NĂM THỨ
HAI MƯƠI MỐT
ISSN 1859-2740

Toán tuổi thơ 2

9/9
208
NĂM HỌC 2019 - 2020

TRUNG HỌC CƠ SỞ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO



Trọng tâm chạy trên đường nào?

DANH SÁCH CÁ NHÂN ĐOẠT GIẢI "THI GIẢI TOÁN QUA THƯ"

Năm học 2019 - 2020

✻ **GIẢI VÀNG:** *Nguyễn Anh Thư*, 7A1, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Nguyễn Gia Bảo*, 7B, *Ngô Thị An Bình*, 8E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

✻ **GIẢI BẠC:** *Nguyễn Sỹ Bách*, 7D, *Nguyễn Công An*, 8C, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**; *Bạch Thái Sơn*, 7A1, THCS Vĩnh Yên, Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Tuấn Dương*, 9D5, THCS Chu Văn An, Q. Ngô Quyền, **Hải Phòng**.

✻ **GIẢI ĐỒNG:** *Tạ Kim Nam Tuấn*, 8A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Hán Vũ Long*, *Trần Minh Khôi*, 9C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì; *Trần Thị Yến Khanh*, *Hà Quang Tùng*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Kim Mạnh*, *Lê Văn Quang Hiếu*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Hoàng Anh Khôi*, 7C1, THCS Archimedes Academy, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**.

✻ **GIẢI KHUYẾN KHÍCH:** *Huỳnh Nguyên Phát*, 8A1, THCS Mỹ Lộc, Phù Mỹ, **Bình Định**; *Dương Trung Quốc*, 6D, THCS Lập Thạch, Lập Thạch, **Vĩnh Phúc**; *Lương Minh Hiếu*, 9C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Trần Phương Mai*, 7B, THCS Hồ Xuân Hương, Quỳnh Lưu; *Phan Hữu Cường*, 7B, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Phạm Duy Nguyên Lâm*, 8A1, THCS Thanh Xuân, Q. Thanh Xuân; *Lê Duy Anh*, *Nguyễn Lương Uy*, *Đỗ Hoàng Nhật Nam*, 9C1, THCS Archimedes Academy, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Lê Đăng Quang*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**.

DANH SÁCH HỌC SINH ĐOẠT GIẢI CUỘC THI CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ TRÊN TẠP CHÍ

Năm học 2019 - 2020

✻ **GIẢI NHẤT:** *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**; *Ngô Thị An Bình*, 8E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

✻ **GIẢI NHÌ:** *Trần Trung Phúc*, 8A4, THCS Ngô Gia Tự, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Nguyễn Phạm Thanh Nga*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Trần Anh Vũ*, 9A, THCS Hợp Tiến, Nam Sách, **Hải Dương**.

✻ **GIẢI BA:** *Phan Thùy Trâm*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Nguyễn Hoàng Hải*, 7C, THCS số 1 Bảo Hà, Bảo Yên, **Lào Cai**; *Nguyễn Thanh Tuấn*, 8G, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

✻ **GIẢI KHUYẾN KHÍCH:** *Nguyễn Minh Vương*, 9A5, THCS Cầu Giấy, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Đặng Quang Huy*, 8G, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Nguyễn Công An*, 8C, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Lê Thị Thu Thủy*, 9A3, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**.

Toán tuổi thơ 2 TRUNG HỌC CƠ SỞ

Children's Fun Maths Journal

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HỘI ĐỒNG BIÊN TẬP

Phó Tổng biên tập NXBGD Việt Nam:
TS. TRẦN QUANG VINH
Phó Tổng biên tập phụ trách tạp chí:
TRẦN THỊ KIM CƯƠNG

ỦY VIÊN

NGND. VŨ HỮU BÌNH
TS. NGUYỄN MINH ĐỨC
ThS. ĐẶNG HIỆP GIANG
TS. NGUYỄN MINH HÀ
ThS. NGUYỄN NGỌC HÂN
PGS. TS. VŨ ĐÌNH HÒA
ThS. TRẦN QUANG HÙNG
TS. LÊ THỐNG NHẤT
PGS. TS. TẠ DUY PHƯỢNG
ThS. PHẠM ĐỨC TÀI
NGND. PGS. TS. TÔN THÂN
PGS. TS. LÊ ANH VINH

TÒA SOẠN

Tầng 2, nhà A, số 187B Giảng Võ, phường Cát Linh, quận Đống Đa, Hà Nội
Điện thoại: 024.35682701 - Fax: 024.35682702
Email (Ban biên tập): bbttoantuoitho@gmail.com
Email (Trị sự - Phát hành): tapchitoantuoitho@gmail.com
Website: http://www.toantuoitho.vn

ĐỐI TÁC ĐẠI DIỆN PHÍA NAM

Công ty cổ phần Đầu tư và Phát triển Giáo dục Phương Nam
231 Nguyễn Văn Cừ, Q.5, TP. Hồ Chí Minh
ĐT: 028.73035556, Email: thitruong@phuongnam.edu.vn

Trị sự - Phát hành:
TRỊNH THỊ TUYẾT TRANG,
NGUYỄN THỊ HUYỀN THANH, NGUYỄN THỊ HẢI ANH
Biên tập - Chế bản:
NGUYỄN QUANG TUẤN, VŨ THỊ MAI, ĐỖ TRUNG KIÊN
Mĩ thuật: **TRẦN NGỌC TRƯỜNG**

CHỊU TRÁCH NHIỆM XUẤT BẢN

Chủ tịch Hội đồng Thành viên NXBGD Việt Nam:
NGUYỄN ĐỨC THÁI
Tổng Giám đốc NXBGD Việt Nam:
HOÀNG LÊ BÁCH
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NXBGD Việt Nam:
PHAN XUÂN THÀNH

TRONG SỐ NÀY

Dành cho các nhà toán học nhỏ 2
Sử dụng nguyên lí cực hạn trong giải toán (Tiếp theo kì trước)
Cao Văn Dũng

Rừng cười 4
Con gì?
Lê Anh Tuấn

Đo trí thông minh 5
Chọn số nào?
Vũ Thế Thám

Sai ở đâu? Sửa cho đúng 7
Lời giải đã đúng chưa?
Trần Anh Tuấn

Phá án cùng thám tử Sê Lốc Cốc 10
Dieter nói dối?
Trần Phương Nam

Compa vui... tính 15
Trọng tâm chạy trên đường nào?
Phạm Tuấn Khải

Thách đấu 21
Trận đấu thứ một trăm bảy mươi hai
Hoàng Lê Nhật Tùng

Giải toán thế nào? 22
Bốn cách giải cho một bài toán
Nguyễn Tiến Lâm

Vào thăm Vườn Anh 28
Ô chữ Color
Trần Thị Thảo

Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ 29
Kì 35
Võ Xuân Minh

Minh họa bìa 1: Nguyễn Hồng Quân *(Công ty cổ phần Mĩ thuật và Truyền thông)*

SỬ DỤNG NGUYÊN LÍ CỰC HẠN TRONG GIẢI TOÁN

CAO VĂN DŨNG

Trường THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam

(Tiếp theo kì trước)

3. Sử dụng nguyên lí cực hạn để giải phương trình nghiệm nguyên

Bài toán 7. Tìm các số nguyên dương x, y thoả mãn $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{3}$.

Lời giải. Do vai trò bình đẳng của x, y nên giả sử $x \geq y \geq 1$.

Ta có $\frac{1}{3}=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\leq\frac{1}{y}+\frac{1}{y}=\frac{2}{y}\Rightarrow y\leq 6$. (1)

Mặt khác do x nguyên dương nên $\frac{1}{y}<\frac{1}{3}\Leftrightarrow y>3$. (2)

Vì y là số nguyên nên từ (1) và (2) ta suy ra $4\leq y\leq 6$.

Từ đó ta có các nghiệm nguyên dương của phương trình là $(x; y)\in\{(4; 12); (12; 4); (6; 6)\}$.

Bài toán 8. Chứng minh phương trình $x^2+y^2=3z^2$ không có nghiệm nguyên dương.

Lời giải. Giả sử phương trình có nghiệm nguyên dương (x_o, y_o, z_o) với z_o nhỏ nhất trong các giá trị z thỏa mãn phương trình.

Khi đó ta có $x_o^2+y_o^2=3z_o^2$. (1)

Nếu x_o không chia hết cho 3 thì $x_o^2\equiv 1 \pmod 3 \Rightarrow y_o^2\equiv 2 \pmod 3$ (vô lí).

Do đó x_o chia hết cho 3 nên $x_o = 3x_1$ $(x_1\in\mathbb{Z}_+)$.

Thay vào (1) ta có $9x_1^2+y_o^2=3z_o^2$. (2)

Suy ra y_o chia hết cho 3 nên $y_o = 3y_1$ $(y_1\in\mathbb{Z}_+)$. Thay vào (2) ta có

$9x_1^2+9y_1^2=3z_o^2\Leftrightarrow 3x_1^2+3y_1^2=z_o^2$. (3)

Do đó z_o chia hết cho 3 nên $z_o = 3z_1$ $(z_1\in\mathbb{Z}_+)$. Thay vào (3) ta có

$3x_1^2+3y_1^2=9z_1^2\Leftrightarrow x_1^2+y_1^2=3z_1^2$

nên ta thu được nghiệm mới $(x_1; y_1; z_1)$ của phương trình, vô lí với cách chọn z_o.

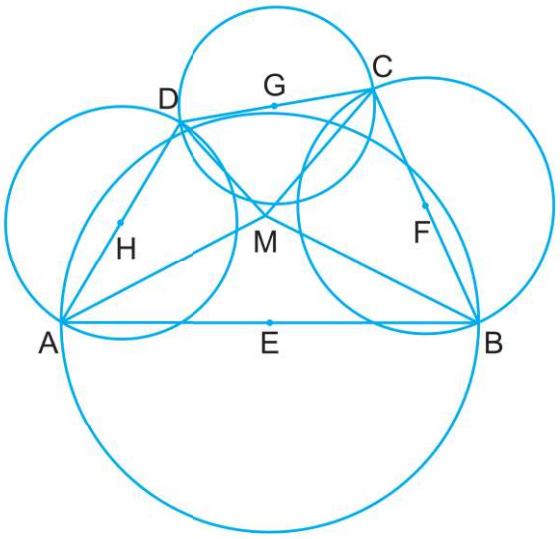
Vậy phương trình không có nghiệm nguyên dương (đpcm).

4. Sử dụng nguyên lí cực hạn để giải các bài toán hình học

Bài toán 9. Chứng minh 4 hình tròn có đường kính là 4 cạnh của một tứ giác lồi thì phủ kín miền tứ giác đó.

Lời giải. Lấy M là một điểm tùy ý của tứ giác lồi ABCD có hai khả năng xảy ra

- Nếu M nằm trên một cạnh của tứ giác lồi ABCD. Khi đó M nằm trong hình tròn có đường kính là cạnh ấy.
- Nếu M nằm bên trong tứ giác lồi ABCD.



Khi đó ta có

$\widehat{AMB} + \widehat{BMC} + \widehat{CMD} + \widehat{DMA} = 360^o$.

Theo nguyên lí cực hạn, tồn tại $\alpha = \max\{\widehat{AMB}, \widehat{BMC}, \widehat{CMD}, \widehat{DMA}\}$.

Khi đó $\alpha \geq 90^o$. Không mất tính tổng quát, ta giả sử $\alpha = \widehat{AMB}$.

Suy ra M nằm trong hình tròn đường kính AB.

Vậy M bị phủ kín bởi hình tròn này.

Do M là điểm bất kì của tứ giác ABCD và M luôn thuộc một hình tròn nào đó có đường kính là một cạnh của tứ giác ABCD nên tứ giác ABCD sẽ bị phủ kín bởi 4 hình tròn có đường kính là bốn cạnh.

Bài toán 10. Chứng minh rằng nếu tất cả các cạnh của một tam giác nhỏ hơn 1 thì diện tích tam giác nhỏ hơn $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

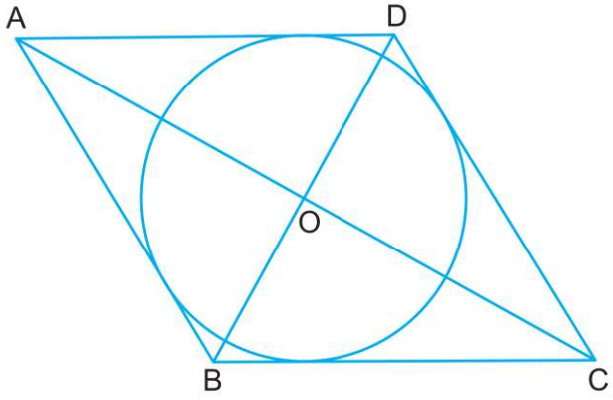
Lời giải. Gọi A là góc nhỏ nhất của tam giác ABC khi đó $\widehat{BAC} \leq 60^o$.

Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.AC.\sin A$

$< \frac{1}{2}.1.1.\sin 60^o = \frac{1}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ (đpcm).

Bài toán 11. Cho tứ giác ABCD ngoại tiếp đường tròn tâm O. Chứng minh rằng: Nếu các đường chéo AC và BD giao nhau tại O thì tứ giác ABCD là hình thoi.

Lời giải. Không mất tính tổng quát, ta giả sử $OC \leq OA$, $OB \leq OD$.



Gọi B' và C' lần lượt là các điểm đối xứng của B và C qua O.

Suy ra OB = OB', OC = OC'.

Vì BC là tiếp tuyến của (O) nên B'C' cũng tiếp xúc với (O).

Do đó A ≡ C', D ≡ B'

$\Rightarrow$ OA = OC và OB = OD

Do đó ABCD là hình bình hành.

Mặt khác ABCD ngoại tiếp đường tròn (O) nên AB + CD = AD + BC

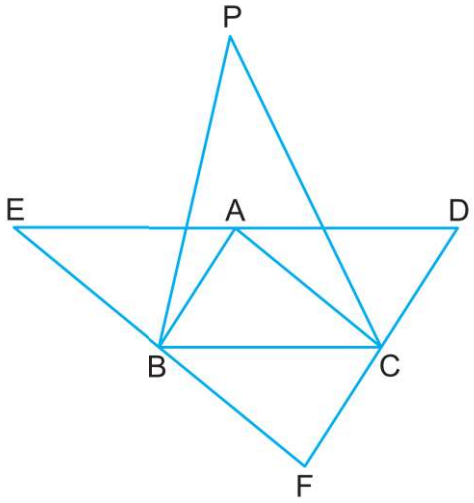
$\Leftrightarrow$ 2.AB = 2.AD $\Leftrightarrow$ AB = AD.

Từ đó suy ra ABCD là hình thoi.

Bài toán 12. Cho n điểm ($n \geq 3$) nằm trên một mặt phẳng thỏa mãn tính chất sau: Nếu ta chọn ra từ đó ba điểm bất kì A, B, C thì diện tích tam giác ABC luôn nhỏ hơn 1. Chứng minh rằng toàn bộ n điểm đó nằm bên trong hoặc trên biên của một tam giác với diện tích nhỏ hơn 4.

Lời giải. Gọi ABC là tam giác có diện tích lớn nhất trong số các tam giác với ba đỉnh lấy từ n điểm đã cho.

Xét tam giác DEF sao cho A, B, C lần lượt là trung điểm của các cạnh DE, EF, FD.



Ta có $S_{DEF} = 4S_{ABC} < 4$. Ta chứng minh n điểm đã cho nằm bên trong hoặc trên biên của tam giác DEF.

Thật vậy, giả sử tồn tại điểm P nằm ngoài tam giác DEF. Ta nối P với hai đỉnh của tam giác ABC, chẳng hạn PB và PC.

Khi đó ta có $S_{PBC} > S_{ABC}$ mâu thuẫn với giả thiết diện tích tam giác ABC là lớn nhất.

Vậy toàn bộ n điểm đó nằm bên trong hoặc trên biên của một tam giác với diện tích nhỏ hơn 4.

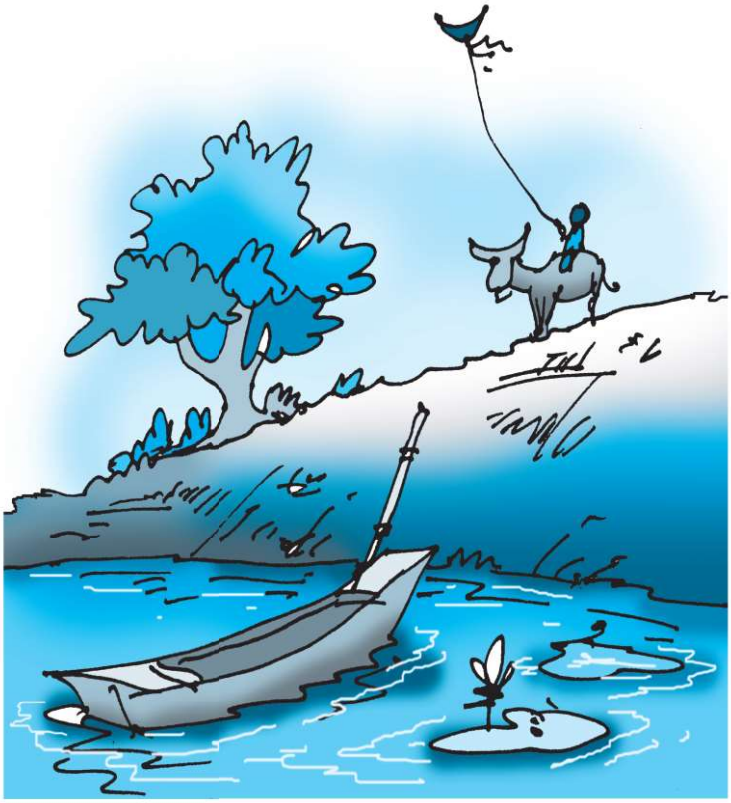
Rừng Cười

Kì này Con gì?

Con gì phải bắt đi cai?
Con gì để dọa chẳng ai được nhìn?
Con gì muốn có phải in?
Con gì chứng nhận phải xin đóng vào?
Con gì ngăn nước trên cao?
Con gì mùa lũ biết bao nhọc nhằn?
Con gì bị chết khi nằm?
Con gì lỡ để bị ăn thua liền?
Con gì mà chỉ khát tiền?
Con gì người điều khiển nên bao trò?
Con gì thủy lợi chăm lo?
Con gì phải chống sào cho vào bờ?
Thần dân yêu Toán Tuổi thơ
Nhanh tay đáp giỏi sẽ chờ Trẫm khao!

LÊ ANH TUẤN
(Quỳnh Đôi, Quỳnh Lưu, Nghệ An)





Kết quả **(TTT2 số 206)**

Bê gì?

Bê con theo mẹ là bò
Bê bối vỡ lở để cho người cười
Bê tha tệ nạn ăn chơi
Bê thui thơm phức để mời ai ăn
Bê tông từ sắt, xi măng
Bê 52 Mỹ từng quăng bom nhiều
Bê 1 nhớ uống đúng liều
Bê tráp ăn hỏi là điều tất nhiên
Bê mâm bát đĩa để trên
Bê chữ cái đánh vần lên là bờ.

HONG HA®

Nhận xét. Vua Tếu sẽ ban thưởng cho ba thần dân có tên sau đây: *Trần Hữu Nhân*, 6A, THCS Bình Thịnh, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Đỗ Ngọc Tiến*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**, *Nguyễn Mai Chi*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**.

VUA TẾU



Kì này CHỌN SỐ NÀO?

Giỏi đố Tài: Bạn hãy chọn số đo cho một hình nào đó để diện tích S của nó có dạng a^3 (đơn vị diện tích).

Tài ngẫm nghĩ rồi đố lại: Bạn hãy chọn số đo cho một khối hình nào đó để thể tích V của nó có dạng b^4 (đơn vị thể tích).

Giỏi bảo: Chúng mình nghĩ giống nhau và kết quả S, V chỉ là số gần đúng. Bạn có biết số đó là số nào không?

VŨ THẾ THÁM

Trường THCS Vĩnh Tuy, Bình Giang, Hải Dương

Kết quả HÌNH NÀO PHÙ HỢP? (TTT2 số 206)

Đáp án: Hình D.

Quy luật. Dùng phương pháp loại trừ. Tấm bìa là hình khai triển của hình lập phương. Cho các mặt của hình lập phương (khai triển) ghép kề với nhau. Nhận xét vị trí tương đối của hai hình trong hai mặt tương ứng.

Chẳng hạn, khi ghép mặt có hai vạch song song kề với mặt có chấm tròn thì đầu của hai vạch phải chạm vào mặt có chấm tròn, loại hình B.

Tương tự, loại trừ được các hình A, C, E.

Vậy khi gấp tấm bìa ta nhận được hình D.

HONG HA

Nhận xét. Đa số các bạn chỉ nêu đáp án mà không giải thích chi tiết. Xin trao thưởng cho các bạn: *Hà Đức Trí*, 6A, THCS Lập Thạch, Lập Thạch, **Vĩnh Phúc**; *Đỗ Ngọc Tiến*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Sỹ Bách*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Nguyễn Mai Chi*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Trần Thị Thảo Linh*, 7A, THCS Bình Thịnh, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

Các bạn sau được tuyên dương: *Phạm Minh Châu*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Trần Minh Hoàng*, *Trần Minh Tráng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**; *Đoàn Ngọc Tuấn*, 7A3, THCS Chu Mạnh Trinh, Văn Giang, **Hưng Yên**.

NGUYỄN XUÂN BÌNH





Các bạn hãy giải bài toán sau bằng tiếng Anh và gửi về tòa soạn nhé! Năm bạn có bài giải tốt nhất sẽ được nhận quà.

Problem 14(208). Let E(m) denote the number of even digits in m, for example, E(2) = 1, E(19) = 0, E(5672) = 2 etc.

Find E[E(101) × E(201) × E(301) × … × E(2001)].

TS. ĐỖ ĐỨC THÀNH

Trường liên cấp Tiểu học và THCS Ngôi Sao Hà Nội

Kết quả

Problem 12(206). Let x be the number of marbles found in the bag in the beginning. Then $\frac{x}{2}$ must be an integer if x is even.

Also, $\left[\left(\frac{x}{2}+1\right)+\frac{1}{3}\left(\frac{x}{2}-1\right)\right]=\frac{2x+2}{3}$ must be an integer. Hence 2x + 2 is a multiple of 3.

As 2x + 2 is also even, then, 2x + 2 is also a multiple of 6.

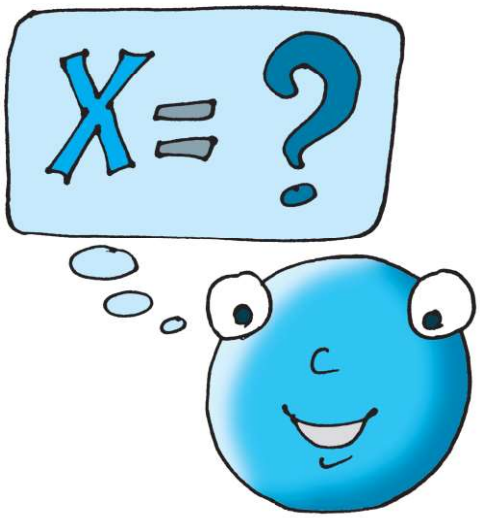
Consequently, 2x is a multiple of 6 plus 4, or x is a multiple of 3 plus 2.

As x is even, it should also be a multiple of 2.

Hence x is a multiple 6 plus 2.

Nhận xét. Chúc mừng các bạn sau đã có lời giải hay, chính xác cho bài toán và được thưởng kì này: *Phan Thùy Trâm*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**.

ĐỖ ĐỨC THÀNH



ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY

Thi giải toán qua thư

Huỳnh Nguyên Phát, 8A1, THCS Mỹ Lộc, Phù Mỹ, **Bình Định**; *Võ Anh Sự*, 7A, THCS Nguyễn Khuyến, Ea Kar, **Đắk Lắk**; *Bạch Thái Sơn*, *Phan Đức Bạt*, 7A1, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Đức Trọng*, 9E, THCS Đa Tốn, Gia Lâm; *Nguyễn Hoàng Nhật Nam*, 6A12, THCS Vinschool Times City, Q. Hai Bà Trưng; *Đỗ Hoàng Nhật Nam*, 9C1, THCS Achimedes Academy, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Tất Thắng*, 9D, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Nguyễn Anh Thư*, 7A1, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Lê Thành Trung*, 9D, THCS Điện Biên, TP. Thanh Hóa, **Thanh Hóa**.

CÁCH ĐẶT MUA TẠP CHÍ NĂM 2020

*** Đặt tại bưu điện của VNPT:** Tạp chí Toán Tuổi thơ 1: **C169**; Tạp chí Toán Tuổi thơ 2: **C169.1**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 1 năm 2018: **C169.2**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 2 năm 2018: **C169.3**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 1 năm 2019: **C169.4**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 2 năm 2019: **C169.5**.

*** Các tập thể nhà trường có thể đặt qua Phòng GD và ĐT hoặc Sở GD và ĐT.**

Thông tin chi tiết liên hệ qua số máy 0912268725 (gặp chị Trịnh Thị Tuyết Trang).



LỜI GIẢI ĐÃ ĐÚNG CHƯA?

TRẦN ANH TUẤN
Trường THCS Phú Phúc, Lý Nhân, Hà Nam

Bài toán. Cho phương trình bậc hai $x^2 - (2m - 1)x + m^2 - 2m = 0$ (m là tham số). Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Hãy xác định m để biểu thức

$A = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Một bạn đã có lời giải như sau:

Theo định lí Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 1 \\ x_1x_2 = m^2 - 2m. \end{cases}$

Do đó

$A = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2$

$= (2m - 1)^2 - 3(m^2 - 2m) = m^2 + 2m + 1$

$= (m + 1)^2 \geq 0.$

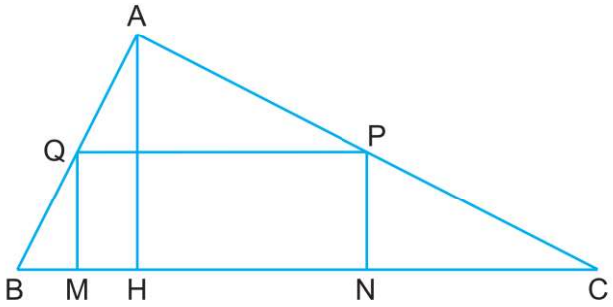
Vậy A đạt giá trị nhỏ nhất bằng 0 khi và chỉ khi $m = -1$.

Bạn có ý kiến gì về lời giải trên?

Kết quả **(TTT2 số 206)**

LỜI GIẢI ĐÃ HOÀN HẢO CHƯA?

Lời giải mới xét trường hợp hai cạnh của hình chữ nhật nằm trên hai cạnh góc vuông. Còn phải xét trường hợp hình chữ nhật có hai đỉnh nằm trên cạnh huyền, hai đỉnh còn lại nằm trên hai cạnh góc vuông.



Hạ AH vuông góc với BC.

Đặt PQ = x, PN = y. Cần xác định vị trí của P, Q để x.y lớn nhất.

Ta có $\frac{x}{BC} = \frac{AP}{AC} = \frac{HN}{HC}$,

$\frac{y}{AH} = \frac{NC}{HC}$.

Suy ra $\frac{x}{BC} + \frac{y}{AH} = \frac{HN}{HC} + \frac{NC}{HC} = 1.$

Do đó $\frac{x}{BC}.\frac{y}{AH}$ lớn nhất khi $\frac{x}{BC} = \frac{y}{AH}$

$\Leftrightarrow \frac{HN}{HC} = \frac{NC}{HC}$

$\Leftrightarrow HN = NC.$

Khi đó P là trung điểm của AC, Q là trung điểm của AB.

Vậy hình chữ nhật MNPQ có diện tích lớn nhất khi P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AC, AB.

Lưu ý rằng trong cả hai trường hợp, giá trị lớn nhất của hình chữ nhật được cắt ra đều bằng $\frac{1}{2}S_{ABC}$.

HONG HA

Nhận xét. Chỉ có hai bạn sau phát hiện ra lời giải chưa đủ trường hợp và bổ sung thêm cho đúng: *Nguyễn Kim Mạnh*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Trần Trung Phúc*, 8A4, THCS Ngô Gia Tự, Hồng Bàng, **Hải Phòng**.

VI MẠNH TƯỜNG

HƯỚNG DẪN GIẢI
ĐỀ THI JBMO 2019

VÕ QUỐC BÁ CẨN
Trường Archimedes Academy, Q. Cầu Giấy, Hà Nội

(Đề đăng trên TTT2 số 206)

Bài 1. Với p = 2, chọn x = y = 1, z = 7 ta được bộ số thỏa mãn.

Với p = 3, chọn x = 1, y = 2, z = 3 ta được bộ số thỏa mãn.

Với p = 5, chọn x = y = 1, z = 2 ta được bộ số thỏa mãn.

Xét trường hợp $p \geq 7$. Giả sử tồn tại các số nguyên dương x, y, z sao cho

$A = x^p + y^p + z^p - x - y - z = (x^p - x) + (y^p - y) + (z^p - z)$ là tích của ba số nguyên tố phân biệt.

Ta có các chú ý sau:

- Do $x^p - x$, $y^p - y$, $z^p - z$ là các số chẵn nên A là số chẵn.
- Do p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p lẻ, $p = 2k + 1$ ($k \in \mathbb{N}^*$).

Suy ra $x^p - x = x(x^{2k} - 1)$

$= x(x^2 - 1)\left[(x^2)^{k-1} + (x^2)^{k-2} + \cdots + x^2 + 1\right]$

$= x(x - 1)(x + 1)\left[(x^2)^{k-1} + (x^2)^{k-2} + \cdots + x^2 + 1\right]$

chia hết cho 3.

Hoàn toàn tương tự, ta cũng có $y^p - y$, $z^p - z$ chia hết cho 3 nên A chia hết cho 3.

Theo định lí Fermat nhỏ, ta cũng có

$x^p - x$, $y^p - y$, $z^p - z$ chia hết cho p.

Vì A là tích của ba số nguyên tố phân biệt nên $A = 6p$ hay $(x^p - x) + (y^p - y) + (z^p - z) = 6p$.

Từ đây, dễ thấy trong các số x, y, z phải có một số lớn hơn hoặc bằng 2.

Không mất tính tổng quát, giả sử $x \geq 2$.

Khi đó, ta có

$(x^p - x) + (y^p - y) + (z^p - z) \geq x^p - x$

$= x(x^{p-1} - 1) \geq 2(2^{p-1} - 1) = 2^p - 2.$

Mặt khác, ta lại có

$2^p = (1 + 1)^p = C_p^0 + C_p^1 + C_p^2 + \cdots + C_p^p$

$> C_p^0 + C_p^1 + C_p^2 + C_p^{p-2} + C_p^{p-1} + C_p^p$

$= 2 + 2p + p(p - 1) \geq 2 + 6p.$

Do đó

$(x^p - x) + (y^p - y) + (z^p - z) \geq 2^p - 2 > 6p$

(mâu thuẫn).

Vậy trường hợp này không tồn tại các số nguyên dương x, y, z thỏa mãn yêu cầu.

Tóm lại, các số nguyên tố p cần tìm là 2, 3, 5.

Bài 2. Từ giả thiết, dễ thấy $ab \neq 0$.

Từ $a^4 - 2019a = b^4 - 2019b$, ta có

$(a - b)[(a + b)(a^2 + b^2) - 2019] = 0.$

Do $a \neq b$ nên $(a + b)(a^2 + b^2) = 2019$.

Khi đó, ta có

$2c = a^4 + b^4 - 2019(a + b)$

$= a^4 + b^4 - (a + b)^2(a^2 + b^2)$

$= -2ab(a^2 + b^2 + ab).$

Do $a^2 + b^2 + ab = \left(a + \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3b^2}{4} > 0$ và

$c > 0$ nên từ đẳng thức trên.

Suy ra $ab < 0$.

Lại có $2c = -2ab(a^2 + b^2 + ab)$

$= -2ab[(a + b)^2 - ab] > -2ab.(-ab) = 2a^2b^2.$

Từ đó suy ra $-\sqrt{c} < ab < 0$ (đpcm).

Bài 3. Dễ dàng chứng minh được $\widehat{BHC} = 180^\circ - \widehat{BAC} = \widehat{QAP}$.

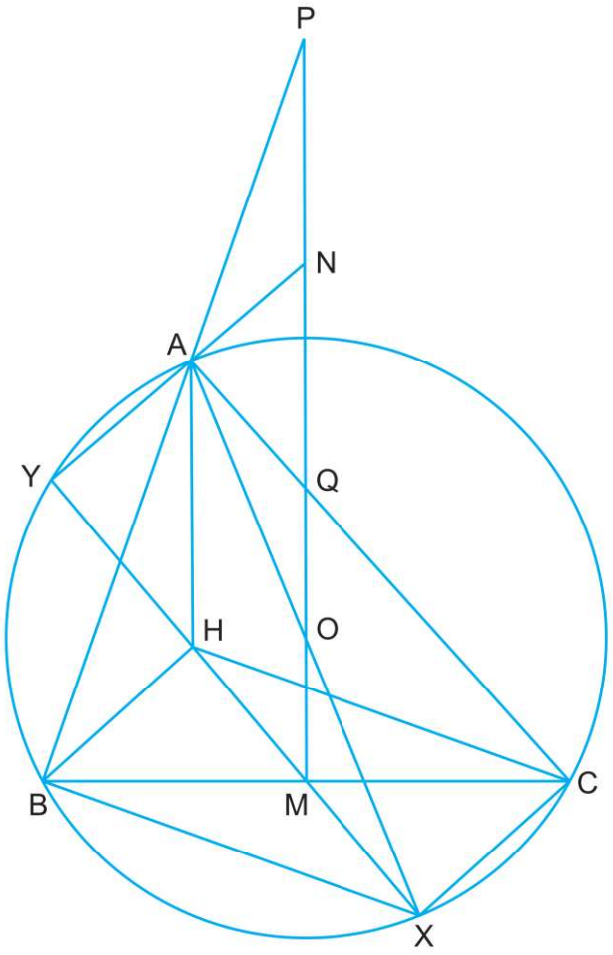
Mặt khác, ta cũng có

$\widehat{AQP} = \widehat{MQC} = 90^o - \widehat{ACB} = \widehat{HBC}$.

Do đó $\Delta BHC \backsim \Delta QAP$ (g.g).

Vì M là trung điểm của BC, N là trung điểm của QP và BC, QP là hai cạnh tương ứng của hai tam giác BHC, QAP nên ta cũng có $\Delta BHM \backsim \Delta QAN$.

Suy ra $\widehat{BMH} = \widehat{QNA}$.



Gọi Y là giao điểm của các đường thẳng MH và NA.

Ta có $\widehat{MYN} = 180^o - \widehat{YMN} - \widehat{YNM}$

$= 180^o - \widehat{YMN} - \widehat{BMH} = 180^o - \widehat{BMN} = 90^o$.

Kẻ đường kính AX của đường tròn (ABC).

Ta có CX // BH (cùng vuông góc với AC);

Tương tự, ta cũng có BX // CH nên tứ giác BHCX là hình bình hành.

Suy ra HX và BC cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

Từ đó ba điểm M, H, X thẳng hàng.

Do ba điểm M, H, Y thẳng hàng nên bốn điểm M, H, Y, X thẳng hàng.

Lại có $\widehat{MYN} = 90^o$ nên $\widehat{XYA} = 90^o$.

Suy ra Y thuộc đường tròn đường kính AX, tức Y thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Vậy hai đường thẳng MH và AN cắt nhau tại điểm Y thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Bài 4. Gọi a là số các ô tô đen nằm ở góc của bảng, b là số các ô tô đen nằm trên cạnh của bảng nhưng không ở góc và c là số các ô tô đen còn lại.

Khi đó $n = a + b + c$.

Gọi N là số các cặp ô (c_1, c_2) trong đó c_1 là ô được tô đen và c_2 là ô kề với ô c_1.

Chú ý rằng, mỗi ô đen ở góc có hai ô kề, mỗi ô đen ở trên cạnh có ba ô kề và mỗi ô đen ở các vị trí còn lại có bốn ô kề nên ta có $N = 2a + 3b + 4c$.

Rõ ràng $a \le 4$ và $b \le 202$.

Do đó $N = 4(a + b + c) - (2a + b)$

$\ge 4(a + b + c) - (2.4 + 202) = 4n - 210$.

Mặt khác, do mỗi ô vuông của bảng có tối đa hai ô đen kề với nó nên ứng với mỗi ô vuông sẽ cho tương ứng tối đa hai cặp (c_1, c_2) với tính chất như trên.

Vì bảng có 500 ô vuông nên

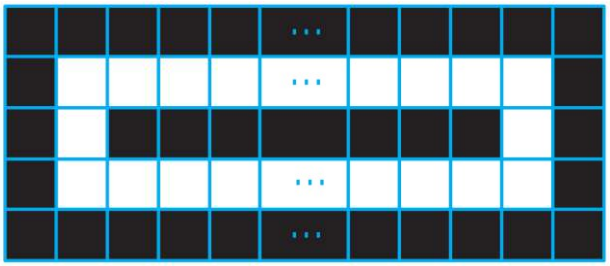
$N \le 500.2 = 1000$.

Tóm lại, ta có $1000 \ge 4n - 210$.

Suy ra $n \le \frac{605}{2}$.

Vì n là số tự nhiên nên $n \le 302$.

Ta có cách tô sau đây chứng tỏ có thể tô được 302 ô thỏa mãn yêu cầu.



Vậy n lớn nhất bằng 302.



DIETER NÓI DỐI?



TRẦN PHƯƠNG NAM

Hôm qua, thám tử Sê Lốc Cốc gửi tôi một bức thư điện tử vì dạo này đang thực hiện khuyến cáo "ngồi trong nhà là yêu nước" để chống đại dịch Covid-19 trong "giai đoạn vàng" như Thủ tướng đã ra chỉ thị. Xin chia sẻ toàn văn bức thư:

"Chào Nam!

Biết cậu đang ngồi nhà để chống dịch nên tôi viết mail này gửi cậu, bởi chắc cậu đang lo bài cho số Toán Tuổi thơ tháng 5 này.

Câu chuyện này xảy ra đã lâu khi mình tới thăm một cô bạn ở nước ngoài. Đúng lúc mình đến thì thật là không hay chút nào vì hình như hai vợ chồng cô ta đang to tiếng với nhau. Sau khi bấm chuông, một lúc lâu mới thấy một người đàn ông trán hói, đeo một cái kính hai tròng ra mở cổng đón tôi. Tôi nhận ra đó là chồng của bạn gái tôi vì cô ta đã từng khoe với tôi ảnh của họ. Tôi theo ông ta bước vào phòng khách. Bạn tôi - cô Helga Tran - một người gốc Việt nhưng không sinh ra ở Việt Nam vì bố của cô đã cưới một phụ nữ người Anh khi làm nghiên cứu sinh ở Anh quốc và cô được chào đời bên đó. Nhìn vẻ mặt hai người có vẻ như họ đang có điều gì đó vừa gay gắt với nhau. Bạn Helga Tran của tôi cố vui vẻ đứng dậy bắt tay tôi và giới thiệu với chồng:

- Đây là thám tử Sê Lốc Cốc, bạn của em từ hồi em và bố về thăm Việt Nam.

Cô quay lại phía tôi:

- Đây là chồng em, anh Dieter.

Lúc này tôi mới để ý tới những mảnh vỡ của một bức tượng ở dưới sàn chỗ góc phòng khách. Thấy tôi nhìn về đó, Helga Tran vội nhìn tôi:

- Tiếc quá anh ạ... Đây là bức tượng mà bạn tôi ở Hy Lạp tặng. Thế mà làm sao lại có kẻ

làm vỡ nó cơ chứ!

Dieter đi lại nơi có các mảnh vỡ của bức tượng rồi quay lại phía tôi nói một mạch:

- Tôi đã giải thích mà cô ấy không tin... Cứ cho tôi là người đã làm vỡ bức tượng. Tất nhiên do quá tiếc bức tượng mà cô ấy không bình tĩnh. Nhưng thực sự khi nghe tiếng động từ phòng khách tôi vội chạy từ ngoài vườn vào thì đã thấy cảnh này rồi. Nhìn ra phía cổng, lúc đó không khóa, có một người chạy từ trong ra ngoài đường. Hắn mặc một cái áo choàng màu đen. Tôi vội chạy theo. Vốn là vận động viên điền kinh nên chỉ một lúc sau tôi đã đuổi tới sát hắn. Tự dưng tôi như không nhìn thấy gì nữa. Tôi tháo kính và lau đôi mắt kính bám đầy hơi nước xong thì không thấy hắn đâu nữa... Suýt thì tôi đã bắt được hắn. Anh...

Ông ta chưa kịp nói xong thì Helga đã cướp lời:

- Anh ấy bảo tiễn tôi đi chợ xong anh ấy quên khóa cửa. Khi tôi về thì thấy cảnh này và anh ấy cứ giải thích với tôi như thế! Chẳng có ai lại vào đây để chỉ đập một cái tượng. Đồ đạc trong nhà không mất mất gì và không có hiện tượng lục lọi.



Thôi tôi không kể đoạn sau nữa. Tất nhiên là tôi biết chính Dieter đã nói dối. Chỉ chừng ấy thôi là đủ để Nam đăng lên tạp chí Toán Tuổi thơ thử thách các bạn nhỏ.

Chúc vui và chúc bạn vượt qua đại dịch an toàn!

Thân

Sê Lốc Cốc."

Nào các bạn nhỏ… vì sao thám tử lại biết ông chồng của Helga Tran nói dối?

Kết quả **(TTT2 số 206)**

Ai là người đến từ vùng dịch Covid-19?

Người đến từ vùng dịch Covid-19 đương nhiên phải được phổ biến đầy đủ các công việc nhằm phòng chống dịch, trong đó có việc đeo khẩu trang đúng cách. Chúng ta để ý kĩ 3 vị khách đeo khẩu trang trong ảnh sẽ thấy: Người đàn ông ngoài cùng bên trái đeo mặt trắng ra ngoài, người đàn ông ở giữa đeo mặt sẫm màu ra ngoài nhưng lại để phần sợi kim loại xuống dưới cằm. Hai người này đeo sai, chỉ có người phụ nữ ngoài cùng bên phải là đeo khẩu trang đúng cách.

Vậy người phụ nữ đó chính là người đến từ vùng dịch Covid-19.

HONG HA

Nhận xét. Có nhiều "thám tử nhí" đã có kết luận chính xác, tuy nhiên phần lập luận chưa thực sự đầy đủ. Phần quà xin được gửi tới các bạn sau: *Trần Trung Phúc*, 8A4, THCS Ngô Gia Tự, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Nguyễn Hoàng Long*, 7B, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Phan Minh Tâm, Phan Thùy Trâm*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Trần Thị Thảo Linh*, 7A, THCS Bình Thịnh, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

Ngoài ra các bạn sau cũng rất đáng khen: *Phạm Quốc Đạt*, 6C, THCS Liêm Cần, Thanh Liêm, **Hà Nam**; *Bạch Thái Sơn*, 7A1, THCS Vĩnh Yên, Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Sĩ Bách*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**.

Thám tử Sê Lốc Cốc

NHỮNG YÊU CẦU CẦN ĐẠT Ở LỚP 9

MẠCH KIẾN THỨC "SỐ VÀ ĐẠI SỐ"

Căn thức

Căn bậc hai và căn bậc ba của số thực

- Nhận biết được khái niệm về căn bậc hai của số thực không âm, căn bậc ba của một số thực.
- Tính được giá trị (đúng hoặc gần đúng) căn bậc hai, căn bậc ba của một số hữu tỉ bằng máy tính cầm tay.
- Thực hiện được một số phép tính đơn giản về căn bậc hai của số thực không âm (căn bậc hai của một bình phương, căn bậc hai của một tích, căn bậc hai của một thương, đưa thừa số ra ngoài dấu căn bậc hai, đưa thừa số vào trong dấu căn bậc hai).

Căn thức bậc hai và căn thức bậc ba của biểu thức đại số

- Nhận biết được khái niệm về căn thức bậc hai và căn thức bậc ba của một biểu thức đại số.
- Thực hiện được một số phép biến đổi đơn giản về căn thức bậc hai của biểu thức đại số (căn thức bậc hai của một bình phương, căn thức bậc hai của một tích, căn thức bậc hai của một thương, trục căn thức ở mẫu).

Hàm số và đồ thị

Hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$ *và đồ thị*

- Thiết lập được bảng giá trị của hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$.
- Vẽ được đồ thị của hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$.
- Nhận biết được tính đối xứng (trục) và trục đối xứng của đồ thị hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$.
- Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$ và đồ thị (ví dụ: các bài toán liên quan đến chuyển động trong Vật lí,...).

Phương trình và hệ phương trình

Phương trình quy về phương trình bậc nhất một ẩn

- Giải được phương trình tích có dạng $(a_1x + b_1).(a_2x + b_2) = 0$.
- Giải được phương trình chứa ẩn ở mẫu quy về phương trình bậc nhất.

Phương trình và hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

- Nhận biết được khái niệm phương trình bậc nhất hai ẩn, hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn.
- Nhận biết được khái niệm nghiệm của hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn.
- Giải được hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn.
- Tính được nghiệm của hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn bằng máy tính cầm tay.
- Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn (ví dụ: các bài toán liên quan đến cân bằng phản ứng trong Hoá học,...).

Phương trình bậc hai một ẩn. Định lí Viète

- Nhận biết được khái niệm phương trình bậc hai một ẩn. Giải được phương trình bậc hai một ẩn.
- Tính được nghiệm phương trình bậc hai một ẩn bằng máy tính cầm tay.
- Giải thích được định lí Viète và ứng dụng (ví dụ: tính nhẩm nghiệm của phương trình bậc hai, tìm hai số biết tổng và tích của chúng, ...).
- Vận dụng được phương trình bậc hai vào giải quyết bài toán thực tiễn.

Bất phương trình bậc nhất một ẩn

Bất đẳng thức. Bất phương trình bậc nhất một ẩn

- Nhận biết được thứ tự trên tập hợp các số thực.

- Nhận biết được bất đẳng thức và mô tả được một số tính chất cơ bản của bất đẳng thức (tính chất bắc cầu; liên hệ giữa thứ tự và phép cộng, phép nhân).
- Nhận biết được khái niệm bất phương trình bậc nhất một ẩn, nghiệm của bất phương trình bậc nhất một ẩn.
- Giải được bất phương trình bậc nhất một ẩn.

HÌNH HỌC VÀ ĐO LƯỜNG

Hình học phẳng

Hệ thức lượng trong tam giác vuông

Tỉ số lượng giác của góc nhọn. Một số hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông

- Nhận biết được các giá trị sin (sine), côsin (cosine), tang (tangent), côtang (cotangent) của góc nhọn.
- Giải thích được tỉ số lượng giác của các góc đặc biệt (0°, 30°, 45°, 60°, 90°) và của hai góc phụ nhau.
- Tính được giá trị (đúng hoặc gần đúng) tỉ số lượng giác của góc nhọn bằng máy tính cầm tay.
- Giải thích được một số hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông (cạnh góc vuông bằng cạnh huyền nhân với sin góc đối hoặc nhân với côsin góc kề; cạnh góc vuông bằng cạnh góc vuông kia nhân với tang góc đối hoặc nhân với côtang góc kề).
- Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với tỉ số lượng giác của góc nhọn (ví dụ: tính độ dài đoạn thẳng, độ lớn góc và áp dụng giải tam giác vuông,...).

Đường tròn

Đường tròn. Vị trí tương đối của hai đường tròn

- Nhận biết được tâm đối xứng, trục đối xứng của đường tròn.
- So sánh được độ dài của đường kính và dây.
- Mô tả được ba vị trí tương đối của hai đường tròn (hai đường tròn cắt nhau, hai đường tròn tiếp xúc nhau, hai đường tròn không giao nhau)

Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn. Tiếp tuyến của đường tròn

- Mô tả được ba vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn (đường thẳng và đường tròn cắt nhau, đường thẳng và đường tròn tiếp xúc nhau, đường thẳng và đường tròn không giao nhau).
- Giải thích được dấu hiệu nhận biết tiếp tuyến của đường tròn và tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau.

Góc ở tâm, góc nội tiếp

- Nhận biết được góc ở tâm, góc nội tiếp.
- Giải thích được mối liên hệ giữa số đo của cung với số đo góc ở tâm, số đo góc nội tiếp.
- Giải thích được mối liên hệ giữa số đo góc nội tiếp và số đo góc ở tâm cùng chắn một cung.

Đường tròn ngoại tiếp tam giác. Đường tròn nội tiếp tam giác

- Nhận biết được định nghĩa đường tròn ngoại tiếp tam giác.
- Xác định được tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác, trong đó có tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông, tam giác đều.
- Nhận biết được định nghĩa đường tròn nội tiếp tam giác.
- Xác định được tâm và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác, trong đó có tâm và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đều.

Tứ giác nội tiếp

- Nhận biết được tứ giác nội tiếp đường tròn và giải thích được định lí về tổng hai góc đối của tứ giác nội tiếp bằng 180°.
- Xác định được tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật, hình vuông.
- Tính được độ dài cung tròn, diện tích hình quạt tròn, diện tích hình vành khuyên (hình giới hạn bởi hai đường tròn đồng tâm).
- Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với đường tròn (ví dụ: một số bài toán liên quan đến chuyển động tròn trong Vật lí; tính được diện tích một số hình phẳng có thể đưa về những hình phẳng gắn với hình tròn, chẳng hạn hình viên phân,...).

TTT *(Tổng hợp)*

Nguồn: Bộ Giáo dục và Đào tạo

Chữ & Chữ số

Kì này KÌ 51

Bạn hãy thay các chữ cái khác nhau bởi các chữ số khác nhau sao cho

1) $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=\overline{ABC}$

2) $\overline{ABC}+\overline{BCD}+\overline{CDA}+\overline{DAB}=\overline{ABCD}$

HÀ ANH ĐỨC *(Hà Nội)*

Kết quả KÌ 49 (TTT2 số 206)

$\overline{PHONG}+\overline{CHONG}=\overline{CORONA}$ (1)

✻ Nếu $G<5$ thì $G+G<10$ nên $\overline{N}+\overline{N}=\overline{N}$ hoặc $\overline{N}+\overline{N}=10+\overline{N}$.

Suy ra $N=0$, thay vào (1) ta có $\overline{PHO0G}+\overline{CHO0G}=\overline{CORO0A}$.

Từ đó ta có $\overline{O}+\overline{O}=\overline{O}$ hoặc $\overline{O}+\overline{O}=10+\overline{O}$.

Suy ra $O=0=N$. Vô lí.

✻ Nếu $G\geq 5$ thì $G+G\geq 10$ nên $\overline{N}+\overline{N}+1=\overline{N}$ hoặc $\overline{N}+\overline{N}+1=10+\overline{N}$.

Suy ra $N=9$, thay vào (1) ta có $\overline{PHO9G}+\overline{CHO9G}=\overline{CORO9A}$.

Từ đó ta có $\overline{O}+\overline{O}+1=\overline{O}$ hoặc $\overline{O}+\overline{O}+1=10+\overline{O}$.

Suy ra $O=9=N$. Vô lí.

Vậy phương trình (1) vô nghiệm.

Nhận xét. Vì chỉ dùng đến 3 chữ cuối đã đi đến đáp số, nên đầu bài có thể thay hai chữ đầu trong hai chữ đã cho bằng các chữ bất kì, ta vẫn có đáp số là (1) vô nghiệm. Thí dụ $\overline{THONG}+\overline{THUONG}=\overline{CORONA}$.

HONG HA

Kì này có nhiều bạn tham gia giải bài và đều có đáp số đúng. Các bạn sau có lời giải đúng, trình bày sạch đẹp được thưởng kì này: *Nguyễn Đức Dũng*, 6E, THCS Trần Mai Ninh, TP. Thanh Hóa, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Minh Huy*, 6A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Đỗ Ngọc Tiến*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Lê Hải Triều*, 6B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Trần Thị Thảo Linh*, 7A, THCS Bình Thịnh, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

Các bạn sau có lời giải đúng được khen: *Nguyễn Sĩ Bách*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Trọng Nhân*, 7E, THCS Đa Tốn, Gia Lâm, **Hà Nội**; *Trần Trung Phúc*, 8A4, THCS Ngô Gia Tự, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Nguyễn Minh Quân*, *Nguyễn Huy Hoàng Sơn*, 6A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Hà Đức Trí*, 6A, THCS Lập Thạch, Lập Thạch, **Vĩnh Phúc**.

TTT





Kì này TRỌNG TÂM CHẠY TRÊN ĐƯỜNG NÀO?

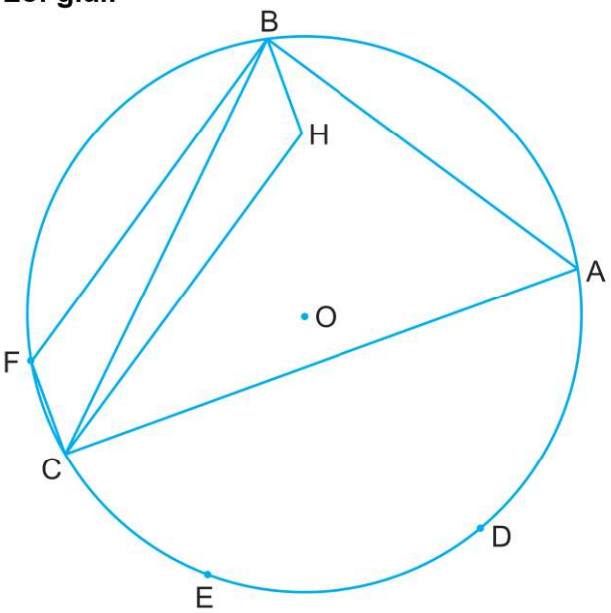
Bài toán. Cho đường tròn (O, R) đường kính BC. Trên tia đối của tia CB lấy điểm A cách O một khoảng bằng 2R. Một điểm M chạy trên đường tròn (O). Hỏi trọng tâm G của tam giác AMB chạy trên đường nào?

PHẠM TUẤN KHẢI *(Hà Nội)*

Kết quả **(TTT2 số 206)**

TRỰC TÂM CỦA TAM GIÁC

Lời giải.



Dựng đường tròn tâm A bán kính R cắt đường tròn (O) tại D.

Dựng đường tròn tâm D bán kính DA cắt đường tròn (O) tại điểm E.

Dựng đường tròn tâm E bán kính ED cắt đường tròn (O) tại điểm F.

Dễ thấy các cung DA, DE, EF là cung 60° cho nên F là điểm xuyên tâm đối của A, do đó góc ACF và góc ABF là các góc vuông.

Dựng đường tròn tâm B bán kính CF và đường tròn tâm C bán kính BF. Gọi H là giao điểm của hai đường tròn này sao cho H tạo với B, C và F một tứ giác lồi BHCF (trừ trường hợp suy biến nếu F trùng C thì H trùng với B).

Tứ giác BHCF là hình bình hành do chúng có các cặp cạnh đối diện bằng nhau.

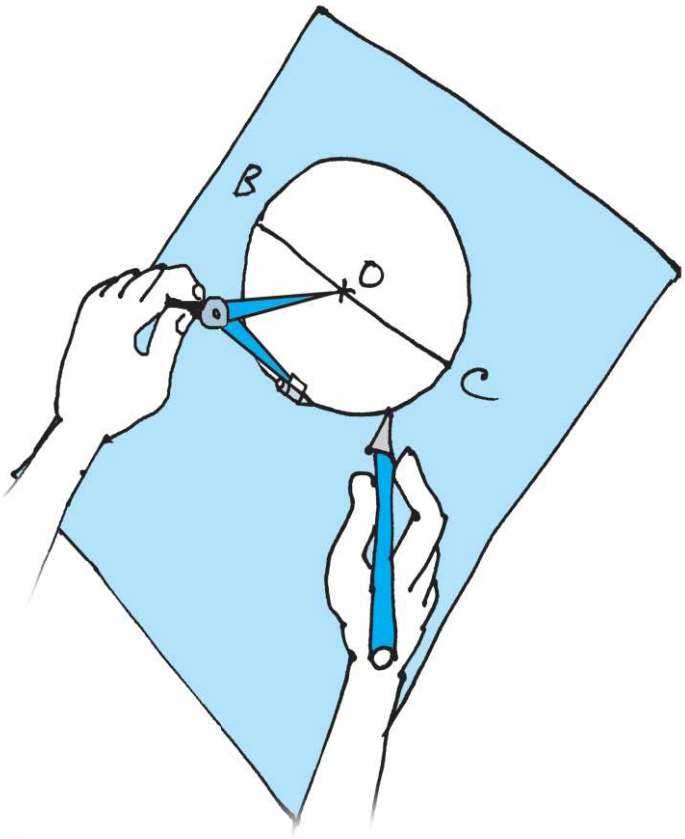
Do đó BH // CF và CH // FB.

Vì góc ACF và góc ABF là các góc vuông nên BH vuông góc AC và CH vuông góc AB, khi đó H là trực tâm tam giác ABC.

HONG HA

Nhận xét. Các bạn sau đây có lời giải đúng được thưởng kì này: *Trần Minh Hoàng,* 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**; *Trần Quý Dương*, 9A, THCS Thạch Thất, Thạch Thất, **Hà Nội**.

VŨ ĐÌNH HÒA



Kết quả

Giải toán qua thư



Bài 1(206). Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất sao cho 2020 phân số dưới đây đều là phân số tối giản $\frac{1}{n^2+672n+3}; \frac{2}{n^2+672n+4}; ...; \frac{2020}{n^2+672n+2022}$.

Lời giải. Ta nhận thấy các phân số đã cho có dạng tổng quát $\frac{k}{n^2+672n+k+2}$ với k = 1, 2, 3, ..., 2020.

Để các phân số trên đều là các phân số tối giản thì $(k, n^2 + 672n + k + 2) = 1$

$\Leftrightarrow (k, n^2 + 672n + 2) = 1$ với mọi k = 1, 2, 3, ..., 2020.

- Xét n = 0 thì $n^2 + 672n + 2 = 2$ khi đó tồn tại k để $(k, n^2 + 672n + 2) = 2$ (loại)
- Xét n = 1 thì $n^2 + 672n + 2 = 675$ khi đó tồn tại k để $(k, n^2 + 672n + 2) = 3$ (loại).
- Xét n = 2 thì $n^2 + 672n + 2 = 1350$ khi đó tồn tại k để $(k, n^2 + 672n + 2) = 2$ (loại).
- Xét n = 3 thì $n^2 + 672n + 2 = 2027$ là số nguyên tố.

Mà $1 \le k \le 2020$ nên $(k, 2027) = 1$.

Như vậy n = 3 làm cho các phân số trên tối giản.

Vậy n = 3 là số tự nhiên nhỏ nhất thỏa mãn bài toán.

Nhận xét. Đây là bài toán đơn giản nên có nhiều bạn tham gia giải bài. Các bạn sau có lời giải đúng: *Võ Anh Sự*, 7A, THCS Nguyễn Khuyến, Ea Kar, **Đắk Lắk**; *Đỗ Thành Nam*, *Hà Đức Trí*, 6A, THCS Lập Thạch, Lập Thạch; *Hán Duy Anh*, *Nguyễn Minh Quân*, *Nguyễn Huy Hoàng Sơn*, 6A2, *Nguyễn Thị Phương Linh*, *Nguyễn Thị Tuyết*, 7A1, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Phan Đức Đạt*, *Bạch Thái Sơn*, 7A1, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Hồ Hoàng Vũ*, 6B, THCS Cao Xuân Huy, Diễn Châu; *Nguyễn Hải Triều*, 6B, *Nguyễn Đức Học*, *Nguyễn Sĩ Bách*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Nguyễn Gia Bảo*, 7B, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Lương Hà Phúc*, 6A5, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh; *Đỗ Ngọc Tiến*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Lê Xuân Thịnh*, 7B, *Chu Thanh Ngọc*, 7D, THCS Như Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Lê Ngọc Xuân Thơ*, 6A3, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Hoàng Nhật Nam*, 6A12, THCS Vinschool Times City, Q. Hai Bà Trưng, **Hà Nội**.

CAO VĂN DŨNG

Bài 2(206). Chia các số 1, 2, 3, ..., 300 thành 75 nhóm. Chứng minh rằng có ít nhất một nhóm có ba số là số đo ba cạnh của một tam giác.

Lời giải. Ta thấy 3 số bất kì a, b, c (a < b < c) trong 151 số từ 150 đến 300 là số đo ba cạnh của một tam giác.

Thật vậy, ta có $150 \le a < b < c \le 300$.

Suy ra $a + b \ge 150 + 151 > 300 \ge c$

hay a + b > c nên a, b, c là số đo ba cạnh của một tam giác.

Mặt khác 151 = 75.2 + 1. Do đó trong 75 nhóm thì có một nhóm chứa không ít hơn ba số trong các số trên. Ba số này là số đo ba cạnh của một tam giác.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng: *Võ Anh Sự*, 7A, THCS Nguyễn Khuyến, Ea Kar, **Đắk Lắk**; *Nguyễn Anh Thư*, 7A1, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Phan Thùy Trâm*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**.

PHÙNG KIM DUNG

Bài 3(206). Cho hàm số $f(x) = x + \frac{1}{2}$.

Tính tổng $S = f(0) + f\left(\frac{1}{2021}\right) + f\left(\frac{2}{2021}\right) + f\left(\frac{3}{2021}\right) + ... + f\left(\frac{2019}{2021}\right) + f\left(\frac{2020}{2021}\right) + f(1)$.

Lời giải.

Cách 1. Vì $f(x) = x + \frac{1}{2}$ nên

$$S = \left(0 + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2021} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{2}{2021} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{2021} + \frac{1}{2}\right) + ... + \left(\frac{2019}{2021} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{2020}{2021} + \frac{1}{2}\right) + \left(1 + \frac{1}{2}\right)$$

$$= \underbrace{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + ... + \frac{1}{2}}_{2022 \text{ số } \frac{1}{2}} + \left(\frac{1}{2021} + \frac{2}{2021} + \frac{3}{2021} + ... + \frac{2019}{2021} + \frac{2020}{2021} + \frac{2021}{2021}\right)$$

$$= \frac{1}{2}.2022 + \frac{(1 + 2021).2021 : 2}{2021}$$

$$= 1011 + 1011 = 2022.$$

Cách 2. Với $a + b = 1$ thì ta có

$$f(a) + f(b) = a + \frac{1}{2} + b + \frac{1}{2} = (a + b) + 1 = 1 + 1 = 2.$$

Khi đó

$$S = [f(0) + f(1)] + \left[f\left(\frac{1}{2021}\right) + f\left(\frac{2020}{2021}\right)\right] + \left[f\left(\frac{2}{2021}\right) + f\left(\frac{2019}{2021}\right)\right] + ... + \left[f\left(\frac{2010}{2021}\right) + f\left(\frac{2011}{2021}\right)\right]$$

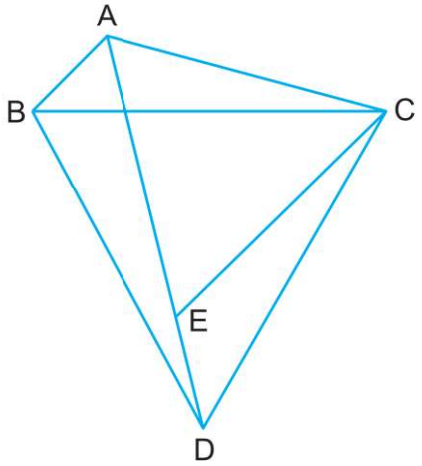
$$= \underbrace{2 + 2 + 2 + ... + 2}_{2011 \text{ số hạng}} = 2022.$$

Nhận xét. Đa số các bạn tham gia giải đúng bài này. Cách giải của các bạn chủ yếu như cách 1 ở trên, tức là tính tổng S một cách trực tiếp. Chỉ có một số bạn tính S dựa vào tính chất của hàm f(x): Nếu a + b = 1 thì f(a) + f(b) = 2. Các bạn sau có lời giải ngắn gọn: *Nguyễn Hoàng Nhật Nam*, 6A12, THCS Vinschool Time City, Q. Hai Bà Trưng; *Nguyễn Trọng Nhân*, 7E, THCS Đa Tốn, Gia Lâm, **Hà Nội**, *Dương Trung Quốc*, 6D, THCS Lập Thạch, Lập Thạch; *Lại Phương Linh*, 7A, THCS Tam Dương, Tam Dương; *Phan Đức Đạt*, *Bạch Thái Sơn*, 7A1, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên; *Hoàng Trọng Khiêm*, *Hoàng Minh Quân*, 6A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Trần Bình Minh*, 7E, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì; *Đỗ Ngọc Tiến*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Trịnh Thế Tùng*, 7B, *Chu Thanh Ngọc*, 7D, THCS Nhữ Bá Sĩ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Đức Học*, *Nguyễn Sĩ Bách*, *Nguyễn Kim Mạnh*, *Lê Văn Quang Hiếu*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Nguyễn Gia Bảo*, 7B, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Hoàng Văn Nam*, 7B, THCS Cao Xuân Huy, Diễn Châu; *Phạm Tuấn Anh*, 7B, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Nguyễn Anh Thư*, 7A1, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Võ Anh Sự*, *Nguyễn Trọng Quang Minh*, 7A, THCS Nguyễn Khuyến, Ea Kar, **Đắk Lắk**; *Trần Hữu Nhân*, 6A, *Nguyễn Hương Trà*, 7A, THCS Bình Thịnh, Đức Thọ; *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**.

TRỊNH HOÀI DƯƠNG

Bài 4(206). Cho tam giác ABC có $\widehat{ABC} = 45^\circ$, $\widehat{ACB} = 15^\circ$. Trên tia phân giác trong của $\widehat{BAC}$, lấy điểm D sao cho $\widehat{ACD} = 75^\circ$. Chứng minh tam giác BCD là tam giác đều.

Lời giải.



Ta có $\widehat{BAC} = 180^o - (\widehat{ABC} + \widehat{ACB}) = 120^o$.

Trên AD lấy điểm E sao cho AE = AC.

Khi đó $\widehat{CAE} = \frac{1}{2}\widehat{BAC} = 60^o$.

Do đó tam giác ACE đều nên CA = CE và

$\widehat{ACE} = 60^o \Rightarrow \widehat{ECD} = \widehat{ACD} - \widehat{ACE}$

$= 15^o = \widehat{ACB}$.

Xét ΔABC và ΔEDC có $\widehat{BAC} = \widehat{DEC} = 120^o$,

AC = EC, $\widehat{ACB} = \widehat{ECD} = 15^o$.

Do đó ΔABC = ΔEDC (g.c.g) nên BC = DC.

Mặt khác

$\widehat{BCD} = \widehat{ACD} - \widehat{ACB} = 75^o - 15^o = 60^o$.

Từ đó suy ra tam giác BCD là tam giác đều.

Nhận xét. Tất cả các bài giải gửi về tòa soạn đều đúng và trình bày tương tự cách giải trên. Các bạn sau có lời giải gọn hơn cả: *Võ Anh Sự*, *Nguyễn Trọng Quang Minh*, 7A, THCS Nguyễn Khuyến, Ea Kar, **Đắk Lắk**; *Nguyễn Hương Trà*, *Lê Thị Yến Nhi*, 7A, *Lê Thị Thùy Trang*, 8A, THCS Bình Thịnh, Đức Thọ; *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Trọng Nhân*, 7C, THCS Đa Tốn, Gia Lâm, **Hà Nội**; *Nguyễn Anh Thư*, 7A1, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Đỗ Tiến Ngọc*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Dương Trung Quốc*, 6D, THCS Lập Thạch, Lập Thạch; *Bạch Thái Sơn*, *Phan Đức Đạt*, 7A1, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên; *Nguyễn Thùy Dương*, *Trần Lê Minh Quân*, *Nguyễn Thị Phương Linh*, *Bùi Hữu Học*, 7A1, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Lại Phương Linh*, 7A, THCS Tam Dương, Tam Dương, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Gia Bảo*, 7B, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Hoàng Văn Nam*, 7B, THCS Cao Xuân Huy, Diễn Châu; *Nguyễn Kim Mạnh*, *Nguyễn Sỹ Bách*, *Nguyễn Đức Học*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Phan Minh Tâm*, *Phan Thùy Trâm*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**.

HỒ QUANG VINH

Bài 5(206). Tìm tất cả các số nguyên a, b, c lớn hơn 1 thỏa mãn $\frac{a^2+1}{2}$, $\frac{b^2+1}{2}$ là các số nguyên tố và $(a^2 + 1)(b^2 + 1) = 2(c^2 + 1)$.

Lời giải. Không mất tính tổng quát, giả sử $a \geq b$.

Do $2(a^2 + 1) < (a^2 + 1)(b^2 + 1) \leq (a^2 + 1)^2$

nên từ giả thiết, ta có

$2(a^2 + 1) < 2(c^2 + 1) \leq (a^2 + 1)^2$.

Suy ra

$$a < c \leq \sqrt{\frac{(a^2+1)^2}{2} - 1} < \sqrt{\frac{(a^2+1)^2}{2}} < a^2 + 1.$$

Do $\frac{a^2+1}{2}$ là số nguyên tố nên a lẻ.

Từ đó a^2 chia 4 dư 1 nên $\frac{a^2+1}{2}$ là số lẻ.

Suy ra $\frac{a^2+1}{2}$ là số nguyên tố lẻ.

Ta có $c^2 + 1 = (a^2 + 1) \cdot \frac{b^2+1}{2}$ (1).

Nên $c^2 + 1$ là số chẵn, tức c lẻ số lẻ.

Mặt khác, từ (1) ta cũng có $c^2 + 1$ chia hết cho $a^2 + 1$.

Suy ra $(c - a)(c + a) = (c^2 + 1) - (a^2 + 1)$ chia hết cho $a^2 + 1$.

Từ đó trong hai số c – a, c + a có một số chia hết cho $\frac{a^2+1}{2}$ (do $\frac{a^2+1}{2}$ là số nguyên tố).

Mà c – a, c + a đều là số chẵn và $\frac{a^2+1}{2}$ là số nguyên tố lẻ nên trong hai số c – a, c + a có một số chia hết cho $2 \cdot \frac{a^2+1}{2} = a^2 + 1$.

Mặt khác, ta lại có $0 < c - a < c < a^2 + 1$ nên c – a không chia hết cho $a^2 + 1$.

Kết hợp với kết quả ở trên, ta suy ra c + a chia hết cho $a^2 + 1$.

Vì $0 < c + a < 2c < 2(a^2 + 1)$ nên

$c + a = a^2 + 1$, tức là $c = a^2 - a + 1$.

Thay vào (1), ta được

$$(a^2 - a + 1)^2 + 1 = (a^2 + 1) \cdot \frac{b^2+1}{2}.$$

Vì $(a^2 - a + 1)^2 + 1 = (a^2 + 1)(a^2 - 2a + 2)$ nên

$$a^2 - 2a + 2 = \frac{b^2+1}{2} \leq \frac{a^2+1}{2}.$$

Suy ra

$2(a^2-2a+2)\le a^2+1$

$\Leftrightarrow (a-1)(a-3)\le 0.$

Vì a là số nguyên lẻ lớn hơn 1 nên từ đây, ta có a = 3. Suy ra c = 7 và b = 3.

Vậy có duy nhất một bộ số (a; b; c) thỏa mãn yêu cầu là (3; 3; 7).

Nhận xét. Đây là một bài toán hay và khó, sử dụng phương pháp đánh giá chặn. Có rất ít bạn tham gia giải bài này. Các bạn sau đây có lời giải tốt: *Huỳnh Nguyên Phát*, 8A1, THCS Mỹ Lộc, Phù Mỹ, **Bình Định**; *Phạm Duy Nguyên Lâm*, 8A1, THCS Thanh Xuân, Q. Thanh Xuân, **Hà Nội**.

VÕ QUỐC BÁ CẨN

Bài 6(206). Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3+3x+4=8y^3-6xy+6y \\ \sqrt{x^2-2y+2}+\sqrt{x^2-4y+4}=x^2-3y+4. \end{cases}$$

Lời giải. ĐKXĐ $x^2-2y+2\ge 0$;

$x^2-4y+4\ge 0.$

Ta có hằng đẳng thức

$a^3+b^3+c^3-3abc$

$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca).$

Áp dụng hằng đẳng thức trên ta có

$x^3+3x+4=8y^3-6xy+6y$

$\Leftrightarrow x^3-8y^3+1+6xy+3x-6y+3=0$

$\Leftrightarrow x^3+(-2y)^3+1^3-3x(-2y).1+3x-6y+3=0$

$\Leftrightarrow (x-2y+1)(x^2+4y^2+1+2xy+2y-x)$

$+3(x-2y+1)=0$

$\Leftrightarrow (x-2y+1)(x^2+4y^2+2xy-x+2y+4)=0.$

Ta lại có

$x^2+4y^2+2xy-x+2y+4$

$=\frac{1}{2}(x^2+4xy+4y^2)+\frac{1}{2}(x^2-2x+1)$

$+2\left(y^2+y+\frac{1}{4}\right)+3$

$=\frac{1}{2}(x+2y)^2+\frac{1}{2}(x-1)^2+2\left(y+\frac{1}{2}\right)^2+3>0,$

$\forall x, y\in\mathbb{R}.$

Từ đó suy ra $x-2y+1=0\Rightarrow 2y=x+1.$

Thay $2y=x+1$ vào phương trình thứ hai của hệ ta được

$\sqrt{x^2-(x+1)+2}+\sqrt{x^2-2(x+1)+4}$

$=x^2-\frac{3}{2}(x+1)+4$

$\Leftrightarrow \sqrt{x^2-x+1}+\sqrt{x^2-2x+2}=\frac{2x^2-3x+5}{2}.$ (1)

Ta có $x^2-x+1=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0;$

$x^2-2x+2=(x-1)^2+1>0$

nên áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho các số dương ta có

$\sqrt{(x^2-x+1).1}+\sqrt{(x^2-2x+2).1}$

$\le\frac{x^2-x+1+1}{2}+\frac{x^2-2x+2+1}{2}=\frac{2x^2-3x+5}{2}$

$\Rightarrow \sqrt{x^2-x+1}+\sqrt{x^2-2x+2}\le\frac{2x^2-3x+5}{2}.$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra dấu đẳng thức ở (2) xảy ra, tức là $\begin{cases} x^2-x+1=1 \\ x^2-2x+2=1 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x^2-x=0 \\ x^2-2x+1=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases} x(x-1)=0 \\ (x-1)^2=0 \end{cases}\Leftrightarrow x=1.$

Từ đó ta có $y=\frac{x+1}{2}=1.$

Ta thấy x = y = 1 thỏa mãn ĐKXĐ.

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x, y) = (1; 1).

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt: *Phạm Duy Nguyên Lâm*, 8A1, THCS Thanh Xuân, Q. Thanh Xuân; *Nguyễn Đức Trọng*, 9E, THCS Đa Tốn, Gia Lâm, **Hà Nội**; *Huỳnh Nguyên Phát*, 8A1, THCS Mỹ Lộc, Phù Mỹ, **Bình Định**; *Ngô Thị An Bình*, 8E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Nguyễn Tất Thắng*, 9D, THCS Bạch Liêu, Yên Thành; *Văn Lê Quốc Anh*, 9C, THCS Mai Hùng, TX. Hoàng Mai, **Nghệ An**; *Trần Trung Phúc*, 8A4, THCS Ngô Gia Tự, Hồng Bàng; *Nguyễn Tuấn Dương*, 9D5, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Lê Thành Trung*, 9D, THCS Điện Biên, TP. Thanh Hóa, **Thanh Hóa**; *Trần Tuấn Minh*, 9D, THCS Thọ Sơn, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**.

NGUYỄN NGỌC HÂN

Bài 7(206). Cho x, y, z là các số thực dương. Chứng minh rằng

$x^2 + y^2 + z^2 + xyz + 4 \geq 2(xy + yz + zx)$.

Lời giải. Trong 3 số $x - 2$, $y - 2$, $z - 2$ tồn tại 2 số có tích không âm, giả sử 2 số là $x - 2$ và $y - 2$.

Ta có $(x - 2)(y - 2) \geq 0 \Rightarrow z(x - 2)(y - 2) \geq 0$

$\Rightarrow xyz \geq 2zx + 2yz - 4z$. (1)

Mặt khác $(x - y)^2 + (z - 2)^2 \geq 0$

$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 4 \geq 2xy + 4z$. (2)

Cộng vế với vế (1) và (2) ta được

$x^2 + y^2 + z^2 + xyz + 4 \geq 2(xy + yz + zx)$ (đpcm).

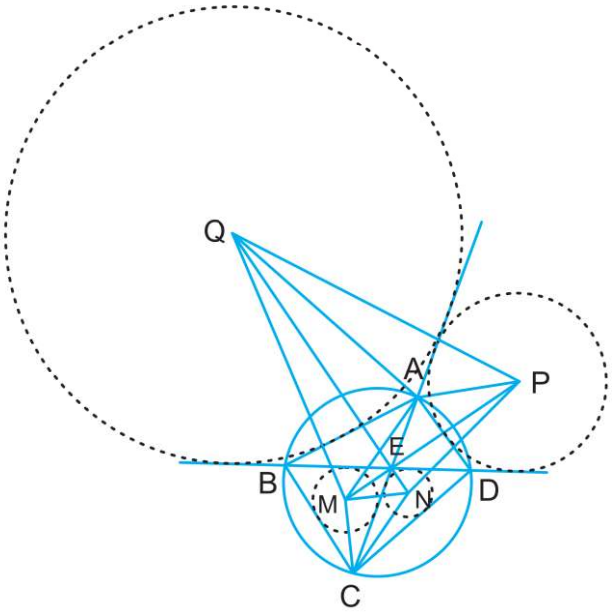
Đẳng thức xảy ra khi $x = y = z = 2$.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng: *Phan Đức Đạt*, *Bạch Thái Sơn*, 7A1, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên; *Nguyễn Ngô Quang Tùng*, 8A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Huỳnh Nguyên Phát*, 8A1, THCS Mỹ Lộc, Phù Mỹ, **Bình Định**; *Nguyễn Tất Thắng*, 9D, THCS Bạch Liêu, Yên Thành; *Văn Lê Quốc Anh*, 9C, THCS Mai Hùng, TX. Hoàng Mai; *Nguyễn Công An*, 8E, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Nguyễn Đức Trọng*, 9E, THCS Đa Tốn, Gia Lâm; *Nguyễn Lương Uy*, *Đỗ Hoàng Nhật Nam*, 9C1, THCS Achimedes Academy, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Trần Tuấn Minh*, 9D, THCS Thọ Sơn; *Trần Minh Khôi*, *Lương Minh Hiếu*, 9C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Lê Thành Trung*, 9D, THCS Điện Biên, TP. Thanh Hóa, **Thanh Hóa**; *Trần Trung Phúc*, 8A4, THCS Ngô Gia Tự, Hồng Bàng, **Hải Phòng**.

NGUYỄN MINH ĐỨC

Bài 8(206). Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn tâm O. E là giao điểm của AC và BD. Gọi M, N theo thứ tự là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác BCE, DCE. P, Q theo thứ tự là tâm các đường tròn bàng tiếp đối diện đỉnh E của các tam giác ADE, ABE. Chứng minh rằng tứ giác MNPQ nội tiếp được một đường tròn.

Lời giải. *Ta có bổ đề sau: Tứ giác ABCD có hai đường chéo cắt nhau tại I nội tiếp được trong một đường tròn khi và chỉ khi $IA.IC = IB.ID$. (bạn đọc tự chứng minh)*



Ta có

$$\widehat{PAC} = \widehat{PAD} + \widehat{DAC} = \frac{180^\circ - \widehat{DAC}}{2} + \widehat{DAC}$$

$$= 90^\circ + \frac{\widehat{DAC}}{2} = 90^\circ + \frac{\widehat{DBC}}{2} = 90^\circ + \frac{\widehat{EBC}}{2}$$

$$= 90^\circ + \frac{180^\circ - \widehat{ECB} - \widehat{CEB}}{2}$$

$$= 180^\circ - \frac{\widehat{ECB}}{2} - \frac{\widehat{CEB}}{2}$$

$$= 180^\circ - \widehat{ECM} - \widehat{CEM} = \widehat{EMC} = \widehat{PMC}.$$

Do đó tứ giác PAMC nội tiếp nên

$EM.EP = EA.EC$.

Tương tự ta cũng có $EN.EQ = EA.EC$.

Dẫn đến $EM.EP = EN.EQ$.

Từ đó suy ra tứ giác MNPQ nội tiếp được một đường tròn.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt: *Huỳnh Nguyên Phát*, 8A1, THCS Mỹ Lộc, Phù Mỹ, **Bình Định**; *Ngô Thị An Bình*, 8E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Nguyễn Tất Thắng*, 9D, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Nguyễn Đức Trọng*, 9E, THCS Đa Tốn, Gia Lâm; *Trần Quý Dương*, 9A, THCS Thạch Thất, Thạch Thất; *Nguyễn Lương Uy, Đỗ Hoàng Nhật Nam*, 9C1, THCS Achimedes Academy, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Lương Minh Hiếu*, 9C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**.

TRẦN QUANG HÙNG

THÁCH ĐẤU

TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM BẢY MƯƠI HAI

Người thách đấu: *Hoàng Lê Nhật Tùng*, SV K61-SP Toán, ĐHQG Hà Nội.

Bài toán thách đấu: Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $x + y + z = \dfrac{3}{xyz}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$Q = (2x^2 - xy + 2y^2)(2y^2 - yz + 2z^2)(2z^2 - zx + 2x^2)$.

Thời hạn: Trước ngày 08.08.2020 theo dấu bưu điện.

Kết quả

TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM BẢY MƯƠI (TTT2 số 206)

Đề bài. Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác. Chứng minh rằng

$$\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}+\frac{12abc}{(a+b)(b+c)(c+a)}\le 3.$$

Lời giải. Bất đẳng thức cần chứng minh tương đương với

$a(c + a)(a + b) + b(a + b)(b + c) + c(b + c)(c + a) + 12abc \le 3(a + b)(b + c)(c + a)$

$\Leftrightarrow a^3 + b^3 + c^3 + 9abc$

$\le 2[a(b^2 + c^2) + b(c^2 + a^2) + c(a^2 + b^2)]$

$\Leftrightarrow a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

$\le 2[a(b - c)^2 + b(c - a)^2 + c(a - b)^2]$

$\Leftrightarrow (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$

$\le 2[a(b - c)^2 + b(c - a)^2 + c(a - b)^2]$

$\Leftrightarrow (a + b + c)[(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2]$

$\le 4[a(b - c)^2 + b(c - a)^2 + c(a - b)^2]$

$\Leftrightarrow (3a - b - c)(b - c)^2 + (3b - c - a)(c - a)^2$

$+ (3c - a - b)(a - b)^2 \ge 0$ (*).

Do vai trò của a, b, c trong bài toán là như nhau, không mất tính tổng quát ta giả sử $a \ge b \ge c$ khi đó ta có

$3a - b - c \ge a \ge 0$, $3b - c - a \ge 2b - a \ge b + c - a > 0$ (vì a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác) và $a - c \ge a - b$, $b - c \ge 0$.

Suy ra

$(3a - b - c)(b - c)^2 + (3b - c - a)(c - a)^2$

$+ (3c - a - b)(a - b)^2 \ge (3b - c - a)(a - b)^2$

$+ (3c - a - b)(a - b)^2$

$= 2(b + c - a)(a - b)^2 \ge 0$.

Như vậy bất đẳng thức (*) đúng. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c$, tức là tam giác đã cho là tam giác đều.

Vậy bài toán được chứng minh.

HONG HA

Nhận xét. Đây là bài toán hay, không quá khó. Võ sĩ đăng quang trong trận đấu này là: *Lương Minh Hiếu*, 9C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**.

NGUYỄN MINH ĐỨC





BỐN CÁCH GIẢI CHO MỘT BÀI TOÁN

NGUYỄN TIẾN LÂM
Trường THPT chuyên KHTN - ĐHQG Hà Nội

Trong quá trình giảng dạy, nếu có thể tôi thường yêu cầu học trò tiếp cận một bài toán theo nhiều cách khác nhau. Thông qua các cách tiếp cận đó, học sinh sẽ có thêm nhiều cái nhìn tổng quan và đa dạng hơn, không chỉ dừng lại ở việc giải một bài toán nhỏ. Dưới đây tôi xin chia sẻ với bạn đọc về các cách giải cho một bài toán. Trước hết ta phát biểu và chứng minh hai bổ đề quan trọng về số chính phương.

Bổ đề 1. Nếu a, b là các số nguyên dương thỏa mãn điều kiện (a, b) = 1 và tích ab là số chính phương thì a, b là các số chính phương.

Chứng minh. Giả sử trong hai số a, b có ít nhất một số không là số chính phương. Không mất tính tổng quát ta giả sử số đó là a.

Khi đó tồn tại một ước nguyên tố p của a mà trong phân tích a thành tích các thừa số nguyên tố thì số mũ của p lẻ.

Hơn nữa, do (a, b) = 1 nên số mũ của p trong phân tích ab thành tích các thừa số nguyên tố bằng với số mũ của p trong phân tích a thành tích các thừa số nguyên tố và số này là số lẻ.

Điều này mâu thuẫn với giả thiết ab là số chính phương.

Vậy điều giả sử là sai, do đó a, b đều là các số chính phương.

Bổ đề 2. Nếu a, b là các số nguyên dương có ước chung lớn nhất là d và tích ab là số chính phương thì tồn tại các số nguyên dương u, v sao cho $a = du^2$, $b = dv^2$ đồng thời (u, v) = 1.

Chứng minh. Vì (a, b) = d nên $\left(\frac{a}{d}, \frac{b}{d}\right) = 1$ và $\frac{a}{d}.\frac{b}{d} = \frac{ab}{d^2}$ là số chính phương nên theo bổ đề 1 thì $\frac{a}{d}, \frac{b}{d}$ đều là các số chính phương.

Điều này có nghĩa là tồn tại các số nguyên dương u, v sao cho $\frac{a}{d} = u^2, \frac{b}{d} = v^2$.

Suy ra $a = du^2$, $b = dv^2$ và rõ ràng (u, v) = 1.

Dưới đây là bài toán tôi rất thích khi dạy cho học sinh trong chuyên đề về số chính phương và các cách tiếp cận bài toán.

Bài toán 1. Xét các số nguyên dương x, y thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 + x$ chia hết cho xy. Chứng minh rằng x là số chính phương.

Cách 1. Vì $x^2 + y^2 + x$ chia hết cho xy nên tồn tại số nguyên dương k thỏa mãn

$x^2 + y^2 + x = kxy \Leftrightarrow x(ky - x - 1) = y^2$. (1)

Ta sẽ chứng minh x và ky – x – 1 là hai số nguyên tố cùng nhau.

Thật vậy, gọi d là ước chung lớn nhất của hai số x và ky – x – 1 thì $x(ky - x - 1) \vdots d^2$.

Từ (1) ta suy ra $y^2 \vdots d^2 \Rightarrow y \vdots d \Rightarrow ky \vdots d$.

Vì $x \vdots d$, $ky \vdots d$, $ky - x - 1 \vdots d$ nên $1 \vdots d$, dẫn tới d = 1.

Từ đây, áp dụng bổ đề 1 ta suy ra x là số chính phương.

Cách 2. *Lời giải này dựa vào ý tưởng, nếu hai số nguyên dương m, n thỏa mãn $m \vdots n$ và $n \vdots m$ thì m = n.*

Gọi t là ước chung lớn nhất của hai số x, y thì tồn tại số nguyên dương a, b thỏa mãn đồng thời các điều kiện (a, b) = 1 và x = ta, y = tb.

Khi đó $x^2 + y^2 + x = t(ta^2 + tb^2 + a)$ và

xy = t.tab.

Suy ra $ta^2 + tb^2 + a \vdots tab$ kéo theo $ta^2 + tb^2 +$ a chia hết cho cả a và t.

Vì $ta^2 + tb^2 + a \vdots t$ nên $a \vdots t$.

Vì $ta^2 + tb^2 + a \vdots a$ nên $tb^2 \vdots a$ mà (a, b) = 1 nên $t \vdots a$.

Từ đó suy ra a = t. Điều này dẫn tới $x = a^2$ là số chính phương.

Cách 3. *Lời giải này sử dụng bổ đề 2 và kết hợp tính chất: Điều kiện cần để phương trình bậc hai với các hệ số nguyên có nghiệm nguyên là biệt thức delta phải là số chính phương.*

Đặt $x^2 + y^2 + x = kxy \Leftrightarrow y^2 - kxy + x^2 + x = 0$.

Coi phương trình trên là phương trình bậc hai ẩn y, x là tham số.

Ta có $\Delta = k^2x^2 - 4(x^2 + x) = x(k^2x - 4x - 4)$ phải là số chính phương.

Dễ thấy $(x, k^2x - 4x - 4) = d$ thì $d \in \{1; 2; 4\}$.

Do Δ là số chính phương nên tồn tại các số nguyên dương u, v sao cho $x = du^2$,

$k^2x - 4x - 4 = dv^2$.

- Nếu d = 1 hoặc d = 4 thì rõ ràng x là số chính phương
- Nếu d = 2 thì thay $x = 2u^2$ vào

$k^2x - 4x - 4 = 2v^2$ ta được

$k^2u^2 - 4u^2 - 2 = v^2$

hay $(ku - v)(ku + v) = 4u^2 + 2$

Lại có $ku - v = (ku + v) - 2v$ nên ku − v và ku + v cùng tính chẵn.

Suy ra $(ku - v)(ku + v) \vdots 4$ mà $4u^2 + 2$ không chia hết cho 4, mâu thuẫn.

Vậy trường hợp d = 2 không xảy ra.

Do đó x là số chính phương.

Cách 4. *Lời giải này sử dụng khái niệm số mũ đúng. Số mũ đúng của số nguyên tố p trong phân tích tiêu chuẩn (phân tích thành tích các thừa số nguyên tố) của số nguyên dương n là số tự nhiên α thỏa mãn đồng thời các điều kiện n chia hết cho p^α và không chia hết cho $p^{\alpha+1}$. Ví dụ $200 = 2^3.5^2$ chia hết cho 2^3 mà không chia hết cho 2^4 nên số mũ đúng của 2 trong phân tích tiêu chuẩn của 200 là 3.*

Nếu x = 1 thì khẳng định được chứng minh.

Với x > 1, gọi p là ước nguyên tố bất kì của x, gọi α, β tương ứng là số mũ đúng của p trong x và y.

Khi đó số mũ đúng của p trong tích xy là $\alpha + \beta$.

Ta đi tìm số mũ đúng của p trong $x^2 + y^2 + x$.

Ta có số mũ đúng của p trong x^2, y^2, x tương ứng là 2α, 2β, α. Xét các khả năng

- Nếu $\alpha > 2\beta$ thì $x^2 + y^2 + x$ chia hết cho $p^{2\beta}$ nhưng không chia hết cho $p^{2\beta+1}$.

Suy ra số mũ đúng của p trong $x^2 + y^2 + x$ là 2β.

- Nếu $0 < \alpha < 2\beta$ thì $x^2 + y^2 + x$ chia hết cho p^α nhưng không chia hết cho $p^{\alpha+1}$.

Suy ra số mũ đúng của p trong $x^2 + y^2 + x$ là α.

- Nếu $\alpha = 2\beta$ thì số mũ đúng của p trong $x^2 + y^2 + x$ không nhỏ hơn $\alpha = 2\beta$.

Như vậy trong hai trường hợp đầu thì số mũ của p trong $x^2 + y^2 + x$ là $\min\{\alpha, 2\beta\}$, trong khi đó số mũ của p trong xy là $\alpha + \beta$.

Dễ thấy rằng trong hai trường hợp này thì $\alpha + \beta > \min\{\alpha, 2\beta\}$ nghĩa là $x^2 + y^2 + x$ không thể chia hết cho xy. Điều này có nghĩa là $\alpha = 2\beta$ tức là nếu $x \vdots p$ thì số mũ đúng của p trong x là số chẵn. Do đó x là số chính phương.

Hơn nữa, chứng minh này cũng cho ta thấy nếu d là ước chung lớn nhất của x và y thì $x = d^2$.

Kết luận. Những chứng minh trên, ở một chừng mực nào đó cho ta những cách tiếp cận khác nhau về một bài toán. Có thể còn có nhiều lời giải hay và tốt hơn cho bài toán nói trên.

Một câu hỏi tự nhiên đặt ra là liệu có tồn tại các số nguyên dương x, y thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 + x$ chia hết cho xy.

Câu trả lời là có, chẳng hạn (x, y) = (1; 1).

Ngoài ra ta còn có thể chỉ ra rằng tồn tại vô hạn bộ số nguyên dương (x, y) thỏa mãn điều kiện bài toán.

Thật vậy, ta xét các cặp $(x, y) = (a^2, ab)$ trong đó a, b là các số nguyên dương thỏa mãn điều kiện $a^2 + b^2 + 1$ chia hết cho ab thì $x^2 + y^2 + x = a^2(a^2 + b^2 + 1)$ chia hết cho $xy = a^2.ab$.

Ta chỉ ra tồn tại vô hạn cặp số nguyên dương (a, b) sao cho $a^2 + b^2 + 1 \vdots ab$ bằng cách chứng minh tồn tại vô hạn cặp số nguyên dương (a, b) thỏa mãn điều kiện

$a^2 + b^2 + 1 = 3ab$. (*)

Rõ ràng cặp $(a_o, b_o) = (2; 1)$ thỏa mãn điều kiện trên.

Ta thấy rằng nếu cặp số nguyên dương (a_n, b_n) thỏa mãn (*) thì hai cặp $(a_n, 3a_n - b_n)$ và $(3b_n - a_n, b_n)$ cũng thỏa mãn (*).

Lưu ý rằng một trong hai cặp $(a_n, 3a_n - b_n)$ và $(3b_n - a_n, b_n)$ sẽ là cặp số nguyên dương và tổng hai số ở cặp đó sẽ lớn hơn $a_n + b_n$.

Chẳng hạn nếu $a_n > b_n$ thì $a_n, 3a_n - b_n$ sẽ là các số nguyên dương và

$a_n + (3a_n - b_n) > 2a_n > a_n + b_n$.

Điều này có nghĩa là từ nghiệm nguyên dương (a_n, b_n) của (*) ta sẽ xây dựng một nghiệm mới (a_{n+1}, b_{n+1}) mà $a_{n+1} + b_{n+1} > a_n + b_n$. Quá trình này sẽ kéo dài vô hạn, và do đó ta sẽ thu được vô hạn nghiệm của (*).

Dãy nghiệm dưới đây minh họa điều đó.

(2; 1) → (2; 5) → (13; 5) → (13; 34) → (89; 34) → ...

Bạn đọc có thể sử dụng các kĩ thuật ở trên để giải một bài trong đề thi học sinh giỏi của Hàn Quốc năm 2014 được trình bày dưới đây (thực chất là bài toán 1 đã biến đổi).

Bài toán 2. Xét các số nguyên dương x, y thỏa mãn điều kiện $x^2 - 4y^2 + 1$ là bội của $(x - 2y)(1 - 2y)$. Chứng minh rằng $|x - 2y|$ là số chính phương.

Để kết thúc bài viết, chúng tôi đưa ra một số bài mà bạn đọc có thể giải bằng nhiều cách khác nhau.

Bài toán 3. Xét các số nguyên a, b, c khác 0 thỏa mãn điều kiện $\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}=3$. Chứng minh abc là lập phương của một số nguyên.

Bài toán 4. Xét các số nguyên a, b, c khác 0 thỏa mãn $\frac{ab}{c}+\frac{bc}{a}+\frac{ca}{b}$ là số nguyên. Chứng minh rằng $\frac{ab}{c}, \frac{bc}{a}, \frac{ca}{b}$ đều là các số nguyên.

Bài toán 5. Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác, (a, b, c) = 1 và $\frac{a^2+b^2-c^2}{a+b-c}, \frac{b^2+c^2-a^2}{b+c-a}, \frac{c^2+a^2-b^2}{c+a-b}$ đều là các số nguyên. Chứng minh rằng $(a + b - c)(b + c - a)(c + a - b)$ hoặc $2(a + b - c)(b + c - a)(c + a - b)$ là một số chính phương.

Bài toán 6. Cho a, b, c là các số nguyên dương thỏa mãn (a, b, c) = 1 và $a^3b^3 + b^3c^3 + c^3a^3$ chia hết cho $a^2b^2c^2$. Chứng minh rằng abc là số chính phương.

Bài toán 7. Cho a, b, c là các số nguyên dương thỏa mãn các điều kiện $b^3 \vdots a$, $c^3 \vdots b$, $a^3 \vdots c$. Chứng minh rằng $(a + b + c)^{13} \vdots abc$.

ĐỀ THI THỬ VÀO 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTN-ĐHQGHN

Năm học 2019 - 2020

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1. *(3,0 điểm)*

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 6x^2+2y^2+7xy=15 \\ 12x+6y+2x^2y+y^2x=15. \end{cases}$

2) Với a, b, c là những số thực, chứng minh rằng

$$\frac{2a+b}{a-b}+\frac{2b+c}{b-c}+\frac{2c+a}{c-a}=3+\frac{(2a+b)(2b+c)}{(a-b)(b-c)}+\frac{(2b+c)(2c+a)}{(b-c)(c-a)}+\frac{(2c+a)(2a+b)}{(c-a)(a-b)}.$$

Bài 2. *(3,0 điểm)*

1) Tìm số có 2 chữ số $\overline{ab}$ sao cho $(\overline{ab})^2$ cũng có 2 chữ số tận cùng là ab.

2) Với a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác, $p=\frac{a+b+c}{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M=\frac{a}{p-b}+\frac{b}{p-c}+\frac{c}{p-a}$.

Bài 3. *(3,0 điểm)* Cho hai đường tròn (K) và (L) tiếp xúc ngoài nhau tại P, với bán kính của (L) bé hơn bán kính của (K). Lấy điểm A thuộc (K) và điểm B thuộc (L) sao cho AB tiếp xúc với (K) và (L).

1) Chứng minh rằng PA $\perp$ PB.

2) Dựng đường tròn (J) tiếp xúc ngoài với (K) và (L) lần lượt tại M và N, đồng thời tiếp xúc với đoạn thẳng AB tại C. Chứng minh rằng bốn điểm A, M, N, B cùng nằm trên một đường tròn.

3) Gọi giao điểm thứ hai của PC với (L) là S. Chứng minh rằng SL song song với AB.



Bài 4. *(1,0 điểm)* Với a, b, c là các số thực dương thỏa mãn ab + bc + ca = 1. Chứng minh rằng

$$P=a^2+b^2+c^2+\frac{8abc}{\sqrt{(1+a^2)(1+b^2)(1+c^2)}}\geq 2.$$

ĐẶT MUA TẠP CHÍ CẢ NĂM HỌC TẠI CÁC CƠ SỞ BƯU ĐIỆN TRONG CẢ NƯỚC
MÃ ẤN PHẨM: C 169.1

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI
THỬ SỨC TRƯỚC KÌ THI VÀO 10 THPT CHUYÊN

Năm học 2020 - 2021

Môn thi: Toán

(Đề đăng trên TTT2 số 207)

Bài 1. 1) Đặt $a = 2020$. Ta có

$A = \sqrt{a^2 + a^2(a+1)^2 + (a+1)^2}$

$= \sqrt{a^2(a+1)^2 + 2a(a+1) + 1} = \sqrt{(a^2 + a + 1)^2}$

$= a^2 + a + 1 = 2020^2 + 2021.$

Vậy A là số tự nhiên

2) Giả sử $n + 26$ và $n - 11$ đều là lập phương của một số nguyên dương. Khi đó

$$\begin{cases} n + 26 = k^3 \\ n - 11 = q^3 \end{cases} (0 \neq q < k;\ k, q \in \mathbb{N}).$$

Suy ra $k^3 - q^3 = 37$

$\Leftrightarrow (k - q)(k^2 + kq + q^2) = 37.$

Vì $k > q$ nên $k^2 + kq + q^2 > k - q > 0$.

Từ đó suy ra $\begin{cases} k - q = 1 \\ k^2 + kq + q^2 = 37 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k = 4 \\ q = 3. \end{cases}$$

Vậy $n = q^3 + 11 = 38$.

Bài 2. 1) ĐKXĐ: $x \neq \pm 1$.

Đặt $a = \dfrac{x-2}{x+1}$, $b = \dfrac{x+2}{x-1}$.

Phương trình đã cho trở thành

$10a^2 + b^2 - 11ab = 0 \Leftrightarrow (a - b)(10a - b) = 0$

$\Leftrightarrow a = b$ hoặc $b = 10a$.

• Với $a = b$ ta có $\dfrac{x-2}{x+1} = \dfrac{x+2}{x-1}$

nên suy ra $x = 0$ (thỏa mãn ĐK).

• Với $b = 10a$ ta có

$$\frac{x+2}{x-1} = 10.\left(\frac{x-2}{x+1}\right) \Rightarrow 3x^2 - 11x + 6 = 0$$

$\Leftrightarrow x = 3;\ x = \dfrac{2}{3}$ (thỏa mãn ĐK).

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là $S = \{3; \dfrac{2}{3}; 0\}$.

2) Hệ đã cho tương đương với

$$\begin{cases} y^2 = \dfrac{2x}{x^2 + 1} \\ y^3 = -2(x-1)^2 - 1. \end{cases}$$

Ta có $y^2 = \dfrac{2x}{1 + x^2} \leq 1 \Rightarrow -1 \leq y \leq 1$. (1)

Mặt khác $y^3 = -2(x-1)^2 - 1 \leq -1$

$\Rightarrow y \leq -1$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $y = -1$; $x = 1$.

Vậy hệ đã cho có nghiệm $(x, y) = (1; -1)$.

Bài 3. 1) Đặt $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với a nguyên dương. Ta có

$f(5) - f(3) = (5^3 - 3^3)a + (5^2 - 3^2)b + (5 - 3)c$

$= 98a + 16b + 2c = 2020$

$\Rightarrow 16b + 2c = 2020 - 98a.$

Do đó

$f(7) - f(1) = (7^3 - 1^3)a + (7^2 - 1^2)b + (7 - 1)c$

$= 342a + 48b + 6c = 342a + 3(16b + 2c)$

$= 342a + 3(2020 - 98a) = 48a + 6060 \vdots 3.$

Vì a nguyên dương nên $48a + 6060 > 1$.

Vậy $f(7) - f(1)$ là hợp số.

2) • Nếu $x = y$ thì $x^2 + 3y = y^2 + 3x = x^2 + 3x$.

Đặt $x^2 + 3x = a^2$ ($x, a \in \mathbb{N}^*$). Ta có

$4x^2 + 12x - 4a^2 = 0 \Leftrightarrow (2x + 3)^2 - (2a)^2 = 9$

$\Leftrightarrow (2x + 3 - 2a)(2x + 3 + 2a) = 9$

Vì $x, a \in \mathbb{N}^*$ nên $2x + 3 - 2a < 2x + 3 + 2a$.

Suy ra $\begin{cases} 2x + 3 - 2a = 1 \\ 2x + 3 + 2a = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ a = 2. \end{cases}$

Từ đó ta có $x = y = 1$ (thỏa mãn).

• Nếu $x \neq y$, không mất tính tổng quát giả sử $x < y$.

Khi đó $y^2 < y^2 + 3x < y^2 + 3y < (y + 2)^2$.

Do x, y nguyên dương nên $y^2 + 3x = (y + 1)^2$

$\Leftrightarrow y^2 + 3x = y^2 + 2y + 1 \Leftrightarrow y = \dfrac{3x - 1}{2}$

Ta có $x^2 + 3y = \dfrac{2x^2 + 9x - 3}{2}$.

Đặt $\frac{2x^2+9x-3}{2}=b^2$ $(x, b\in\mathbb{N}^*)$.

$\Leftrightarrow 2x^2+9x-3=2b^2$

$\Leftrightarrow 16x^2+72x-24-16b^2=0$

$\Leftrightarrow (4x+9)^2-(4b)^2=105$

$\Leftrightarrow (4x+9-4b)(4x+9+4b)=105=1.105$

$=3.35=5.21=7.35.$

Vì $x, b\in\mathbb{N}^*$ nên $4x+9-4b<4x+9+4b$.

Ta có các trường hợp sau

✻ TH1. $\begin{cases}4x+9-4b=1\\4x+9+4b=105\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x=11\\b=13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=11\\y=16\end{cases}$ (thỏa mãn).

✻ TH2. $\begin{cases}4x+9-4b=3\\4x+9+4b=35\end{cases}\Leftrightarrow x=\frac{5}{2}$ (loại).

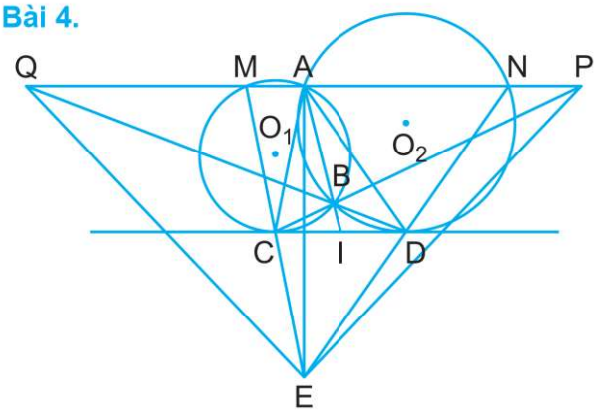
✻ TH3. $\begin{cases}4x+9-4b=5\\4x+9+4b=21\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$ (loại).

✻ TH4. $\begin{cases}4x+9-4b=7\\4x+9+4b=15\end{cases}\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$ (loại).

Vậy các số nguyên dương (x, y) thỏa mãn là (1; 1); (11; 16); (16;11).

Bài 4.



1) Vì MN // CD nên $\widehat{EDC}=\widehat{ENA}$

Mặt khác $\widehat{CDA}=\widehat{DNA}$ (cùng chắn cung AD)

$\Rightarrow\widehat{EDC}=\widehat{CDA}$ hay DC là phân giác của góc ADE.

Tương tự CD cũng là phân giác của góc ACE.

Từ đó $\Delta ACD=\Delta ECD$ (g.c.g).

Suy ra DA = DE, CA = CE nên CD là trung trực của AE hay $AE\perp CD$.

2) Vì CD là trung trực AE và CD // MN nên CD là đường trung bình tam giác MNE, suy ra MN = 2CD.

Lại có CD // PQ $\Rightarrow\frac{BC}{BP}=\frac{BD}{BQ}=\frac{CD}{PQ}$.

Suy ra $\frac{BC}{BP}+\frac{BD}{BQ}=\frac{2CD}{PQ}=\frac{MN}{PQ}$.

3) Gọi I là giao điểm của AB và CD.

Vì IC, ID là tiếp tuyến của (O_1) và (O_2) nên ta có $IC^2=IB.IA=ID^2$ hay IC = ID.

Do CD // PQ, theo định lí Thales ta có

$\frac{ID}{AQ}=\frac{IB}{AB}=\frac{IC}{AP}\Rightarrow AQ=AP.$ (1)

Lại có CD // PQ và $AE\perp CD$ nên $AE\perp PQ$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra EA vừa là trung tuyến vừa là đường cao của tam giác PEQ do đó tam giác PEQ cân tại E.

Bài 5. Với x, y là các số thực dương, dễ chứng minh được $\frac{1}{x+y}\le\frac{1}{4}(\frac{1}{x}+\frac{1}{y})$. Đẳng thức xảy ra khi x = y.

Áp dụng bất đẳng thức trên ta có

$$\frac{a}{b+c+2a}=\frac{a}{(a+b)+(a+c)}\le\frac{1}{4}\left(\frac{a}{a+b}+\frac{a}{a+c}\right).$$

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$\sqrt{\frac{a}{b+c+2a}.\frac{1}{4}}\le\frac{1}{2}\left(\frac{a}{b+c+2a}+\frac{1}{4}\right)$$

$$\Rightarrow\sqrt{\frac{a}{b+c+2a}}\le\frac{a}{b+c+2a}+\frac{1}{4}$$

$$\le\frac{1}{4}\left(\frac{a}{a+b}+\frac{a}{a+c}+1\right).$$

Tương tự $\sqrt{\frac{b}{c+a+2b}}\le\frac{1}{4}\left(\frac{b}{b+c}+\frac{b}{a+b}+1\right)$;

$$\sqrt{\frac{c}{a+b+2c}}\le\frac{1}{4}\left(\frac{c}{b+c}+\frac{c}{c+a}+1\right).$$

Cộng vế với vế các bất đẳng thức trên ta được

$$M\le\frac{1}{4}\left(\frac{a}{a+b}+\frac{a}{a+c}+\frac{b}{a+b}+\frac{b}{b+c}+\frac{c}{a+c}\right.$$

$$\left.+\frac{c}{b+c}+3\right)=\frac{3}{2}.$$

Đẳng thức xảy ra khi a = b = c.

Vậy $M_{max}=\frac{3}{2}$ khi a = b = c.



Kì này Ô CHỮ COLOR

TRẦN THỊ THẢO
TH Đức Lâm, Đức Thọ, Hà Tĩnh

Let's play Color Word Search today. Look at the picture for clues, and then find eleven words relating to colors in the puzzle below.



P	U	R	P	L	E	J	Q	D	B
I	R	E	M	D	S	E	L	P	L
N	E	D	N	H	G	U	K	U	U
K	S	B	O	O	R	A	N	G	E
L	E	S	T	D	E	P	C	A	Z
E	N	I	K	Y	E	L	L	O	W
G	O	L	D	N	N	O	F	K	H
R	R	V	I	X	A	I	W	L	I
I	M	E	Q	B	W	G	Y	F	T
D	B	R	O	W	N	N	P	N	E

Kết quả SPRING FLOWERS (TTT2 số 206)

Trong những ngày giãn cách xã hội do dịch Covid-19 vừa qua, cùng nhau ở nhà, tìm hiểu về các loài hoa của Vườn Anh cũng là cách sử dụng thời gian hữu ích.

✻ Các từ hàng dọc từ trái sang phải:
Poeny − hoa mẫu đơn;
Violet − Hoa vi-ô-lét;
Orchid − Hoa lan;
Sunflower − Hoa hướng dương;
Lily − Hoa Loa kèn;
Daisy − Hoa cúc;
Lotus − Hoa sen.

✻ Các từ hàng ngang từ trên xuống:
Daffodil − Hoa thủy tiên;
Peach blossom − Hoa đào;
Rose − Hoa hồng;
Hibiscus − Hoa dâm bụt;
Tulip − Hoa Tuy-líp.

HONG HA

Nhận xét. Năm phần quà của Chủ Vườn kì này sẽ được gửi tới các bạn có tên sau: *Nguyễn Duy Anh*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Hoàng Long*, 7B, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Trần Thị Thảo Linh*, 7A, THCS Bình Thịnh, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Doãn Trịnh Bảo Châu*, 8A1, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Phan Thùy Trâm*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**.

Xin chúc mừng các bạn.

Chủ Vườn

ĐỀ THI CÂU LẠC BỘ TTT

VÕ XUÂN MINH

Kì 35

CLB1. Find the sum of all the odd numbers from 1 to 1000 that are neither divisible by 5 nor divisible by 9.

CLB2. Solve the following equation for integer solutions $x^2 + y^2 + 2(x + y) = 2021$.

CLB3. Find a and b such that

$(a - 1)^3 + (b + 1)^3 = 9$, $a^2 + 2b^2 = 3a$.

CLB4. Given 3 positive real numbers x, y and z such that $x + y + z = 1$. Find the minimum value of the expression

$$A = \frac{x^2y^2}{z^2} + \frac{y^2z^2}{x^2} + \frac{z^2x^2}{y^2}.$$

CLB5. Given trapezium ABCD (AB // CD) where AB = 3.5, CD = 16, AC = AD = 10. Prove that AD is perpendicular to BC.

ĐỖ ĐỨC THÀNH *(dịch)*

Kết quả Kì 33 (TTT2 số 206)

CLB1. $1^3 + 2^3 + 3^3 + 6^3 + 9^3 + \ldots + 57^3$

$= 1 + 8 + 3^3.(1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + 19^3)$

$= 9 + 27.36100 = 974709.$

CLB2. Do a, b, c khác 0 nên ta có

$$\frac{a+b}{ab} = \frac{b+c}{bc} = \frac{c+a}{ca} \Rightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{a} = \frac{1}{c} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{c}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{1}{b} = \frac{1}{c} \Rightarrow a = b = c.$$

Do đó $M = \dfrac{a.a^2.a^3}{a^6 + a^6 + a^6} = \dfrac{a^6}{3a^6} = \dfrac{1}{3}$.

CLB3. Gọi số cần tìm là $n = 2a^2 = 3b^3$ $(a, b \in \mathbb{N}^*)$.

Ta có $2a^2 \vdots 3 \Rightarrow a \vdots 3 \Rightarrow a^2 \vdots 9$.

Lại có $3b^3 \vdots 2 \Rightarrow b^3 \vdots 2 \Rightarrow b \vdots 2$.

Mà $3b^3 \vdots a^2 \Rightarrow 3b^3 \vdots 9 \Rightarrow b^3 \vdots 3 \Rightarrow b \vdots 3$.

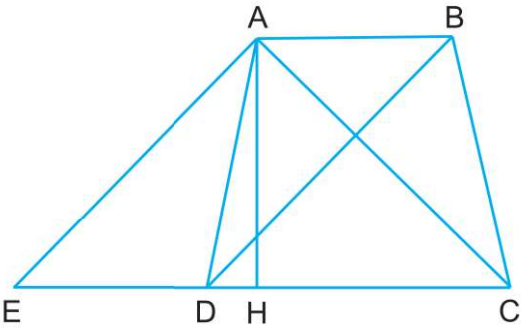
Từ đó ta có $b \vdots 6$.

Do b là số tự nhiên nhỏ nhất nên xét $b = 6$.

Khi đó ta có $2a^2 = 3.6^3 \Rightarrow a = 18$.

Vậy số cần tìm là $n = 2.18^2 = 3.6^3 = 648$.

CLB4. Qua A vẽ đường thẳng song song với BD cắt CD tại E.



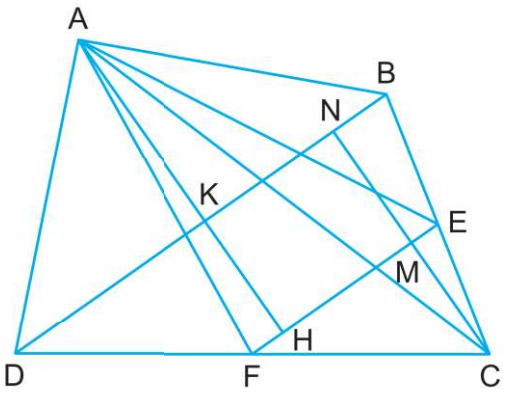
Ta có ABDE là hình bình hành, $\widehat{EAC} = 90^o$ nên tam giác ACE vuông cân tại A.

Suy ra $AH = \dfrac{EC}{2} = \dfrac{ED + CD}{2} = \dfrac{AB + CD}{2}$.

Từ đó ta có

$$S_{ABCD} = \frac{(AB + CD).AH}{2} = AH^2 = 16 \ (cm^2).$$

CLB5. Vẽ AH vuông góc với EF tại H, AH cắt BD tại K. Vẽ CM vuông góc với EF tại M, CM cắt BD tại N.



Ta có $AH > KH = MN = CM$

$S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ACD} = 2S_{AECF} < 4S_{AEF}$

$\leq 2AE.AF \leq 2.\dfrac{1}{4}(AE + AF)^2 = \dfrac{1}{2}(AE + AF)^2.$

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt được thưởng kì này: *Phan Thùy Trâm*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành; *Nguyễn Công An*, 8C, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Ngô Thị An Bình*, 8E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**; *Trần Trung Phúc*, 8A4, THCS Ngô Gia Tự, Hồng Bàng, **Hải Phòng**.

NGUYỄN QUANG TUẤN

Thì thầm... Thì thầm thôi...

Tuổi hồng... xin cứ tuổi hồng
Chuyện gì quá sớm... xin không trả lời



Hỏi: Vừa qua các thầy cô dạy online cho chúng em nhưng em vẫn không thích như được học trên lớp. Anh thấy thế nào?

TRẦN A.
(Lớp 9A4, THCS Nam Trung Yên, Cầu Giấy, Hà Nội)

Đáp:

Thầy cô dạy học Online
Khó thích như lúc giảng bài khi xưa
Nhưng mà tình thế đẩy đưa
Soạn vất vả vẫn say sưa giúp trò.



Hỏi: Em thấy nước mình chống đại địch giỏi hơn các nước Âu, Mỹ đúng không anh?

NGUYỄN T.
(Lớp 7D, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, Nghệ An)

Đáp:

Nước to mà lại nguy to
Chỉ bởi khinh dịch không lo từ đầu
Nước mình tuyệt nhất toàn cầu
Cảnh giác rất sớm tới đâu chặn liền.

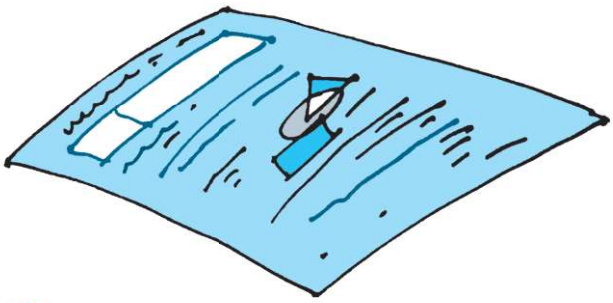


Hỏi: Năm nay nội dung thi vào lớp 10 có như mọi năm không anh?

BẠN TRAI TINH NGHỊCH
(Lớp 9A, THCS Lê Quý Đôn, Mộc Châu, Sơn La)

Đáp:

Em đừng lo nghĩ buồn phiền
Bộ đã chỉ đạo đề nên thế nào
Chỗ tinh giản cấm đưa vào
Đọc đề em sẽ thở phào vì vui.

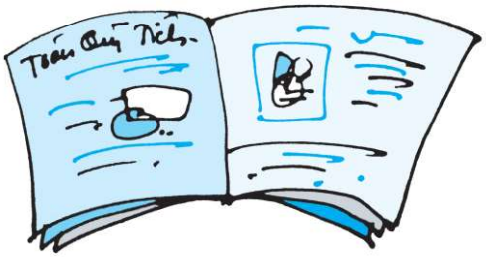


Hỏi: Em sợ nhất là toán quỹ tích. Liệu có thi không anh?

EM GÁI NHÚT NHÁT
(Lớp 9A4, THCS Thốt Nốt, Q. Thốt Nốt, Cần Thơ)

Đáp:

Quỹ tích anh đã nếm mùi
Có những bài khó thức vùi mấy đêm
"Ninh nhừ" thì cứng hoá mềm
Kiến thức nắm vững cũng êm thôi mà...



ANH PHÓ GỠ XƯA



CÁC LỚP 6 & 7

Bài 1(208). Tìm các số tự nhiên a thỏa mãn $8^a + 15^a + 24^a + 45^a = 17^a + 51^a$.

NGUYỄN NGỌC HÙNG

(Trường THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, Hà Tĩnh)

Bài 2(208). Giả sử mỗi điểm của mặt phẳng được tô bởi một trong hai màu xanh hoặc đỏ. Chứng tỏ rằng tồn tại một tam giác vuông cân có ba đỉnh được tô cùng màu.

TẠ THẬP

(TP. Hồ Chí Minh)

Bài 3(208). Có bao nhiêu bộ sáu số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 999 thỏa mãn tích của chúng tận cùng bằng đúng bốn chữ số 0?

VÕ QUỐC BÁ CẨN

(Trường Archimedes Academy, Q. Cầu Giấy, Hà Nội)

Bài 4(208). Cho tam giác ABC có $\widehat{ABC} = 75^o$, $\widehat{ACB} = 45^o$. Gọi d là đường trung trực của cạnh BC. Trên d lấy điểm D sao cho A, D nằm cùng nửa mặt phẳng bờ BC và $\widehat{DCB} = 30^o$. Chứng minh D là tâm đường tròn đi qua ba điểm A, B, C.

NGUYỄN THANH GIANG

(Trường THPT chuyên Hưng Yên)

SOLVE VIA MALL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Thanh Do Duc

1(208). Find all the values of natural number a such that $8^a + 15^a + 24^a + 45^a = 17^a + 51^a$.

2(208). In a plane, each point can be colored either red or blue. Prove that there exists a right triangle whose vertices have the same color.

3(208). How many groups of consecutive 6-digit numbers from 1 to 999 such that their product to the end by exactly four zeros?

4(208). Given triangle ABC where $\widehat{ABC} = 75^o$, $\widehat{ACB} = 45^o$. Let d be the perpendicular bisector of BC. Point D in on d such that A and D are on the same side of BC and $\widehat{DCB} = 30^o$. Show that D is the circumcenter of triange ABC.



CÁC LỚP THCS

Bài 5(208). Giải phương trình

$$x^3+1=2\sqrt[3]{2\sqrt[3]{2x-1}-1}.$$

NGUYỄN VĂN XÁ

(Trường THPT Yên Phong 2, Bắc Ninh)

Bài 6(208). Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn phương trình $\dfrac{x^3+x^2+x+1}{8}=y^{999}$.

NGUYỄN VĂN NHO

(Trường THPT Nguyễn Duy Trinh, Nghi Lộc, Nghệ An)

Bài 7(208). Cho x, y, z là các số thực dương. Chứng minh rằng

$$\sqrt{\frac{x^2+y^2}{z}}+\sqrt{\frac{y^2+z^2}{x}}+\sqrt{\frac{z^2+x^2}{y}}\geq\sqrt{2}(\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}).$$

LẠI QUANG THỌ

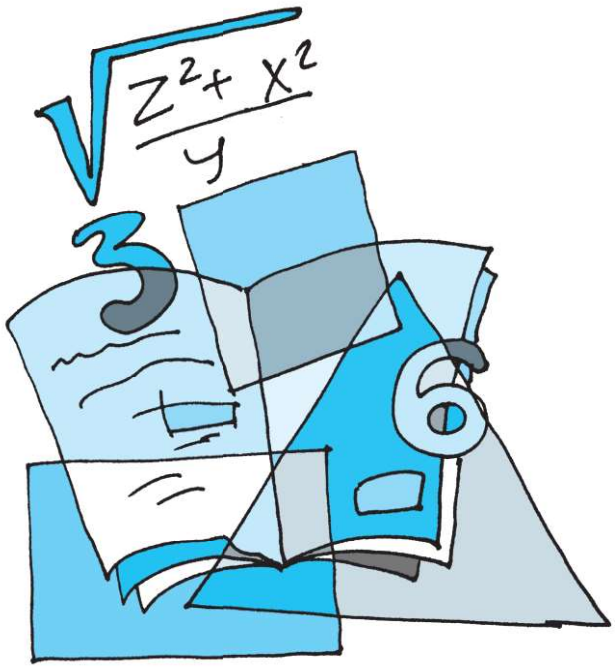
(Phòng GD&ĐT Tam Dương, Vĩnh Phúc)

Bài 8(208). Cho tam giác ABC với AB < AC và M là trung điểm của BC. H là hình chiếu của B lên AM. Lấy điểm Q trên tia đối của tia AM sao cho AQ = 4HM. Gọi D là giao điểm của AC và BQ. Chứng minh rằng tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ADQ nằm trên đường tròn ngoại tiếp tam giác DBC.

TRẦN QUANG HÙNG

(Trường THPT chuyên KHTN-ĐHQG Hà Nội)





SOLVE VIA MALL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Thanh Do Duc

5(208). Solve the following equation

$$x^3+1=2\sqrt[3]{2\sqrt[3]{2x-1}-1}.$$

6(208). Find the integers x and y satisfying the following equation

$$\frac{x^3+x^2+x+1}{8}=y^{999}.$$

7(208). Given positive real numbers x, y and z. Show that

$$\sqrt{\frac{x^2+y^2}{z}}+\sqrt{\frac{y^2+z^2}{x}}+\sqrt{\frac{z^2+x^2}{y}}\geq\sqrt{2}(\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}).$$

8(208). Given triangle ABC where AB < AC and M is the midpoint of BC, BH is perpendicular to AM (H is on AM). Point Q is on the opposite ray of AM such that AQ = 4HM. AC cuts BQ at D. Prove that the circumcenter of triangle ADQ is on the circumcircle of triangle DBC.

NỀN TẢNG SÁCH GIÁO KHOA ĐIỆN TỬ, NỀN TẢNG TẬP HUẤN
NGUỒN TÀI LIỆU HỖ TRỢ TÍCH CỰC CHO GIÁO VIÊN DẠY HỌC THEO CHƯƠNG TRÌNH VÀ SÁCH GIÁO KHOA MỚI

Từ tháng 2/2020, nhằm phục vụ và hỗ trợ kịp thời nhu cầu tìm và lựa chọn sách giáo khoa (SGK) lớp 1 mới của các nhà quản lí, giáo viên (GV) trên cả nước, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam (NXBGDVN) đã công bố phiên bản điện tử của 4 bộ SGK lớp 1 (gồm *Kết nối tri thức với cuộc sống, Chân trời sáng tạo, Cùng học để phát triển năng lực, Vì sự bình đẳng và dân chủ trong giáo dục*). Đây cũng là nguồn tư liệu hữu ích giúp các bậc phụ huynh và các em học sinh tham khảo, làm quen với nội dung sách mới, chuẩn bị tâm thế sẵn sàng bước vào năm học đầu tiên thực hiện chương trình và sách giáo khoa mới.

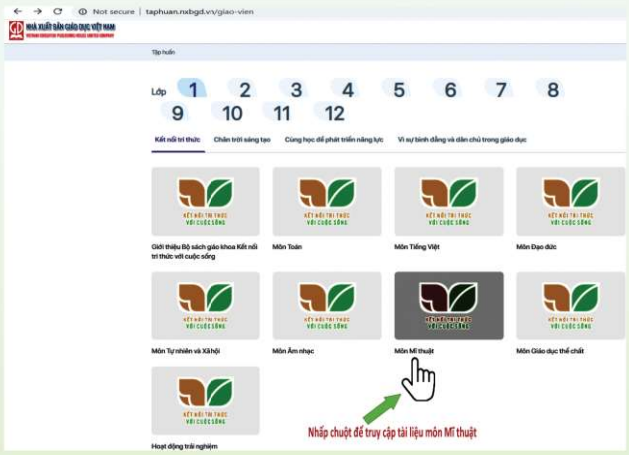
Nền tảng sách điện tử của NXBGDVN có tên gọi **Hành trang số** được xây dựng với các tính năng: Cung cấp phiên bản sách điện tử với những công cụ trải nghiệm sách online nhằm hỗ trợ tích cực việc dạy và học, qua đó phát huy toàn diện tiềm năng của các bộ SGK; Cung cấp kho học liệu và bài tập bổ trợ phục vụ việc tự học của học sinh và soạn giáo án, bài giảng của giáo viên; Cung cấp mô hình lớp học trực tuyến phục vụ việc quản trị lớp học, khai thác tối ưu những thế mạnh của việc áp dụng công nghệ thông tin trong đổi mới phương pháp dạy học, quản trị lớp học và đánh giá năng lực học sinh. Để tiếp cận với SGK điện tử của NXBGDVN, bạn đọc có thể truy cập theo địa chỉ: *http://nxbgd.vn/sachdientu* hoặc *http://hanhtrangso.nxbgd.vn* để chọn bộ sách, tên sách cần đọc.

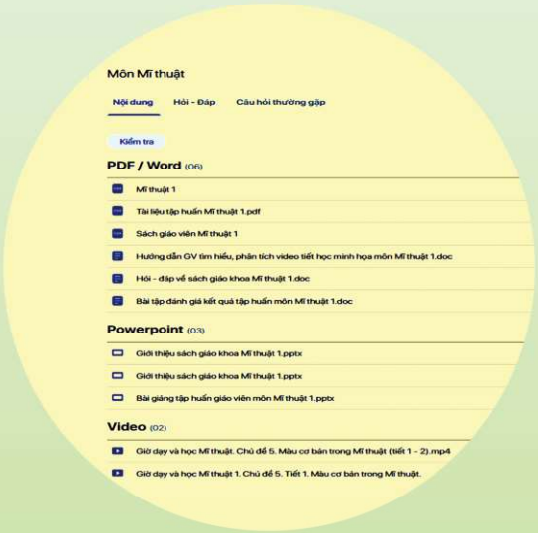
Song hành cùng nền tảng sách điện tử **Hành trang số**, NXBGDVN đã xây dựng nền tảng **Tập huấn**, bao gồm các phiên bản điện tử của SGK, SGV; các tài liệu thuyết minh SGK; các slide và video bài giảng tập huấn GV của tác giả sách; các video tiết học minh họa; giải đáp các câu hỏi thường gặp; các bài tập để GV tự kiểm tra, đánh giá kết quả tập huấn; phần hướng dẫn sử dụng, khai thác các tài liệu trên trang Hành trang số và Tập huấn của NXBGDVN. Ngoài ra, người dùng còn có thể tham gia trao đổi ý kiến, kinh nghiệm giảng dạy-học tập theo từng môn; đặt câu hỏi và nhận câu trả lời từ những người tham gia biên soạn sách.

Để khai thác nguồn tài nguyên hữu ích trên, mời bạn đọc truy cập địa chỉ: *http://taphuan.nxbgd.vn*.

Với các câu hỏi cần giải đáp và góp ý liên quan đến SGK mới của NXBGDVN, GV có thể gửi e-mail theo địa chỉ: *hoidapsgk@nxbgd.vn*.

NXBGDVN đang tiếp tục hoàn thiện các nội dung trên trang **Hành trang số** và **Tập huấn**, nhằm tạo ra những sản phẩm hỗ trợ tích cực và hiệu quả nhất, đồng hành cùng GV và các em học sinh trong năm học 2020-2021 và những chặng đường tiếp theo.





Corona – Đại dịch sẽ phải lùi xa

Mạnh mẽ - Vững tin *Nhạc và lời: Bùi Anh Tú*





Từ mấy tháng nay cả nước nói riêng và cả thế giới nói chung đang oằn mình chống đại dịch Covid-19.

Là nhạc sĩ sáng tác, một người công tác trong ngành giáo dục, nhạc sĩ Bùi Anh Tú đã viết bài hát *Corona - Đại dịch sẽ phải lùi xa*. Với tiết tấu sôi nổi, vui tươi, bài hát như một lời kêu gọi, ngợi ca những chiến sĩ ở tất cả mọi lĩnh vực trên tuyến đầu đang cùng toàn dân ngày đêm chống đại dịch Covid-19 với mong muốn tất cả chúng ta hãy luôn tin tưởng vào sự lãnh đạo của Đảng và nhà nước, hãy dang rộng vòng tay thân ái, hãy yêu thương, gắn kết đùm bọc nhau trong lúc khó khăn và chắc chắn rằng đại dịch corona rồi sẽ phải lùi xa...

Dành cho giáo viên, phụ huynh và trẻ em từ 12 tuổi đến dưới 16 tuổi.
Giấy phép xuất bản: số 31/GP-BVHTT, cấp ngày 23/1/2003 của Bộ Văn hóa và Thông tin.
Mã số: 8BTT208M20. **In tại:** Công ty cổ phần in Công Đoàn Việt Nam, 167 Tây Sơn, Đống Đa, Hà Nội. In xong và nộp lưu chiểu tháng 05 năm 2020.

Giá: 10 000 đồng