: $x\neq 1$.

Phương trình đã cho có thể viết lại thành

$$\left(x-1+\frac{5}{x-1}\right)^2-12\left(x-1+\frac{5}{x-1}\right)+36=0$$

hay $\left(x-1+\frac{5}{x-1}-6\right)^2=0$, suy ra

$(x-1)^2-6(x-1)+5=0$.

Từ đây ta tìm được tập nghiệm của phương trình là $x\in\{2; 6\}$.

CLB3. Không mất tính tổng quát, giả sử $a>b>c$, mà a, b, c là các số nguyên dương nên $a-b\geq 1$, $b-c\geq 1$, suy ra $a-c\geq 2$.

Do đó $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$

$$=\frac{1}{2}\left[(a-b)^2+(b-c)^2+(a-c)^2\right]$$

$$\geq\frac{1}{2}(1^2+1^2+2^2)=3.$$

Lại có

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$

$+3(ab+bc+ca)\geq 3+3\cdot 29999=90000$.

Suy ra $a+b+c\geq 300$.

Từ đó $P=a^3+b^3+c^3-3abc$

$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

$\geq 300\cdot 3=900$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi chẳng hạn $a=101$, $b=100$, $c=99$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 900.

CLB4. Nếu $p=2$ thì $p^4+p^3+1=25$ là số chính phương.

Nếu $p>2$ thì $4(p^4+p^3+1)$

$>4(p^4+p^3+1)-(3p^2+2p+3)=(2p^2+p-1)^2$.

$4(p^4+p^3+1)=(2p^2+p)^2+(4-p^2)<(2p^2+p)^2$.

Như vậy $(2p^2+p-1)^2<4(p^4+p^3+1)<(2p^2+p)^2$

nên p^4+p^3+1 không là số chính phương.

Vậy $p=2$ thì p^4+p^3+1 là số chính phương.

(Xem tiếp trang 30)

Được quét bằng CamScanner



Các bạn hãy giải bài toán sau bằng tiếng Anh và gửi về tòa soạn nhé! Năm bạn có bài giải tốt nhất sẽ được nhận quà.

Problem 61(271). Prove that the equation $y^2 = x^5 - 4$ has no integer solutions.

TS. ĐỖ ĐỨC THÀNH

Trường liên cấp Tiểu học và THCS Ngôi Sao Hà Nội

Kết quả **Problem 59(268).**

First, the problem states:

x cows x+1 cans x+2 days

Multiply the current number of cows by $\frac{x+3}{x}$ to get the number of cows you want, and divide the number of days by the same amount because an increase in cows will cause a decrease in time.

$$x \times \frac{x+3}{x},\ x+1,\ (x+2) \times \frac{x+3}{x}$$

Finally, multiply the current amount of cans by $\frac{x+5}{x+1}$ to get the number of cans you want, and multiply the number of days by the same amount because an increase in cans will cause an increase in time.

$$x \times \frac{x+3}{x},\ (x+1) \times \frac{x+5}{x+1},\ (x+2) \times \frac{x}{x+3} \times \frac{x+5}{x+1}$$

Therefore, for $x = 3$, our answer is 5.

Answer: 5.

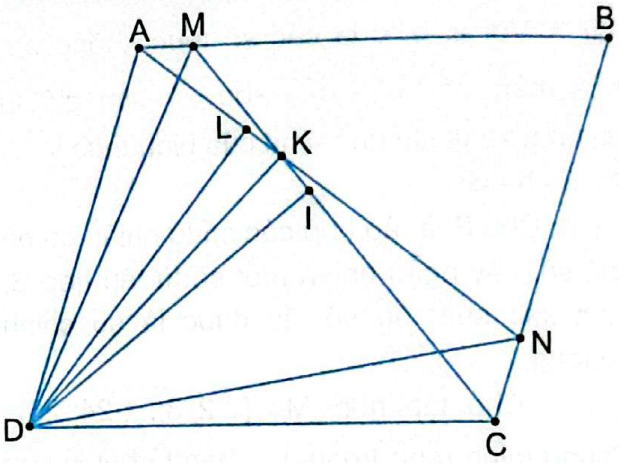
Nhận xét. Chúc mừng bạn sau có lời giải đúng, được thưởng kì này: *Nguyễn Thị Huệ Phương*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong; *Nguyễn Kim Quang*, 8A2, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Cẩm Tú*, 7A, THCS Lập Thạch, Lập Thạch, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Đức Hoàng*, 6A, THCS Đặng Thai Mai, **Nghệ An**; *Nguyễn Trần Bảo Hân*, 7A1, THCS Lê Văn Thiêm, **Hà Tĩnh**.

ĐỖ ĐỨC THÀNH

Kết quả **Kì 80 (TTT2 số 268)**

(Tiếp theo trang 29)

CLB5. Vẽ đường cao DL của tam giác ADN và đường cao DI của tam giác CDM.



Do $S_{ADN} = S_{CDM} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$ nên

$\frac{1}{2} AN \cdot DL = \frac{1}{2} CM \cdot DI$,

mà $AN = CM$ nên $DL = DI$.

Suy ra $\Delta DKL = \Delta DKI$ (cạnh huyền-cạnh góc vuông), dẫn đến $\widehat{DKL} = \widehat{DKI}$, suy ra KD là tia phân giác của góc AKC.

Nhận xét. Một số bạn khi giải bài 3 không để ý a, b, c là các số nguyên dương nên tìm ra giá trị nhỏ nhất của P là 0 khi $a = b = c = \sqrt{\frac{29999}{3}}$. Các bạn sau có lời giải tốt, được thưởng kì này: *Lê Nguyễn Ngọc Diệp*, 8A1, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình, **Bắc Ninh**; *Phan Khôi Nguyên*, 7D, THCS Đặng Thai Mai; *Hoàng Văn Duy*, 8D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**.

NGUYỄN QUANG TUẤN

Được quét bằng CamScanner



Thì thầm... Thì thầm thôi...

Tuổi hồng... xin cứ tuổi hồng
Chuyện gì quá sớm... xin không trả lời

Hỏi: Sắp đến ngày Phụ nữ Việt Nam (20/10), em muốn chọn một món quà thật ý nghĩa để tặng mẹ và cô giáo chủ nhiệm nhưng nghĩ mãi vẫn chưa ra. Anh Phó có thể gợi ý cho em được không ạ?

NGUYỄN T. B

(THCS Võ Chí Công, Thanh Khê, Đà Nẵng)

Đáp:

Món quà tặng mẹ, tặng cô
Sao cho tương xứng tình trò nghĩa con.
Món quà đó, chẳng gì hơn
Chăm ngoan học giỏi, sắt son nghĩa tình.

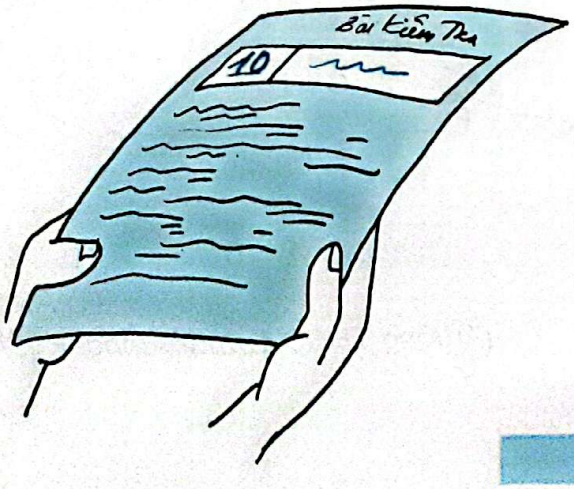
Hỏi: Em học giỏi và thích môn Ngữ văn, nhưng một số bạn lại nói, môn học này phù hợp với các bạn gái hơn. Là nam giới, lại đam mê văn học, nghe vậy cũng rất băn khoăn. Em muốn xin ý kiến của anh Phó về việc này ạ?

HÀ L. N

(THCS Nguyễn Bỉnh Khiêm, Long Biên, Hà Nội)

Đáp:

Văn chương chữ nghĩa xưa nay
Đâu phân biệt bởi nam hay nữ nào?
Những người nổi tiếng, "trình cao"
Nam nhân không ít đó sao, em mình.



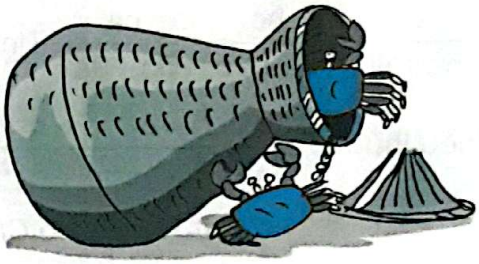
Hỏi: Hiện nay chúng em được sống trong khung cảnh hòa bình, độc lập, tự do và sung sướng. Tuy vậy, đôi khi nghe câu "Nhất nam viết hữu, thập nữ viết vô" cũng gợn buồn. Em muốn biết ý nghĩ của anh Phó như thế nào khi nghe câu này ạ?

VŨ T. Q

(THCS Trần Hưng Đạo, Thủy Nguyên, Hải Phòng)

Đáp:

Thói xưa lạc hậu, khắt khe
Trọng nam khinh nữ, ta nghe chạnh lòng.
Từ ngày Cách mạng thành công
Gái trai bình đẳng, thoả lòng dân ta.



Hỏi: Ở nông thôn, em thường nghe các cụ khuyên con cái là: "chồng là giỏ, vợ là hom". Em hiểu tất cả các từ trong câu, như "giỏ" là dụng cụ đựng cá tôm, "hom" là nắp đậy cái giỏ, thế nhưng không thể hiểu được nghĩa của câu này. Anh Phó gợi ý cách hiểu câu này được không ạ?

ĐẶNG B. K

(THCS Lương Văn Ninh, Nho Quan, Ninh Bình)

Đáp:

Giỏ đầy cua ếch, cá tôm
Muốn lưu giữ được, cần hom đậy vào.
Làm ra tiền của cỡ nào
Vợ không biết giữ làm sao sang giàu.

ANH PHÓ GỠ

Được quét bằng CamScanner



CÁC LỚP 6 & 7

Bài 1(271). Nếu viết số 2028 dưới dạng tổng của các số chính phương khác 0 thì ta phải cần ít nhất bao nhiêu số hạng?

HUỲNH THANH TÂM

(Phường Bình Định, Gia Lai)

Bài 2(271). Cho ba số a, b, c khác 0 thỏa mãn $\frac{ab}{5a+9b}=\frac{bc}{5b+9c}=\frac{ca}{5c+9a}$. Tính giá trị của biểu thức $M=\frac{a^{2025}+b^{2025}+c^{2025}}{a^{2025}-b^{2025}+c^{2025}}$.

TẠ THẬP *(TP. Hồ Chí Minh)*

Bài 3(271). Cho x, y, z là các số nguyên thỏa mãn $xyz=2023^{2026}$. Tìm số dư trong phép chia tổng $S=2023x^2+2024y^2+2025z^2$ cho 24.

NGUYỄN TẤN NGỌC

(Phường Bình Định, Gia Lai)

Bài 4(271). Cho điểm O nằm bên trong tam giác ABC. Tia AO cắt BC tại M, tia BO cắt CA tại N, tia CO cắt AB tại P. Giả sử $\frac{PA}{2024}=\frac{1}{MB}$ và $\frac{PB}{2025}=\frac{1}{MC}$. Tính tỉ số $\frac{NA}{NC}$.

NGUYỄN NGỌC HÙNG

(Trường THCS Hoàng Xuân Hãn, Hà Tĩnh)

CÁC LỚP THCS

Bài 5(271). Xét bảng ô vuông cỡ 7×7. Hỏi phải tô ít nhất bao nhiêu ô vuông đơn vị của bảng sao cho mọi hình vuông cỡ 2×2 đều chứa ít nhất hai ô được tô màu?

NGUYỄN TIẾN LÂM

(CLB Toán A1, Hà Nội)

Bài 6(271). Cho tam giác ABC có h_a, h_b, h_c lần lượt là độ dài ba đường cao hạ từ các đỉnh A, B, C và r_a, r_b, r_c lần lượt là độ dài bán kính đường tròn bàng tiếp của các góc A, B, C. Chứng minh rằng $\sqrt{\frac{h_a}{r_b}}+\sqrt{\frac{h_b}{r_c}}+\sqrt{\frac{h_c}{r_a}}\le 3$.

HOÀNG LÊ NHẬT TÙNG

(Trường THCS Trần Duy Hưng, Hà Nội)

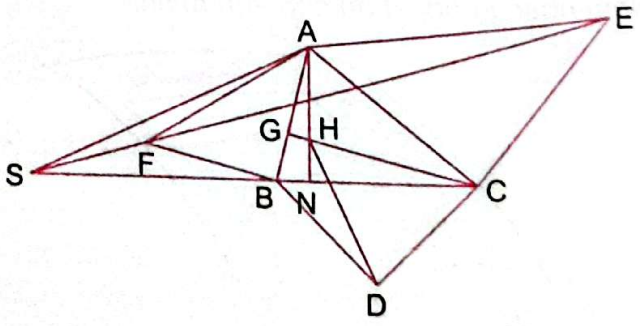
Bài 7(271). Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=a+b+c$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{a^4+b+c}+\frac{1}{b^4+c+a}+\frac{1}{c^4+a+b}\le\frac{3}{a+b+c}.$$

HOÀNG NGỌC MINH

(Trường THPT chuyên KHTN, ĐHQG Hà Nội)

Bài 8(271). Cho tam giác nhọn ABC ($AB<AC$) có các đường cao AN, CG cắt nhau tại H. Về phía ngoài tam giác ABC, dựng các tam giác BDC, ACE, ABF lần lượt vuông cân tại D, C, B. Gọi S là giao điểm của EF với BC. Chứng minh hai đường thẳng HD và AS vuông góc với nhau.



TÔ AN KỲ

(Trường THCS Trưng Vương, Hà Nội)

Được quét bằng CamScanner

VỞ KẺ NGANG

Thiết kế tươi sáng, hợp xu hướng

Công nghệ sản xuất hiện đại

Sản phẩm đạt chất lượng cao

Đa dạng định lượng, kích thước, số trang



HONG HA

TRỤ SỞ CHÍNH
Cơ sở I: 25 Lý Thường Kiệt, Cửa Nam, HN
Cơ sở II: 672 Ngô Gia Tự, Việt Hưng, HN
Tel: 024.36523330 * Fax: 024.36524157
Email: congty@vpphongha.com.vn
Website: www.vpphonghaonline.com.vn

CHI NHÁNH ĐÀ NẴNG
Số 23-25 Yên Thế, An Khê,
Thành phố Đà Nẵng
Điện thoại: 0236 3649 046
Fax: 0236 3649 046

CHI NHÁNH TP.HCM
Số 618 Trần Đại Nghĩa, Tân Tạo,
Thành phố Hồ Chí Minh
Điện thoại: 028 3756 2158
Fax: 028 3756 2157

Được quét bằng CamScanner

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM
CTCP ĐẦU TƯ VÀ PHÁT TRIỂN GIÁO DỤC HÀ NỘI

TIẾNG ANH GLOBAL SUCCESS

GLOBAL SUCCESS

TRI THỨC VIỆT - CHUẨN QUỐC TẾ

Đáp ứng tiêu chuẩn SGK quốc tế
với khung tham chiếu trình độ ngôn ngữ CEFR và thang đánh giá năng lực GSE

Nâng cao kiến thức ngôn ngữ từ cơ bản đến nâng cao
tăng cường khả năng học tập và ứng dụng thực tế

Phát triển 4 kỹ năng Nghe – Nói – Đọc – Viết
lấy giao tiếp làm trung tâm

Trang bị kỹ năng học tập thế kỷ 21
giao tiếp, hợp tác, tư duy phản biện và sáng tạo





ĐỪNG BỎ QUA

ỨNG DỤNG HỌC TIẾNG ANH GLOBALSPEAK

GLOBAL speak

- Lộ trình học logic
- Gia sư AI đỉnh cao - luyện nghe nói phát âm, giao tiếp lưu loát
- Kho Game vô tận với kho từ vựng tương đương IELTS 6.5

Cào mã thẻ tại bìa 2 SGK Tiếng Anh Global Success để kích hoạt sử dụng miễn phí

TẢI APP NGAY

Google Play
App Store
Windows

HỖ TRỢ - GIẢI ĐÁP - TƯ VẤN

gs.hoclieu.vn | Tiếng Anh Global Success | 1900 636 011 | hotro@hoclieu.vn

Giá: 18 000 đồng

Được quét bằng CamScanner