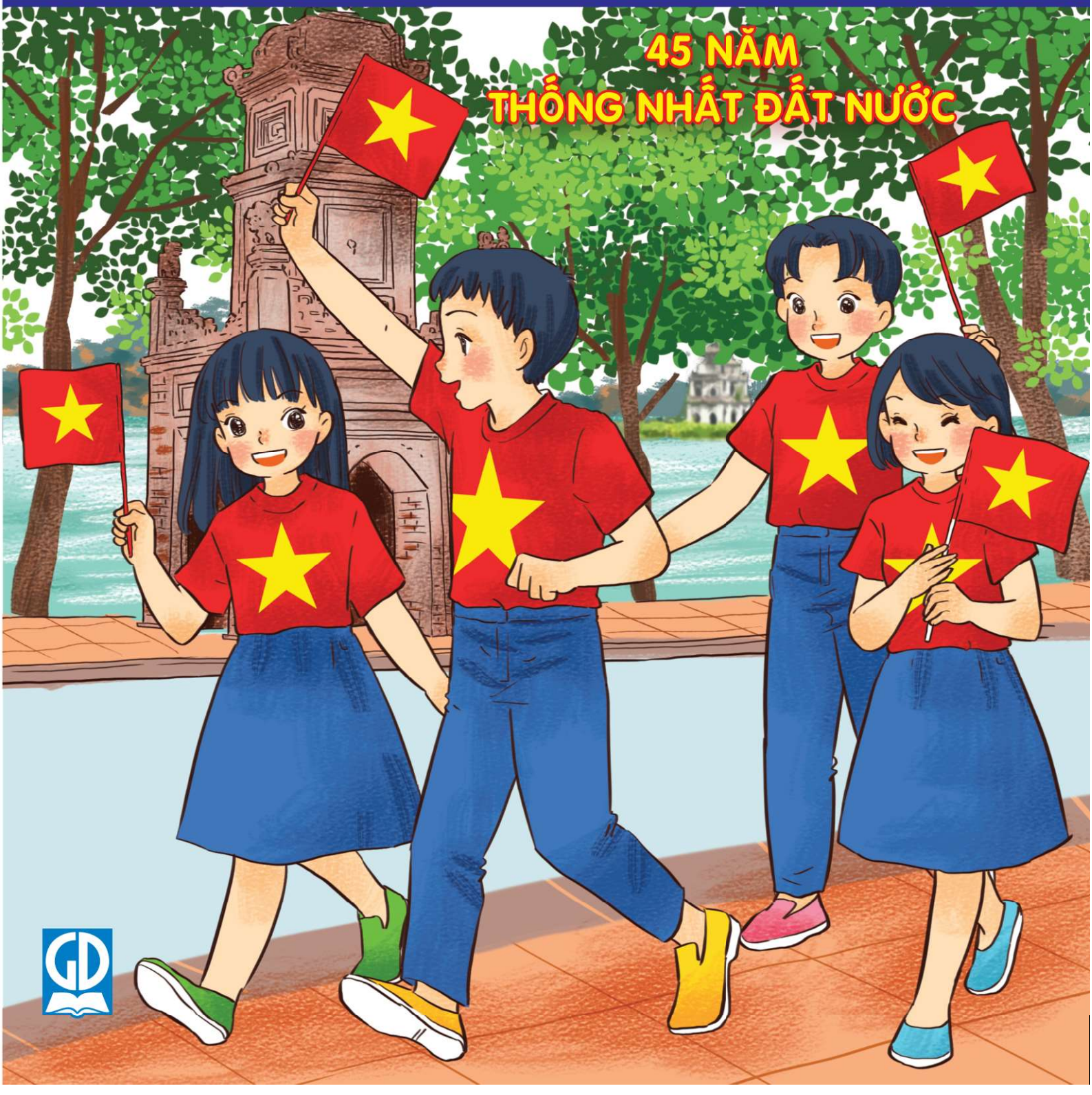
NĂM THỨ
HAI MƯƠI MỐT
ISSN 1859-2740

Toán tuổi thơ 2

8/9
207
NĂM HỌC 2019 - 2020

TRUNG HỌC CƠ SỞ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO



Sản phẩm Mới 2020



HONG HA®

TRỤ SỞ CHÍNH
Cơ sở I: 25 Lý Thường Kiệt, Hoàn Kiếm, HN.
Cơ sở II: 672 Ngô Gia Tự, Long Biên, HN.
Tel: 024.36523330 * Fax: 024.36524157
Email: congty@vpphongha.com.vn
Website: www.vpphongha.com.vn

CHI NHÁNH ĐÀ NẴNG
23-25 Đường Yên Thế,
P. Hoà An, Q. Cẩm Lệ.
Điện thoại: 0236 3649 046
Fax: 0236 3649 046

CHI NHÁNH TP.HCM
Lô 10, Đường số 4, KCN Tân Tạo
P. Tân Tạo A, Q. Bình Tân.
Điện thoại: 028 3756 2158
Fax: 028.3756 2157

Toán tuổi thơ 2 TRUNG HỌC CƠ SỞ

Children's Fun Maths Journal

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HỘI ĐỒNG BIÊN TẬP

Phó Tổng biên tập NXBGD Việt Nam:
TS. TRẦN QUANG VINH
Phó Tổng biên tập phụ trách tạp chí:
TRẦN THỊ KIM CƯƠNG

ỦY VIÊN

NGND. VŨ HỮU BÌNH
TS. NGUYỄN MINH ĐỨC
ThS. ĐẶNG HIỆP GIANG
TS. NGUYỄN MINH HÀ
ThS. NGUYỄN NGỌC HÂN
PGS. TS. VŨ ĐÌNH HÒA
ThS. TRẦN QUANG HÙNG
TS. LÊ THỐNG NHẤT
PGS. TS. TẠ DUY PHƯỢNG
ThS. PHẠM ĐỨC TÀI
NGND. PGS. TS. TÔN THÂN
PGS. TS. LÊ ANH VINH

TÒA SOẠN

Tầng 2, nhà A, số 187B Giảng Võ, phường Cát Linh, quận Đống Đa, Hà Nội
Điện thoại: 024.35682701 - Fax: 024.35682702
Email (Ban biên tập): bbttoantuoitho@gmail.com
Email (Trị sự - Phát hành): tapchitoantuoitho@gmail.com
Website: http://www.toantuoitho.vn

ĐỐI TÁC ĐẠI DIỆN PHÍA NAM

Công ty cổ phần Đầu tư và Phát triển Giáo dục Phương Nam
231 Nguyễn Văn Cừ, Q.5, TP. Hồ Chí Minh
ĐT: 028.73035556, Email: thitruong@phuongnam.edu.vn

Trị sự - Phát hành:
TRỊNH THỊ TUYẾT TRANG,
NGUYỄN THỊ HUYỀN THANH, NGUYỄN THỊ HẢI ANH
Biên tập - Chế bản:
NGUYỄN QUANG TUẤN, VŨ THỊ MAI, ĐỖ TRUNG KIÊN
Mĩ thuật: **TRẦN NGỌC TRƯỜNG**

CHỊU TRÁCH NHIỆM XUẤT BẢN

Chủ tịch Hội đồng Thành viên NXBGD Việt Nam:
NGUYỄN ĐỨC THÁI
Tổng Giám đốc NXBGD Việt Nam:
HOÀNG LÊ BÁCH
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NXBGD Việt Nam:
PHAN XUÂN THÀNH

TRONG SỐ NÀY

Dành cho các nhà toán học nhỏ 2
Sử dụng nguyên lí cực hạn trong giải toán
Cao Văn Dũng

Rừng cười 4
Báo gì?
Lê Anh Tuấn

Đo trí thông minh 5
Tìm nốt các chữ số còn thiếu
Vũ Thế Thám

Sai ở đâu? Sửa cho đúng 7
Lời giải ổn chưa?
Đậu Công Nho

Phá án cùng thám tử Sê Lốc Cốc 10
Cô Nguyệt phải làm gì?
Trần Phương Nam

Compa vui... tính 15
Tìm độ dài cạnh hình vuông
Cao Ngọc Toản

Thách đấu 21
Trận đấu thứ một trăm bảy mươi mốt
Nguyễn Minh Hà

Giải toán thế nào? 22
Vẽ tiếp tuyến để giải các bài toán hình học
Lê Quốc Hán

Vào thăm Vườn Anh 28
Opposite
Quang Minh

Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ 29
Kì 34
Nguyễn Đoàn Vũ

Minh họa bìa 1: Nguyễn Thị Ngọc Thủy *(Công ty cổ phần Mĩ thuật và Truyền thông)*



SỬ DỤNG NGUYÊN LÍ CỰC HẠN TRONG GIẢI TOÁN

CAO VĂN DŨNG

Trường THPT chuyên Hà Nội Amsterdam

Sử dụng nguyên lí cực hạn là một phương pháp được vận dụng cho nhiều dạng bài toán khác nhau, đặc biệt nó có ích khi giải các bài toán tổ hợp nói chung và hình học nói riêng. Nguyên lí cực hạn được phát biểu đơn giản như sau:

Nguyên lí 1: *Trong một tập hữu hạn và khác rỗng các số thực luôn có thể chọn được số bé nhất và số lớn nhất.*

Nguyên lí 2: *Trong một tập khác rỗng các số tự nhiên luôn có thể chọn được số bé nhất.*

Hệ quả: *Nếu một tập hợp gồm các số hữu hạn và có vai trò như nhau thì ta có thể sắp xếp chúng theo thứ tự tăng dần hoặc giảm dần.*

Khi vận dụng nguyên lí này, ta phải tiến hành các bước sau:

Bước 1. *Chỉ ra rằng trong tất cả các giá trị cần khảo sát luôn tồn tại giá trị lớn nhất hoặc giá trị nhỏ nhất.*

Bước 2. *Xét bài toán trong trường hợp riêng khi nó nhận giá trị này (nhỏ nhất hoặc lớn nhất).*

Bước 3. *Chỉ ra một mâu thuẫn, tức là chỉ ra một giá trị còn nhỏ hơn (hay lớn hơn) giá trị ta đang khảo sát.*

Sau đây chúng tôi xin đưa ra một số dạng toán điển hình có vận dụng nguyên lí cực hạn.

1. Sử dụng nguyên lí cực hạn để giải các bài toán tổ hợp

Bài toán 1. Bảy người câu được 100 con cá. Biết rằng không có hai người nào câu được số cá như nhau. Chứng minh rằng có ba người câu được tổng cộng không ít hơn 50 con cá.

Lời giải. Ta sắp xếp những người câu cá theo thứ tự để số cá câu được của họ giảm dần. Như vậy người thứ nhất câu được nhiều cá nhất và người thứ bảy câu được ít cá nhất.

- Nếu người thứ tư câu được không ít hơn 15 con cá, thì ba người đầu câu được không ít hơn $16 + 17 + 18 = 51$ con cá.
- Nếu người thứ tư câu được không quá 14 con cá thì cả bốn người sau câu được không quá $14 + 13 + 12 + 11 = 50$ con cá. Như vậy ba người đầu câu được không ít hơn 50 con cá.

Vậy ba người đầu luôn câu được tổng cộng không dưới 50 con cá.

Bài toán 2. Có 100 bạn, mỗi người cầm 1 quả bóng và chơi trò chuyền bóng theo quy tắc họ sẽ chuyền bóng của mình đến người đứng gần mình nhất. Chứng minh rằng không có bạn nào nhận được nhiều hơn 6 quả bóng.

Lời giải. Giả sử tồn tại bạn A nhận được n quả bóng từ các bạn $A_1, A_2, ..., A_n$ với $n > 6$.

Ta có $\widehat{A_1AA_2} + \widehat{A_2AA_3} + ... + \widehat{A_nAA_1} = 360^o$.

Gọi A_iAA_j là góc nhỏ nhất trong n góc này.

Khi đó $\widehat{A_iAA_j} \le \dfrac{360^o}{n} < \dfrac{360^o}{6} = 60^o$.

Theo đề bài, vì A_i, A_j truyền bóng đến A nên $AA_i < A_iA_j$ và $AA_j < A_iA_j$.

Mặt khác trong tam giác A_iAA_j có $\widehat{A_iAA_j} < 60^o$ nên A_iA_j nhỏ hơn ít nhất một trong hai cạnh AA_i hoặc AA_j điều này vô lí.

Vậy không tồn tại bạn nào nhận được nhiều hơn 6 quả bóng.

Bài toán 3. Có 3 trường học, mỗi trường có n học sinh. Mỗi học sinh quen với ít nhất n + 1 học sinh từ hai trường khác. Chứng minh rằng người ta có thể chọn ra từ mỗi trường một bạn sao cho ba học sinh được chọn đôi một quen nhau.

Lời giải. Gọi A là học sinh có nhiều bạn nhất ở một trường khác. Gọi số bạn nhiều nhất này là k.

Giả sử A ở trường thứ nhất và tập các bạn quen A là $M = \{B_1; B_2; ...; B_k\}$ ở trường thứ hai.

Cũng theo giả thiết, có ít nhất một học sinh C ở trường thứ ba quen với A. Vì C quen không quá k học sinh ở trường thứ nhất nên theo giả thiết C quen với ít nhất n + 1 − k học sinh của trường thứ hai. Đặt $N = \{D_1; D_2; ...; D_m\}$ là những người quen C ở trường thứ hai thì $m \ge n + 1 - k$. Vì đều là tập con của tập hợp gồm n học sinh và $|M| + |N| \ge k + n + 1 - k = n + 1$ nên $M \cap N \ne \varnothing$. Chọn $B \in M \cap N$ thì ta có A, B, C đôi một quen nhau.

2. Sử dụng nguyên lí cực hạn để chứng minh bất đẳng thức

Bài toán 4. Cho a, b, c là các số thực không âm thỏa mãn a + b + c = 1. Chứng minh rằng

$$-\frac{\sqrt{3}}{18} \le (a-b)(b-c)(c-a) \le \frac{\sqrt{3}}{18}.$$

Bất đẳng thức đã cho tương đương với

$$(a-b)^2(b-c)^2(c-a)^2 \le \frac{1}{108}.$$

Giả sử c là số nhỏ nhất trong ba số khi đó ta có $(b-c)^2 = b^2 - bc - c(b-c) \le b^2$,

$(c-a)^2 = a^2 - ac - c(a-c) \le a^2$.

Suy ra $(a-b)^2(b-c)^2(c-a)^2 \le (a-b)^2a^2b^2$.

Ta sẽ chứng minh $108(a-b)^2a^2b^2 \le 1$.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho 3 số dương ta có

$$108(a-b)^2a^2b^2 = 6ab.6ab.3(a-b)^2$$

$$\le \left(\frac{6ab + 6ab + 3(a-b)^2}{3}\right)^3 = (a+b)^6 \le 1.$$

Vậy bài toán được chứng minh.

Đẳng thức xảy ra khi

$$\begin{cases} c = 0 \\ (a-b)^2 = 2ab \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ a = (2 \pm \sqrt{3})b \end{cases}$$

và các hoán vị.

Bài toán 5. Cho a, b, c là các số thực không âm. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{a^2 - ab + b^2} + \frac{1}{b^2 - bc + c^2} + \frac{1}{c^2 - ca + a^2} \ge \frac{12}{(a+b+c)^2}.$$

Lời giải. Gọi c là số nhỏ nhất trong ba số, ta có

$$\frac{1}{a^2 - ab + b^2} + \frac{1}{b^2 - bc + c^2} + \frac{1}{c^2 - ca + a^2} \ge \frac{1}{a^2 - ab + b^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{a^2}$$

$$= \frac{1}{a^2 - ab + b^2} + \frac{a^2 - ab + b^2}{a^2b^2} + \frac{1}{ab}$$

$$\ge \frac{3}{ab} \ge \frac{12}{(a+b)^2} \ge \frac{12}{(a+b+c)^2}.$$

Đẳng thức xảy ra khi a = b, c = 0 và các hoán vị.

Bài toán 6. Cho x, y, z là các số thực không âm thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^2y + y^2z + z^2x - xyz$.

Lời giải. Không mất tính tổng quát, giả sử $x \ge y \ge z \ge 0$. Ta có $z(y-x)(y-z) \le 0$

$\Leftrightarrow y^2z - xyz - yz^2 + z^2x \le 0$

$\Leftrightarrow x^2y + y^2z + z^2x - xyz \le x^2y + yz^2$

$\Leftrightarrow P^2 \le y^2(x^2 + z^2)^2$.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho 3 số dương ta có

$$2y^2.(x^2 + z^2).(x^2 + z^2) \le \left(\frac{2(x^2 + y^2 + z^2)}{3}\right)^3 = 8.$$

Suy ra $P^2 \le 4$. Đẳng thức xảy ra khi

$$x = y = z = 1 \text{ hoặc } \begin{cases} z = 0 \\ x^2 = 2y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ y = 1 \\ z = 0. \end{cases}$$

Vậy $P_{max} = 2$ khi $(x; y; z) = (1; 1; 1)$ hoặc $(x; y; z) = (\sqrt{2}; 1; 0)$ và các hoán vị.

(Kì sau đăng tiếp)

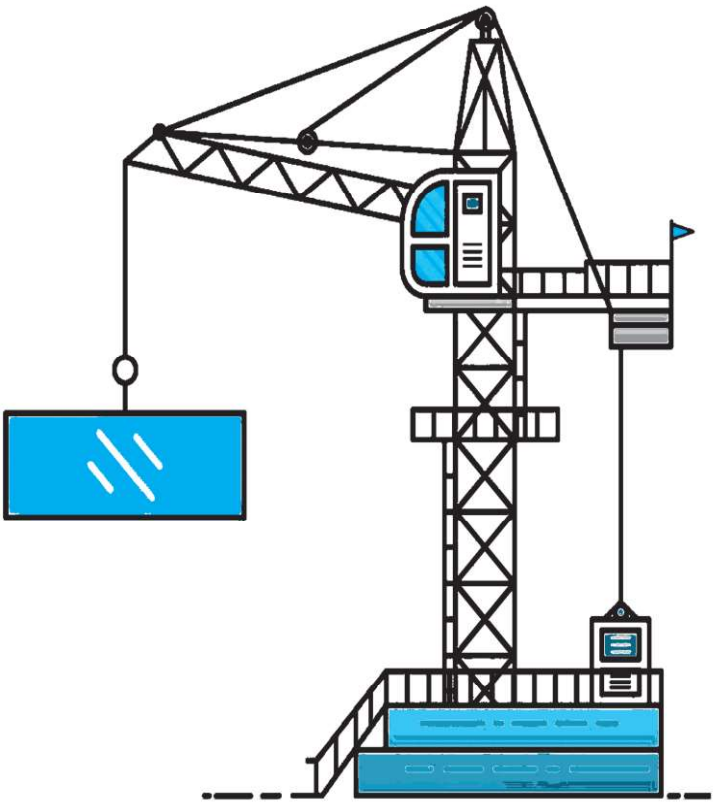
Rừng Cười

Kì này Báo gì?

Báo gì chỉ tiếng không hình?
Báo gì thành tích để trình cấp trên?
Báo gì phải có tên miền?
Báo gì trả nghĩa không quên trong đời?
Báo gì một loại chim trời?
Báo gì sạp báo hay mời người mua?
Báo gì các lớp thi đua?
Báo gì thi cử thắng thua rõ ràng?
Báo gì cứu hỏa sẵn sàng?
Báo gì những việc đã làm ra sao?
Báo gì hạnh phúc ngọt ngào?
Báo gì kẻ ác trốn sao tội tình?
Thần dân học tốt, thông minh
Giải nhanh, giải đúng sẽ rinh nhiều quà!

LÊ ANH TUẤN
(Quỳnh Đôi, Quỳnh Lưu, Nghệ An)





Kết quả **(TTT2 số 204+205)**

Máy gì?

Máy bay lượn ở trên trời
Máy cưa xẻ gỗ giúp người nhanh hơn
Máy bơm đồng hạn mừng rơn
Máy dệt vải vóc đẹp trơn ra đều
Máy khâu may áo đáng yêu
Máy tay nghịch ngợm người kêu rụt vào
Máy cẩu nâng vật lên cao
Máy gặt cắt lúa, rào rào thóc ra
Máy lạnh làm mát phòng ta
Máy móc nguyên tắc khéo mà phiền nhau.

HONG HA

Nhận xét. Vua Tếu rất vui mừng khi nhận được rất nhiều câu trả lời của các thần dân gửi về. Kì này Vua Tếu sẽ ban thưởng cho ba thần dân có tên sau đây: *Trần Hữu Nhân*, 6A, THCS Bình Thịnh, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Trần Phương Linh*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Đỗ Ngọc Tiến*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

VUA TẾU



Kì này TÌM CÁC CHỮ SỐ

Cho dãy số 2416, 2532, 3481, 4364, $\overline{52ab}$, $\overline{724c}$.

Bạn hãy xác định các chữ số a, b, c của các số $\overline{52ab}$, $\overline{724c}$ trong dãy số trên cho hợp lôgic.

VŨ THẾ THÁM

THCS Vĩnh Tuy, Bình Giang, Hải Dương

Kết quả TÌM SỐ CÒN THIẾU! (TTT2 số 204+205)

Quy luật. Trong mỗi hàng theo chiều từ trái sang phải, trong mỗi cột từ trên xuống dưới, tổng của ba số đầu đúng bằng số thứ tư. Theo quy luật đó, ta tìm ra các số cần điền vào dấu chấm hỏi là: 2; 15; 33. Vậy B là đáp án đúng.

HONG HA®

Nhận xét. Kì này có nhiều bạn giải đúng tuy nhiên diễn đạt chưa được gọn gàng, chính xác. Xin trao thưởng cho các bạn sau: *Phạm Tuấn Anh*, 7B, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Phạm Đăng Việt Bách*, 6C4, THCS Archimedes Academy, Q. Thanh Xuân, **Hà Nội**; *Trần Trung Phúc*, 8A4, THCS Ngô Gia Tự, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Trần Duy Khánh*, 7A1, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**; *Triệu Tuấn Thành*, 6A, THCS Lập Thạch, **Vĩnh Phúc**.

Các bạn sau được tuyên dương: *Phạm Viết Thịnh*, 8C, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Lê Phú Quang*, 7D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Đỗ Ngọc Tiến*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Lương Hà Phúc*, 6A5, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**; *Đào Quang Minh*, 6A, THCS Lập Thạch, Lập Thạch, **Vĩnh Phúc**.

NGUYỄN XUÂN BÌNH

NEW

CÁCH GỬI BÀI ĐẾN TOÁN TUỔI THƠ

1. Bài gửi đăng

- Bài viết đã gửi đến Toán Tuổi thơ thì không gửi đến báo hay tạp chí khác.
- Nếu bài trích hoặc sưu tầm ở tài liệu khác thì phải ghi rõ nguồn gốc tài liệu "Sưu tầm". Nếu bài dịch ở tài liệu nào thì cần gửi kèm bản gốc.
- Bài viết có đủ và chính xác các thông tin: Họ tên, địa chỉ, số điện thoại, số tài khoản ngân hàng (nếu có) để tòa soạn tiện liên lạc và gửi nhuận bút.

2. Bài giải của học sinh

- Mỗi chuyên mục hay mỗi bài Thi giải toán qua thư: giải vào một tờ giấy, phía trên cùng có ghi rõ họ tên, địa chỉ rõ ràng, chính xác (lớp, trường, huyện quận, tỉnh thành).
- Chuyên mục Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ: giải liền 5 bài, có thể giải bằng tiếng Anh hoặc tiếng Việt.

3. Hình thức gửi bài

- Bài gửi đăng nên đánh máy, gửi kèm file vào email: bbttoantuoitho@gmail.com hoặc gửi bản gốc qua đường bưu điện.
- Bài giải của học sinh (viết tay) gửi về tòa soạn theo địa chỉ: **Tạp chí Toán Tuổi thơ, Tầng 2, nhà A, số 187B Giảng Võ, P. Cát Linh, Q. Đống Đa, Hà Nội.**

4. Thời hạn gửi bài

Thời hạn gửi bài là 1 tháng kể từ ngày phát hành. Do đó các bạn không nhất thiết phải gửi chuyển phát nhanh mà chỉ cần gửi thường hoặc gửi bảo đảm.

TTT



Các bạn hãy giải bài toán sau bằng tiếng Anh và gửi về tòa soạn nhé! Năm bạn có bài giải tốt nhất sẽ được nhận quà.

Problem 13(207). a > b > c are three consecutive natural number. Show that $a^3 \neq b^3 + c^3$.

TS. ĐỖ ĐỨC THÀNH

Trường liên cấp Tiểu học và THCS Ngôi Sao Hà Nội

Kết quả **Problem 11(204+205).**

Given an integer n, we can factorize n as $n = p_1^{a_1}.p_2^{a_2}\,p_3^{a_3}\ldots p_k^{a_k}$

Where $p_1, p_2, p_3, \ldots, p_k$ are primes $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_k$ are positive integers

So, the number of factors of n is given by:

$(a_1 + 1)(a_2 + 1)(a_3 + 1)\ldots(a_k + 1)$

If n has odd number of factors, then all a_i must be even, thus n is a product of even powers of primes and thus is a perfect square.

The least 3-digit square is 100 and the largest 3-digit square is 961.

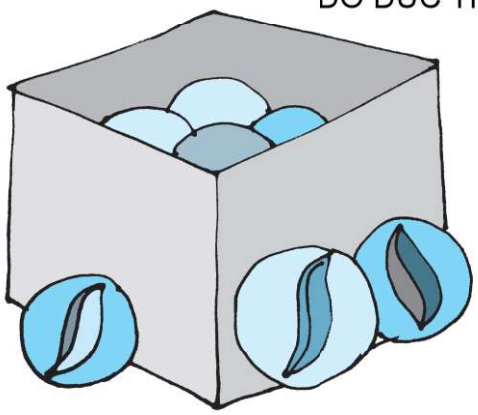
Thus all the 3-digit squares are: $10^2, 11^2, \ldots, 31^2$.

Consequently, there are 22 of these.

HONG HA

Nhận xét. Các bạn sau đây đã có lời giải đúng, được thưởng kì này: *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**; *Bạch Thái Sơn, 7A1*, THCS Vĩnh Yên, Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Hoàng Hải*, 7C, THCS số 1 Bảo Hà, Bảo Yên, **Lào Cai**; *Võ Trần Ngọc Hữu*, 9/1, THCS Lý Tự Trọng, Tiên Phước, **Quảng Nam**.

ĐỖ ĐỨC THÀNH



LỜI GIẢI ĐỀ THI...

(Tiếp theo trang 27)

Bài 5. Giả sử sau k bước, mỗi hộp đều có n viên bi. Khi đó, tổng số bi trong tất cả các hộp là 15n.

Gọi 2^{m_i} là số viên bi nhiều nhất được bỏ vào một hộp nào đó ở bước thứ i ($1 \le i \le k$).

Gọi m là số lớn nhất trong các số $m_1, m_2, \ldots, m_k$. Khi đó, ở mỗi bước, số viên bi được bỏ vào tất cả các hộp không vượt quá $2^m + 2^{m-1} + \ldots + 2^1 + 2^0 = 2^{m+1} - 1$.

Suy ra, sau k bước, số viên bi trong tất cả các hộp không vượt quá $k(2^{m+1} - 1)$.

Do đó $15n \le k(2^{m+1} - 1) < k.2^{m+1}$.

Mặt khác, vì n là tổng số viên bi trong mỗi hộp nên $n \ge 2^m$.

Suy ra $15.2^m \le 15n < k.2^{m+1}$ hay $k > 7{,}5$.

Vì k là số nguyên dương nên $k \ge 8$. Do đó, cần không ít hơn 8 bước để số bi trong tất cả các hộp đều bằng nhau.

Mặt khác ta có thể thực hiện 8 bước bỏ bi vào các hộp như sau:

- **Bước 1:** 1, 2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6, 2^7, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0.
- **Bước 2:** 1, 2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6, 0, 2^7, 0, 0, 0, 0, 0, 0. Khi đó số bi trong mỗi hộp lần lượt là 2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6, 2^7, 2^7, 2^7, 0, 0, 0, 0, 0, 0.
- **Bước 3:** 2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6, 0, 0, 0, 2^7, 0, 0, 0, 0, 0. Khi đó số bi trong mỗi hộp lần lượt là 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6, 2^7, 2^7, 2^7, 2^7, 2^7, 0, 0, 0, 0, 0.
- .....
- **Bước 8:** 2^6, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2^7. Khi đó số bi trong mỗi hộp lần lượt là 2^7, 2^7, 2^7, 2^7, 2^7, 2^7, 2^7, 2^7, 2^7, 2^7, 2^7, 2^7, 2^7, 2^7, 2^7.

Vậy $k_{min} = 8$.



LỜI GIẢI ỔN CHƯA?

ĐẬU CÔNG NHO
Trường THCS Diễn Bích, Diễn Châu, Nghệ An

Bài toán. Cho phương trình $x^2 - 2(m + 2)x + m^2 - 9 = 0$ (x là ẩn, m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = x_1 + x_2$.

Một bạn đã có lời giải như sau:

Phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 khi $\Delta' \geq 0$

$\Leftrightarrow (m + 2)^2 - (m^2 - 9) \geq 0 \Leftrightarrow 4m + 13 \geq 0$

$\Leftrightarrow m \geq -\frac{13}{4}$.

Theo định lí Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 4 \\ x_1x_2 = m^2 - 9. \end{cases}$

Ta có $|x_1 - x_2| = x_1 + x_2 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2$

$\Leftrightarrow x_1x_2 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 9 = 0$

$\Leftrightarrow m = \pm 3$ (thỏa mãn).

Vậy $m = \pm 3$ là giá trị cần tìm.

Nhận xét. Rõ ràng khi $m = -3$ thì phương trình trở thành $x^2 + 2x = 0$.

Phương trình này có hai nghiệm $x_1 = 0$ và $x_2 = -2$. Hai nghiệm này không thỏa mãn $|x_1 - x_2| = x_1 + x_2$.

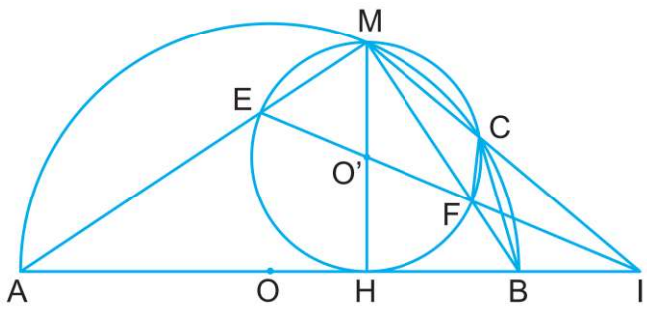
Các bạn thấy lời giải trên ổn chưa?

Kết quả **(TTT2 số 204+205)**

LỜI GIẢI ĐƯỢC CHƯA?

Nhận xét: Bạn đó đã ngộ nhận ba điểm H, B, I thẳng hàng trong suy luận $\widehat{MIH} = \frac{1}{2}(\text{sđ}\overset{\frown}{HM} - \text{sđ}\overset{\frown}{HC}) = \frac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{MC}$, do đó lời giải chưa được.

Lời giải đúng: Gọi I là giao điểm của EF và MC, ta chứng minh A, B, I thẳng hàng bằng cách chứng minh $\widehat{ABM} + \widehat{MBI} = 180^\circ$.



Ta có AMCB là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{MAB} = \widehat{BCI}$.

Tam giác O'ME cân tại O' nên ta có $\widehat{O'ME} = \widehat{O'EM}$.

Suy ra $\widehat{MAB} = \widehat{MFE}$ (vì cùng phụ với $\widehat{O'ME} = \widehat{O'EM}$).

Lại có $\widehat{MFE} = \widehat{BFI}$ (hai góc đối đỉnh).

Từ đó suy ra $\widehat{BCI} = \widehat{BFI}$.

Do đó tứ giác BFCI nội tiếp.

Suy ra $\widehat{FCI} + \widehat{FBI} = 180^\circ$. (1)

Mặt khác, tứ giác EMCF nội tiếp nên $\widehat{FCI} = \widehat{FEM}$.

Mà $\widehat{FEM} = \widehat{HMA} = \widehat{FBA}$ (cùng phụ với $\widehat{HMB}$)

Do đó $\widehat{FCI} = \widehat{FBA}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{ABM} + \widehat{MBI} = 180^\circ$.

Vậy AB, EF, CM đồng quy.

HONG HA

Nhận xét. Không bạn nào phát hiện ra lỗi sai và có lời giải đúng. Phần thưởng kì này xin được để trao vào kì sau.

VI MẠNH TƯỜNG



HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI JBMO 2018

VÕ QUỐC BÁ CẨN
Trường Archimedes Academy, Q. Cầu Giấy, Hà Nội

(Đề đăng trên TTT2 số 206)

Bài 1. Nếu trong hai số m, n có một số bằng 0 thì hiển nhiên số còn lại cũng bằng 0.

Xét trường hợp $m \neq 0$, $n \neq 0$. Rõ ràng $m \neq n$.

Đặt $d = (m, n)$ khi đó tồn tại các số nguyên $x \neq 0$, $y \neq 0$, $x \neq y$, $(x, y) = 1$ sao cho $m = dx$ và $n = dy$.

Phương trình đã cho có thể được viết lại thành $d^3(x^5 - y^5) = 16xy$. (1)

Từ (1) suy ra $16xy$ chia hết cho $x^5 - y^5$.

Mặt khác, do $(x, y) = 1$ nên $(xy, x^5 - y^5) = 1$.

Do đó 16 chia hết cho $x^5 - y^5$.

- Nếu x, y là hai số cùng dấu thì ta có

$$|x^5 - y^5| = |(x-y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4)|$$
$$\geq |x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4|$$
$$= |x|^4 + |x|^3|y| + |x|^2|y|^2 + |x||y|^3 + |y|^4$$
$$> |x|^4 + |y|^4 \geq 2^4 + 1^4 > 16.$$

Suy ra $x^5 - y^5$ không thể là ước của 16, mâu thuẫn.

- Nếu x, y là hai số trái dấu thì ta có $16xy < 0$.

Kết hợp với (1), ta được $x < y$.

Suy ra $x < 0 < y$.

Nếu một trong hai số x, y có giá trị tuyệt đối lớn hơn hoặc bằng 2 thì ta có

$$y^5 - x^5 = y^5 + (-x)^5 = |y|^5 + |x|^5 \geq 2^5 + 1^5 > 16.$$

Suy ra $y^5 - x^5$ không thể là ước của 16, mâu thuẫn.

Do đó cả hai số đều có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn 2.

Mà $x < 0 < y$ nên $x = -1$, $y = 1$.

Thay vào (1), ta được $d^3(-2) = -16 \Leftrightarrow d = 2$.

Suy ra $m = -2$, $n = 2$.

Thử lại, ta thấy thỏa mãn.

Vậy có hai cặp số (m, n) thỏa mãn yêu cầu là (0; 0) và (–2; 2).

Bài 2. Giả sử mỗi số trong các số đã cho có dạng $\overline{a_ib_ic_i}$ với a_i, b_i, c_i là các chữ số khác 0 và $a_i + b_i + c_i = 0$ với mọi $1 \leq i \leq n$.

Đồng thời $a_i \neq a_j$, $b_i \neq b_j$, $c_i \neq c_j$ với mỗi $i \neq j$.

Ta có

$$(a_1 + b_1 + c_1) + (a_2 + b_2 + c_2) + \ldots + (a_n + b_n + c_n) = 9n \text{ hay}$$

$$(a_1 + a_2 + \ldots + a_n) + (b_1 + b_2 + \ldots + b_n) + (c_1 + c_2 + \ldots + c_n) = 9n. \quad (1)$$

Do các số $a_1, a_2, \ldots, a_n$ đôi một khác nhau nên

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n \geq 1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Tương tự, ta cũng có

$$b_1 + b_2 + \cdots + b_n \geq \frac{n(n+1)}{2},$$

$$c_1 + c_2 + \cdots + c_n \geq \frac{n(n+1)}{2}.$$

Sử dụng các đánh giá trên vào (1), ta suy ra

$$3 \cdot \frac{n(n+1)}{2} \leq 9n \Rightarrow n \leq 5.$$

Mặt khác, ta có thể tìm được năm số thỏa mãn yêu cầu đề bài là 144, 252, 315, 423, 531.

Vậy giá trị lớn nhất của n là 5.

Bài 3. a) Nếu $x_1 = x_2$ thì từ giả thiết, ta có $x_2 = x_3$. Từ đó $x_3 = x_4$.

Cứ như vậy, ta chứng minh được

$x_1 = x_2 = \ldots = x_n$, mâu thuẫn. Do đó $x_1 \neq x_2$.

Chứng minh tương tự, ta có $x_i \neq x_{i+1}$ với mọi $1 \leq i \leq 2018$.

Từ giả thiết, ta có

$$x_1 - x_2 = \frac{k(x_2 - x_3)}{x_2 x_3},\ x_2 - x_3 = \frac{k(x_3 - x_4)}{x_3 x_4}, \ldots,$$

$$x_{n-1} - x_n = \frac{k(x_n - x_1)}{x_n x_1},\ x_n - x_1 = \frac{k(x_1 - x_2)}{x_1 x_2}.$$

Nhân các phương trình trên lại với chú ý $(x_1 - x_2)(x_2 - x_3)...(x_n - x_1) \neq 0$ ta được

$$1 = \frac{k^n}{(x_1 x_2 \cdots x_n)^2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 x_2 \cdots x_n = \sqrt{k^n} \\ x_1 x_2 \cdots x_n = -\sqrt{k^n}. \end{array}\right.$$

Nếu một trong hai giá trị được thỏa mãn thì bằng cách đổi dấu tất cả các số $x_1, x_2, ..., x_n$, ta thấy giá trị còn lại cũng thỏa mãn.

b) Từ kết quả trên, với chú ý $x_1, x_2, ..., x_n$ là các số hữu tỉ.

Ta thấy $\sqrt{k^n}$ phải là số hữu tỉ.

Mà n lẻ nên k phải là số chính phương.

Lại có $k > 1$ nên $k \geq 4$.

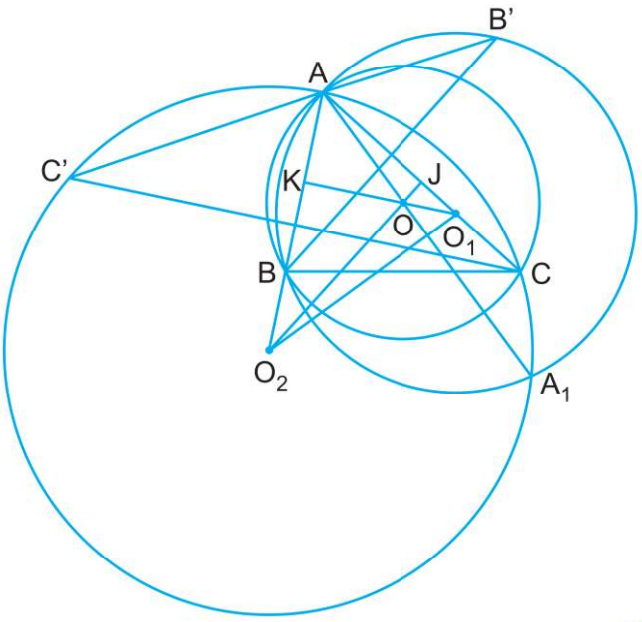
Với $k = 4$, ta có thể chọn $n = 2019$ và các số $x_1, x_2, ..., x_{2019}$ như sau:

$x_{3i} = 4$, $x_{3i-1} = 1$, $x_{3i-2} = -2$ với $1 \leq i \leq 673$.

Rõ ràng các số được chọn như vậy thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Vậy giá trị nhỏ nhất của k là 4.

Bài 4.



Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, O_1 là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABB' và O_2 là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ACC'.

Do AB là trung trực của CC' nên O_2 thuộc đường thẳng AB.

Ta thấy O và O_2 cùng thuộc trung trực của đoạn AC nên $OO_2 \perp AC$.

Chứng minh tương tự, ta cũng có O_1 thuộc AC và $OO_1 \perp AB$.

Do đó O là trực tâm của tam giác AO_1O_2.

Suy ra $AO \perp O_1O_2$. (1)

Mặt khác, do AA_1 là dây chung của hai đường tròn (O_1) và (O_2) nên $AA_1 \perp O_1O_2$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra ba điểm A, O, A_1 thẳng hàng hay AA_1 đi qua O.

Chứng minh tương tự, ta cũng có BB_1, CC_1 cũng đi qua O.

Vậy ba đường thẳng AA_1, BB_1, CC_1 đồng quy tại tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

THÔNG BÁO

Theo kế hoạch, Tạp chí Toán Tuổi thơ dự kiến tổ chức Cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc năm 2020 vào tuần thứ hai của tháng 6 tại Nghệ An. Tuy nhiên, do ảnh hưởng của dịch COVID-19 nên không thể thực hiện được theo kế hoạch này. Bộ Giáo dục và Đào tạo đã ban hành Quyết định số 736/QĐ-BGDĐT ngày 13/3/2020 về việc lùi thời điểm kết thúc năm học trước ngày 15/7, xét công nhận hoàn thành chương trình tiểu học và xét công nhận tốt nghiệp trung học cơ sở trước ngày 31/7. Ngay sau khi kết thúc năm học, nhiều hoạt động khác diễn ra đồng thời để chuẩn bị cho năm học mới. Do đó Tạp chí Toán Tuổi thơ quyết định dừng tổ chức Cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc năm 2020. Hi vọng các đơn vị giáo dục cùng các thầy cô và các em học sinh tiếp tục ủng hộ tạp chí. Hẹn gặp nhau tại Cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc năm 2021.

TẠP CHÍ TOÁN TUỔI THƠ



CÔ NGUYỆT PHẢI LÀM GÌ?



TRẦN PHƯƠNG NAM

Nghe tin thám tử vừa bay về Việt Nam, tôi lập tức điện thoại:

- Xin chào! Thám tử đã về tới nhà chưa?

Tiếng của Sê Lốc Cốc khá vui vẻ:

- May quá! Mình không bay trên chuyến bay VN0054… Nếu không thì đang bị cách li rồi! Mình khai báo rồi được kiểm tra y tế và vừa về đến nhà. Cậu qua mình chơi nhé! Nhớ đeo khẩu trang đấy!

Tôi đeo khẩu trang, một thói quen hơn tháng nay, vội vã tới nhà thám tử.

Vừa mở cửa cho tôi, thám tử đã cầm bình xịt dung dịch rửa tay ra hiệu và tôi giơ hai tay ra để thực hiện thủ tục vệ sinh phòng dịch.

Sau đó cả hai vào phòng khách.

Thám tử Sê Lốc Cốc trầm ngâm nói với tôi:

- Tình hình diễn biến của đại dịch Covid-19 trở nên phức tạp khi ở nước ta phát hiện ca lây nhiễm thứ 17. Sở Y tế Hà Nội đã ra khuyến cáo bởi một sơ đồ các mức độ cách li. Mình vừa phải tham gia tư vấn cho một công dân.

- Tôi vội vàng hỏi:

- Thời sự quá! Thám tử có thể kể chi tiết câu chuyện này được không?

Thám tử cười:

- Tất nhiên mình sẽ kể và cậu có thể đăng lên Toán Tuổi thơ để các bạn nhỏ hiểu thêm về vấn đề này. Nào …uống nước đi …uống nhiều nước cũng là cách chống Covid-19 đấy!

Nghe lời thám tử, tôi uống hết luôn một cốc nước. Sê Lốc Cốc thong thả kể:

- Công dân mà mình vừa tư vấn tên là Nguyệt. Cô ấy hốt hoảng chạy tới mình khi được một người bạn tên là Trung mới tới chúc mừng sinh nhật cô ấy đã điện thoại báo tin: "Tớ vừa biết cô Lụa mà tớ gặp hôm qua đã tiếp xúc với một bạn. Bạn này báo tin với Lụa là bạn ấy có tiếp xúc với một cô đi nước ngoài về mà cô này vừa được xác định dương tính với Covid-19. Lụa cũng vừa báo tin với mình."

Sau khi nghe Nguyệt kể lại mình đã tư vấn cho cô ấy là nên làm gì.

Tôi hỏi luôn:

- Thám tử đã tư vấn thế nào? Cô Nguyệt ấy sẽ phải làm gì?

Sê Lốc Cốc cười:

- Cậu hãy hỏi các bạn đọc của tạp chí Toán Tuổi thơ nhé! Dạo này có vẻ như cậu thiếu tính cập nhật tin tức rồi đấy!

Nào! Các bạn nhỏ của tôi có biết thám tử Sê Lốc Cốc đã tư vấn như thế nào với cô Nguyệt không?



Kết quả **(TTT2 số 204+205)**

Ai là thủ phạm gây án?

Trong vụ án này, manh mối để tìm ra thủ phạm là tên của hai hóa chất được ghi lại trên tờ giấy của nạn nhân. Hai hóa chất đó là: Lithium chính là Liti (kí hiệu hóa học là Li); Sodium chính là Natri (kí hiệu hóa học là Na). Ghép tên hai kí hiệu hóa học ta được Lina.

Vậy thủ phạm vụ án này chính là Lina.

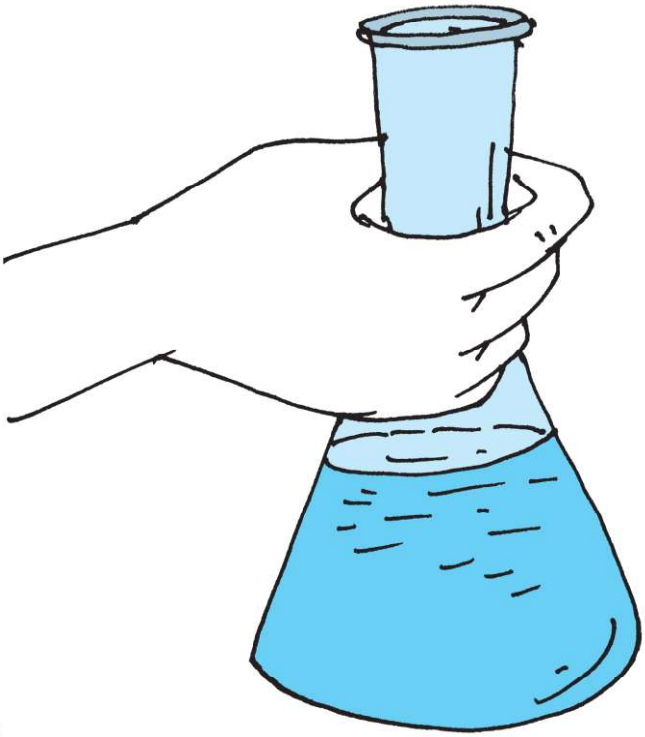
Nhận xét. Các "thám tử Tuổi Hồng" không những giỏi phán đoán mà còn giỏi cả kiến thức Hóa học. Thám tử Sê Lốc Cốc rất vui và xin gửi quà tới các bạn xuất sắc nhất.

HONG HA®

Phần quà sẽ được gửi tới các bạn sau: *Lê Phương Thảo*, 6A1, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Trần Tuấn Minh*, 9D, THCS Thọ Sơn, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Chu Hoàng Nhật Dương*, 7D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Thị Minh Anh*, 6D, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**.

Các "thám tử nhí" sau cũng rất đáng khen: *Bạch Thái Sơn*, 7A1, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Trần Trung Phúc*, 8A4, THCS Ngô Gia Tự, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Nguyễn Hoàng Long*, 7B, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Phan Thùy Trâm, Ngô Bích Loan*, 7C, THCS Bạch Liêu, Thị trấn Yên Thành; *Lê Khắc Hưng*, 7A, *Nguyễn Kim Mạnh, Nguyễn Cảnh Nam Khánh*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Phạm Nguyễn Tuệ Nguyên*, 7A1, THCS Nghi Hương, TX. Cửa Lò, **Nghệ An**; *Trần Hữu Nhân*, 6A, THCS Bình Thịnh, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

Thám tử Sê Lốc Cốc



NHỮNG YÊU CẦU CẦN ĐẠT Ở LỚP 8

MẠCH KIẾN THỨC "MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT"

Một số yếu tố thống kê

Thu thập và tổ chức dữ liệu

+ *Thu thập, phân loại, tổ chức dữ liệu theo các tiêu chí cho trước*

– Thực hiện và lí giải được việc thu thập, phân loại dữ liệu theo các tiêu chí cho trước từ nhiều nguồn khác nhau: văn bản; bảng biểu; kiến thức trong các lĩnh vực giáo dục khác (Địa lí, Lịch sử, Giáo dục môi trường, Giáo dục tài chính,...); phỏng vấn, truyền thông, *Internet*; thực tiễn (môi trường, tài chính, y tế, giá cả thị trường,...).

– Chứng tỏ được tính hợp lí của dữ liệu theo các tiêu chí toán học đơn giản (ví dụ: Tính hợp lí trong các số liệu điều tra; tính hợp lí của các quảng cáo,...).

+ *Mô tả và biểu diễn dữ liệu trên các bảng, biểu đồ*

– Lựa chọn và biểu diễn được dữ liệu vào bảng, biểu đồ thích hợp ở dạng: bảng thống kê; biểu đồ tranh; biểu đồ dạng cột/cột kép (*column chart*), biểu đồ hình quạt tròn (cho sẵn) (*pie chart*); biểu đồ đoạn thẳng (*line graph*).

– Nhận biết được mối liên hệ toán học đơn giản giữa các số liệu đã được biểu diễn. Từ đó, nhận biết được số liệu không chính xác trong những ví dụ đơn giản.

– So sánh được các dạng biểu diễn khác nhau cho một tập dữ liệu.

– Mô tả được cách chuyển dữ liệu từ dạng biểu diễn này sang dạng biểu diễn khác.

Phân tích và xử lí dữ liệu

+ *Hình thành và giải quyết vấn đề đơn giản xuất hiện từ các số liệu và biểu đồ thống kê đã có*

– Phát hiện được vấn đề hoặc quy luật đơn giản dựa trên phân tích các số liệu thu được ở dạng: bảng thống kê; biểu đồ tranh; biểu đồ dạng cột/cột kép (*column chart*), biểu đồ hình quạt tròn (*pie chart*); biểu đồ đoạn thẳng (*line graph*).

– Giải quyết được những vấn đề đơn giản liên quan đến các số liệu thu được ở dạng: bảng thống kê; biểu đồ tranh; biểu đồ dạng cột/cột kép (*column chart*), biểu đồ hình quạt tròn (*pie chart*); biểu đồ đoạn thẳng (*line graph*).

– Nhận biết được mối liên hệ giữa thống kê với những kiến thức trong các môn học khác trong Chương trình lớp 8 (ví dụ: Lịch sử và Địa lí lớp 8, Khoa học Tự nhiên lớp 8,...) và trong thực tiễn.

Một số yếu tố xác suất

+ Mô tả xác suất của biến cố ngẫu nhiên trong một số ví dụ đơn giản. Mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm của một biến cố với xác suất của biến cố đó

– Sử dụng được tỉ số để mô tả xác suất của một biến cố ngẫu nhiên trong một số ví dụ đơn giản.

– Nhận biết được mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm của một biến cố với xác suất của biến cố đó thông qua một số ví dụ đơn giản.

Thực hành trong phòng máy tính với phần mềm toán học (nếu nhà trường có điều kiện thực hiện)

– Sử dụng được phần mềm để vẽ biểu đồ.

– Sử dụng được phần mềm để xác định được tần số.

– Sử dụng được phần mềm mô tả thí nghiệm ngẫu nhiên.

HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH VÀ TRẢI NGHIỆM

Nhà trường tổ chức cho học sinh một số hoạt động sau và có thể bổ sung các hoạt động khác tuỳ vào điều kiện cụ thể.

Hoạt động 1: Tìm hiểu một số kiến thức về tài chính như:

– Lập kế hoạch chi tiêu của bản thân.

– Làm quen với bài toán về đầu tư cá nhân (xác định vốn đầu tư để đạt được lãi suất mong đợi).

– Hiểu được các bản sao kê của ngân hàng (bản sao kê thật hoặc ví dụ) để xác định giao dịch và theo dõi thu nhập và chi tiêu; lựa chọn hình thức thanh toán phù hợp.

Hoạt động 2: Thực hành ứng dụng các kiến thức toán học vào thực tiễn và các chủ đề liên môn, chẳng hạn:

– Vận dụng kiến thức Đại số để giải thích một số quy tắc trong Hoá học, Sinh học.

Ví dụ: Ứng dụng phương trình bậc nhất trong các bài toán về xác định nồng độ phần trăm.

Hoạt động 3: Tổ chức các hoạt động ngoài giờ chính khoá như thực hành ngoài lớp học, dự án học tập, các trò chơi học toán, cuộc thi về Toán, chẳng hạn:

– Tìm kiếm hoặc thực hành tạo dựng các đoạn video về ứng dụng của hình chóp, hình đồng dạng phối cảnh trong thế giới tự nhiên.

– Vận dụng kiến thức về tam giác đồng dạng và định lí Pythagoras trong thực tiễn.

Ví dụ: Đo khoảng cách giữa hai vị trí mà giữa chúng có vật cản hoặc chỉ đến được một trong hai vị trí.

– Thực hành tính diện tích, thể tích của một số hình, khối trong thực tế.

Hoạt động 4 (nếu nhà trường có điều kiện thực hiện): Tổ chức giao lưu với học sinh có khả năng và yêu thích môn Toán trong trường và trường bạn.

TTT *(Tổng hợp)*

Nguồn: Bộ Giáo dục và Đào tạo

Chữ & Chữ số

Kì này KÌ 50

Hãy thay các chữ cái bởi các chữ số. Các chữ cái khác nhau biểu diễn các chữ số khác nhau.

$$\overline{SIX}+\overline{SIX}+\overline{SIX}=\overline{NINE}+\overline{NINE}$$

TRẦN HOÀN *(Sưu tầm và giới thiệu)*

Kết quả KÌ 48 (TTT2 số 204+205)

Lời giải. Vì $123 \le \overline{MUA} \le 987$ nên $\overline{XUAN} = 2020 - \overline{MUA} \le 1897$.

Suy ra $X = 1$.

Do đó $\overline{UAN} = 1020 - \overline{MUA} \le 897$ và $\overline{MUA} + \overline{UAN} = 1020$.

Từ đó ta có $A + N = 10$, $U + A = 11$, $M + U = 9$

Do $X = 1$ nên A, N, M, U cùng khác 1.

Vì $A + N = 10$ nên $A \ne 5$ và $N \ne 5$.

Ta thử các trường hợp sau:

- $A = 9 \Rightarrow N = 1$. Loại vì N = X.
- $A = 8 \Rightarrow N = 2$, $U = 3$, $M = 6$. Khi đó ta có $\overline{MUA} + \overline{XUAN} = 638 + 1382 = 2020$.
- $A = 7 \Rightarrow N = 3$, $U = 4$, $M = 5$. Khi đó ta có $\overline{MUA} + \overline{XUAN} = 547 + 1473 = 2020$.
- $A = 6 \Rightarrow N = 4$, $U = 5$, $M = 4$. Loại do M = N.
- $A = 4 \Rightarrow N = 6$, $U = 7$, $M = 2$. Khi đó ta có $\overline{MUA} + \overline{XUAN} = 274 + 1746 = 2020$.
- $A = 3 \Rightarrow N = 7$, $U = 8$, $M = 1$. Loại do M = X.
- $A = 2 \Rightarrow N = 8$, $U = 9$, $M = 0$. Loại do $M \ne 0$.

Vậy ta có 3 đáp số như trên.

HONG HA

Nhận xét. Có nhiều bạn tham gia giải bài, tuy nhiên nhiều bạn không để ý nên chọn cả trường hợp N = X = 1 hoặc không chú ý đến điều kiện các chữ số khác 0 dẫn đến đáp số sai. Chỉ có 5 bạn giải đúng và trình bày sạch đẹp được thưởng kì này: *Đỗ Ngọc Tiến*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Anh Thư*, 7A1, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Lê Phú Quang*, 7D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Trần Trung Phúc*, 8A4, THCS Ngô Gia Tự, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Võ Trần Ngọc Hữu*, 9/1, THCS Lý Tự Trọng, Tiên Phước, **Quảng Nam**.

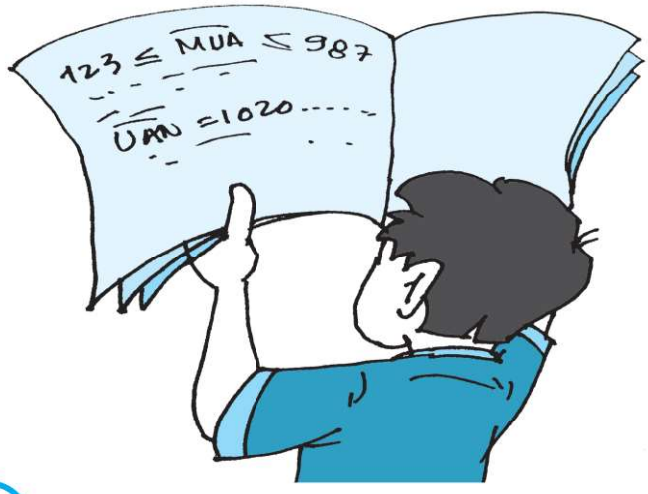
TTT

CÁCH ĐẶT MUA TẠP CHÍ NĂM 2020

*** Đặt tại bưu điện của VNPT:** Tạp chí Toán Tuổi thơ 1: **C169**; Tạp chí Toán Tuổi thơ 2: **C169.1**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 1 năm 2018: **C169.2**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 2 năm 2018: **C169.3**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 1 năm 2019: **C169.4**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 2 năm 2019: **C169.5**.

*** Các tập thể nhà trường có thể đặt qua Phòng GD và ĐT hoặc Sở GD và ĐT.**

Thông tin chi tiết liên hệ qua số máy 0912268725 (gặp chị Trịnh Thị Tuyết Trang).





ĐỘ DÀI CẠNH HÌNH VUÔNG BÊN NGOÀI?

Bài toán. Cho 9 hình vuông đặt lồng ghép vào nhau sao cho cạnh hình vuông trong là các đoạn nối trung điểm của các cạnh hình vuông ngoài. Tìm độ dài cạnh hình vuông ngoài (hình vuông lớn nhất) biết tổng diện tích của 9 hình vuông đó bằng 511 cm^2.

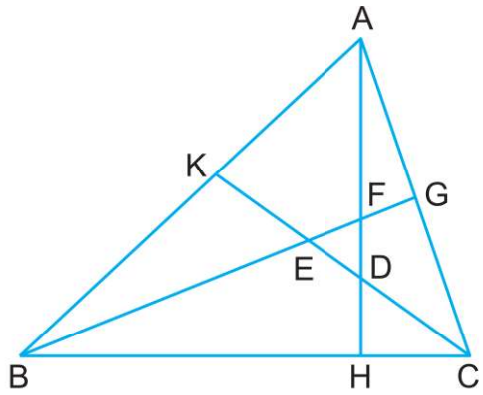
CAO NGỌC TOẢN

(Trường THPT Tam Giang, Phong Điền, Thừa Thiên - Huế)

Kết quả **(TTT2 số 204+205)**

CÓ TỒN TẠI TAM GIÁC KHÔNG?

Lời giải.



Ta chứng minh không tồn tại tam giác thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Thật vậy, giả sử tồn tại tam giác ABC sao cho đường cao AH, trung tuyến BG và phân giác CK tạo thành tam giác đều DEF thì trong tam giác DHC vuông tại H ta có $\widehat{HDC} = 60^o$ và $\widehat{HCD} = 30^o$.

Do CK là phân giác của $\widehat{ACB}$ nên $\widehat{ACB} = 2\widehat{HCD} = 60^o \Rightarrow \widehat{CAH} = 30^o$.

Trong tam giác AFG, có

$\widehat{AFG} = 60^o$, $\widehat{GAF} = 30^o \Rightarrow \widehat{AGF} = 90^o$.

Suy ra đường trung tuyến BG của tam giác ABC khi đó cũng là đường cao, nên tam giác ABC cân tại đỉnh B.

Vì tam giác ABC có $\widehat{ACB} = 60^o$ nên ABC là tam giác đều.

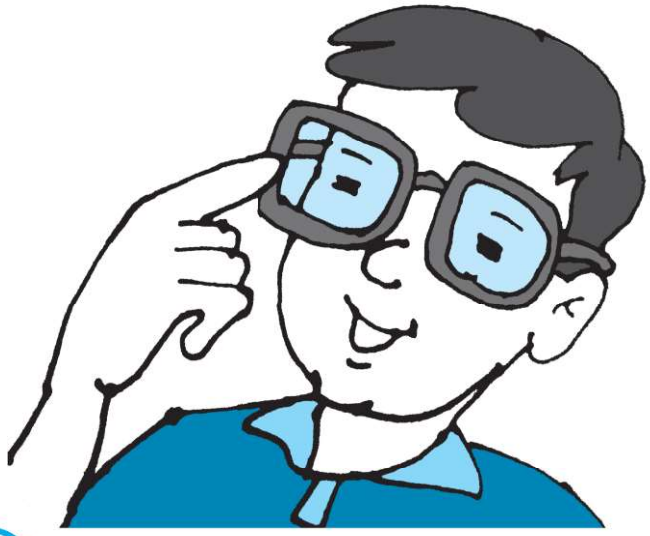
Mặt khác trong tam giác đều ABC, tất cả các đường cao, trung tuyến và phân giác đồng quy tại một điểm, nên tam giác DEF là tam giác suy biến, là điều vô lí.

Mâu thuẫn đó chứng tỏ không tồn tại tam giác thỏa mãn yêu cầu bài toán.

HONG HA

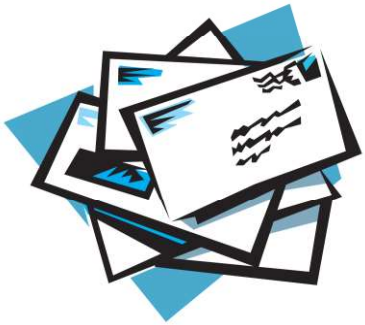
Nhận xét. Các bạn sau đây có lời giải đúng được thưởng kì này: *Võ Trần Ngọc Hữu*, 9/1, THCS Lý Tự Trọng, Tiên Phước, **Quảng Nam**; *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**; *Bạch Thái Sơn*, 7A1, THCS Vĩnh Yên, Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Đỗ Ngọc Tiến*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Phùng Khánh Linh*, 7A1, THCS Nghi Hương, TX. Cửa Lò, **Nghệ An**.

VŨ ĐÌNH HÒA



Kết quả

Giải toán qua thư



Bài 1(204+205). Chứng minh rằng số các chữ số viết trong hệ thập phân của hai số 2015^{2017} và $2015^{2017}+5^{2017}$ là bằng nhau.

Lời giải. Giả sử số 2015^{2017} có m chữ số thì $1000^{2017} < 2015^{2017} < 10^m$. (1)

Vì $2015^{2017}+5^{2017} > 2015^{2017}$ nên ta giả sử $2015^{2017}+5^{2017}$ có nhiều hơn m chữ số, tức là có ít nhất m + 1 chữ số.

Khi đó ta có

$2015^{2017}+5^{2017} \ge 10^m$. (2)

Từ (1) và (2) ta có

$2015^{2017} < 10^m \le 2015^{2017}+5^{2017}$

$\Leftrightarrow 5^{2017}.403^{2017} < 10^m \le 5^{2017}.(403^{2017}+1)$

$\Leftrightarrow 403^{2017} < 2^m.5^{m-2017} \le 403^{2017}+1.$

Do $1000^{2017} < 10^m$ nên $m > 3.2017 = 6051$.

Suy ra $2^m.5^{m-2017}$ là số tự nhiên.

Do đó $2^m.5^{m-2017} = 403^{2017}+1$. (3)

Lại có $403^{2017}+1 = (403^4)^{504}.403+1$

$= (\overline{...1})^{504}.403+1$ có tận cùng là 4 nên $403^{2017}+1$ không chia hết cho 5, mà $2^m.5^{m-2017}$ chia hết cho 5.

Do đó (3) không xảy ra.

Vậy số các chữ số viết trong hệ thập phân của hai số 2015^{2017} và $2015^{2017}+5^{2017}$ là bằng nhau.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng và trình bày sạch đẹp: *Hàn Thái Dương*, *Nguyễn Gia Bảo*, *Nguyễn Quang Nhật*, 7C1, THCS Achimedes Academy, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Nguyễn Duy Thành*, *Nguyễn Huy Hoàng Sơn*, 6A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Lê Khắc Hưng*, 7A, *Nguyễn Kim Mạnh*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**.

CAO VĂN DŨNG

Bài 2(204+205). Một cửa hàng có n túi kẹo, các túi có khối lượng bằng nhau. Chọn tất cả các cặp gồm 2 túi, tính tổng khối lượng của chúng ta được 45 kg. Còn khi chọn tất cả các nhóm gồm 3 túi, tính tổng khối lượng của chúng ta được 180 kg. Hỏi cửa hàng đó có tất cả bao nhiêu túi kẹo?

Lời giải. Giả sử mỗi túi kẹo nặng x (kg).

Ta có tất cả $\frac{n(n-1)}{2}$ cách chọn ra các cặp gồm hai túi, nên từ giả thiết ta suy ra $\frac{n(n-1)}{2}.2x = 45 \Leftrightarrow n(n-1)x = 45.$ (1)

Lại có $\frac{n(n-1)(n-2)}{6}$ cách chọn ra các nhóm gồm 3 túi nên từ giả thiết ta suy ra

$\frac{n(n-1)(n-2)}{6}.3x = 180$

$\Leftrightarrow n(n-1)(n-2).x = 360.$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $n-2 = 8$ hay $n = 10$.

Vậy cửa hàng có tất cả 10 túi kẹo.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt: *Hoàng Nhật Nam*, 6A12, THCS Vinschool Times City, Q. Hai Bà Trưng; *Nguyễn Quang Nhật*, 7C1, THCS Achimedes Academy, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Đỗ Thành Nam*, *Đào Quang Minh*, 6A, *Dương Trung Quốc*, 6D, THCS Lập Thạch, Lập Thạch; *Nguyễn Duy Thành*, *Hán Duy Anh*, 6A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Bạch Thái Sơn*, 7A1, THCS Vĩnh Yên,

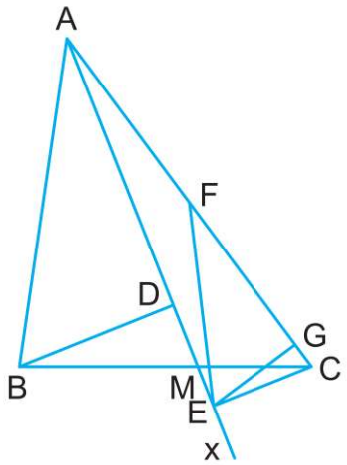
TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Đỗ Tiến Ngọc*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Phan Minh Tâm*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành; *Lê Văn Hải Phú*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Phan Hữu Cường*, 7B, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

PHÙNG KIM DUNG

Bài 3(204+205). Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC} = 45^o$. Chứng minh rằng

$$AB + AC < \frac{8}{3}BC.$$

Lời giải.



Trong góc BAC kẻ tia Ax sao cho $\widehat{BAx} = 30^o$, $\widehat{CAx} = 15^o$.

Gọi M là giao điểm của Ax với BC, F là trung điểm của AC.

Kẻ BD và CE cùng vuông góc với Ax (D, E thuộc Ax).

Xét tam giác vuông AEC có EF = AF = CF nên $\widehat{EFC} = 2\widehat{EAF} = 30^o$. Từ đó nếu kẻ EG vuông góc với AC (G thuộc AC) thì

$$EG = \frac{1}{2}EF = \frac{1}{4}AC.$$

Do đó $AC = 4EG < 4EC < 4MC$

$$\Rightarrow \frac{AC}{2} < 2MC. \quad (1)$$

Mặt khác trong tam giác vuông ABD có $\widehat{BAD} = 30^o$ nên $AB = 2BD < 2BM$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra

$$AB + \frac{1}{2}AC < 2(BM + MC) = 2BC. \quad (3)$$

Nếu kẻ tia Ay trong góc BAC sao cho $\widehat{BAy} = 15^o$, $\widehat{CAy} = 30^o$ rồi làm tương tự ta cũng chứng minh được

$$AC + \frac{1}{2}AB < 2BC. \quad (4)$$

Từ (3) và (4) suy ra

$$\frac{3}{2}(AB + AC) < 4BC$$

$$\Leftrightarrow AB + AC < \frac{8}{3}BC \text{ (đpcm).}$$

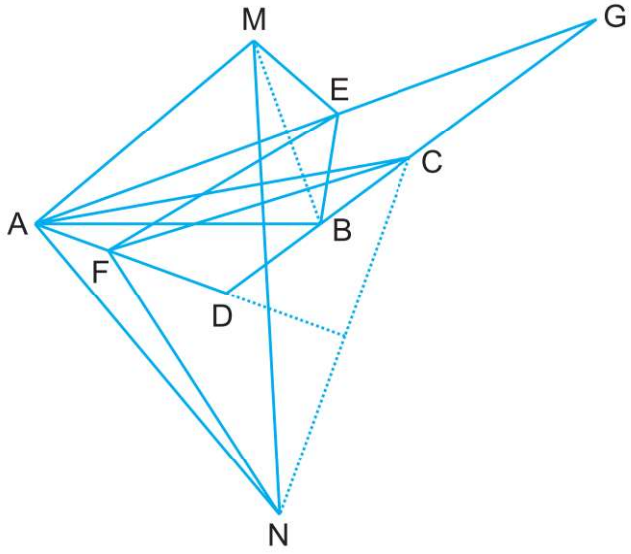
Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng: *Nguyễn Gia Bảo*, 7B, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Nguyễn Đức Học*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Hoàng Hải*, 7C, THCS số 1 Bảo Hà, Bảo Yên, **Lào Cai**; *Nguyễn Anh Thư*, 7A1, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**.

HỒ QUANG VINH



Bài 4(204+205). Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC} = 10^o$, AB = 3 cm và AC = 4 cm. Trên cạnh BC kéo dài, lấy điểm G sao cho $\widehat{CAG} = 10^o$. Trên cạnh CB kéo dài, lấy điểm D sao $\widehat{BAD} = 20^o$. Trên hai tia AG và AD, lấy các điểm E, F. Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng BE + EF + FC.

Lời giải.



Gọi M là điểm đối xứng với B qua đường thẳng AG, N là điểm đối xứng với C qua đường thẳng AD.

Ta có $\widehat{MAG} = \widehat{BAG} = 20^\circ$,

$AM = AB = 3$ cm, $EB = EM$,

$\widehat{NAD} = \widehat{CAD} = 40^\circ$,

$AN = AC = 4$ cm, $FN = FC$.

Tam giác MAN có

$$\widehat{MAN} = \widehat{MAG} + \widehat{GAD} + \widehat{DAN}$$
$$= 20^\circ + 40^\circ + 30^\circ$$
$$= 90^\circ.$$

Do đó tam giác MAN vuông tại A.

Theo định lí Pythagoras ta có

$$MN = \sqrt{AM^2 + AN^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ cm}.$$

Suy ra $BE + EF + FC = ME + EF + FN$

$\geq ME + EN \geq MN = 5$ cm.

Đẳng thức xảy ra khi E, F lần lượt là giao điểm của đường thẳng MN với các đường thẳng AG và AD.

Vậy giá trị nhỏ nhất của tổng BE + EF + FC là 5 cm.

Nhận xét. Bài toán này không khó nhưng có ít bạn tham gia giải bài. Các bạn sau có lời giải đúng: *Nguyễn Hoàng Hải*, 7C, THCS số 1 Bảo Hà, Bảo Yên, **Lào Cai**; *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**.

VÕ QUỐC BÁ CẨN

Bài 5(204+205). Giải phương trình

$$(x^4 - 2)\sqrt{x^2 - 1} = x^4 - x^2.$$

Lời giải. ĐKXĐ $|x| \geq 1$.

Phương trình đã cho tương đương với

$$(x^4 - 2)\sqrt{x^2 - 1} - (x^4 - x^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^4\sqrt{x^2 - 1} - x^4) + (x^2 - 1 - 2\sqrt{x^2 - 1} + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^4(\sqrt{x^2 - 1} - 1) + (\sqrt{x^2 - 1} - 1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x^2 - 1} - 1)(x^4 + \sqrt{x^2 - 1} - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x^2 - 1} - 1 = 0 \\ x^4 + \sqrt{x^2 - 1} - 1 = 0. \end{array}\right.$$

- TH1. $\sqrt{x^2 - 1} - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$.
- TH2. $x^4 + \sqrt{x^2 - 1} - 1 = 0$

Vì $x^2 \geq 1$ nên $x^4 + \sqrt{x^2 - 1} - 1 \geq 1 + 0 - 1 = 0$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Vậy phương trình đã cho có bốn nghiệm $x \in \{-1; 1; -\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng: *Trần Tuấn Minh*, 9D, THCS Thọ Sơn; *Phùng Đăng Dương*, *Lương Minh Hiếu*, 9C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Dương Hảo Hảo*, 9C, THCS Lập Thạch, Lập Thạch; *Tạ Kim Nam Tuấn*, 8A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Chu Hải Tuyến*, 8E, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Lê Phú Quang*, 7D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**; *Võ Trần Ngọc Hữu*, 9/1, THCS Lý Tự Trọng, Tiên Phước, **Quảng Nam**; *Nguyễn Anh Thư*, 7A1, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Nguyễn Tuấn Dương*, 9D5, THCS Chu Văn An, Ngô

Quyền, **Hải Phòng**; *Phan Thùy Trâm*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Huỳnh Nguyễn Ngọc Khánh*, 8A3, THCS Thốt Nốt, Thốt Nốt, **Cần Thơ**; *Đỗ Hoàng Nhật Nam*, *Trần Hằng Linh*, *Nguyễn Bích Đạt*, *Nguyễn Lương Uy*, 9C1, THCS Achimedes Academy, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**.

NGUYỄN MINH ĐỨC

Bài 6(204+205). Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $1 \le a \le 2$, $1 \le b \le 2$, $1 \le c \le 2$, và $ab + bc + ca = 3abc$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{(a^2+2)^2} + \frac{1}{(b^2+2)^2} + \frac{1}{(c^2+2)^2} \ge \frac{1}{3}.$$

Lời giải. Do a, b, c khác 0 nên từ giả thiết $ab + bc + ca = 3abc$ suy ra $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 3$. (1)

Không mất tính tổng quát, giả sử $a \ge b \ge c$.

Ta có $3 = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \le \frac{3}{c} \Rightarrow c \le 1$.

Do $1 \le c \le 2$ nên $c = 1$.

Thay vào (1) ta được $2 = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \le \frac{2}{b} \Rightarrow b \le 1$.

Do $1 \le b \le 2$ nên $b = 1$.

Do đó $\frac{1}{a} = 1 \Rightarrow a = 1$.

Từ đó suy ra

$$\frac{1}{(a^2+2)^2} + \frac{1}{(b^2+2)^2} + \frac{1}{(c^2+2)^2} = \frac{1}{3}.$$

Nhận xét. Bất đẳng thức đã cho thực chất chỉ là một đẳng thức. Qua đây chúng ta thấy trước khi giải mỗi bài toán, các em còn phải quan sát yêu cầu cần chứng minh và kết nối giả thiết một cách linh hoạt nhất. Các bạn sau có lời giải đúng và tương đối gọn: *Trần Quý Dương*, 9A, THCS Thạch Thất, Thạch Thất, **Hà Nội**; *Tạ Kim Nam Tuấn*, 8A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Chu Hải Tuyến*, 8E, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Tiến Đạt*, 9B, THCS Nguyễn Quang Bích, Tam Nông; *Lương Minh Hiếu*, *Phùng Đăng Dương*, 9C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Huỳnh Nguyên Phát*, 8A1, THCS Mỹ Lộc, Phù Mỹ, **Bình Định**; *Trần Hằng Linh*, *Nguyễn Lương Uy*, 9C1, THCS Achimedes Academy, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**.

TRẦN HỮU NAM

Bài 7(204+205). Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - xy + y^2} = \sqrt[4]{\dfrac{x^4 + y^4}{2}} \\ 3y = 3x^3 - 3y^2 - 1. \end{cases}$$

Lời giải. Phương trình thứ nhất của hệ tương đương với

$$(x^2 - xy + y^2)^2 = \frac{x^4 + y^4}{2}$$

$$\Leftrightarrow x^4 + x^2y^2 + y^4 - 2x^3y - 2xy^3 + 2x^2y^2 = \frac{x^4 + y^4}{2}$$

$$\Leftrightarrow x^4 - 4x^3y + 6x^2y^2 - 4xy^3 + y^4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - y)^4 = 0 \Leftrightarrow x = y.$$

Thay $x = y$ vào phương trình thứ hai của hệ ta có $3x^3 - 3x^2 - 3x - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow (x+1)^3 = 4x^3 \Leftrightarrow x + 1 = \sqrt[3]{4}x$$

$$\Leftrightarrow x(\sqrt[3]{4} - 1) = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt[3]{4} - 1}.$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm

$$(x; y) = \left(\frac{1}{\sqrt[3]{4} - 1}; \frac{1}{\sqrt[3]{4} - 1}\right).$$

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt: *Lương Minh Hiếu, Phùng Đăng Dương*, 9C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Trần Minh Hoàng,* 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Tuấn Dương*, 9D5, THCS Chu Văn An, Q. Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Nguyễn Anh Thư*, 7A1, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Huỳnh Nguyên Phát*, 8A1, THCS Mỹ Lộc, Phù Mỹ, **Bình Định**; *Chu Hải*

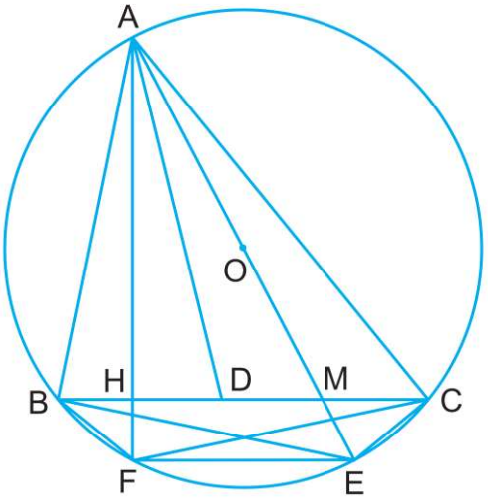
Tuyến, 8E, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Bích Đạt*, 9C1, THCS Achimedes Academy, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**.

NGUYỄN NGỌC HÂN

Bài 8(204+205). Cho đường tròn (O) và dây BC cố định. Điểm A di động trên cung lớn BC. Kẻ đường cao AH và đường phân giác AD của tam giác ABC. Gọi M là giao điểm của AO và BC. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{CM}+\frac{1}{CH}\ge\frac{2}{CD}.$$

Lời giải.



Gọi E, F lần lượt là giao điểm của các tia AM, AH với đường tròn (O).

Ta có $\Delta AMB \backsim \Delta CME$ (g. g).

Suy ra $\frac{MB}{ME}=\frac{AB}{CE}\Rightarrow\frac{MB}{MC}=\frac{AB}{CE}.\frac{ME}{MC}.$

Mặt khác $\Delta BME \backsim \Delta AMC$ (g. g).

Suy ra $\frac{ME}{MC}=\frac{BE}{AC}\Rightarrow\frac{MB}{MC}=\frac{AB}{AC}.\frac{EB}{EC}.$ (1)

Chứng minh tương tự ta cũng có

$$\frac{HB}{HC}=\frac{AB}{AC}.\frac{FB}{FC}.\ (2)$$

Cộng theo vế (1), (2) và áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta được

$$\frac{MB}{MC}+\frac{HB}{HC}=\frac{AB}{AC}.\left(\frac{EB}{EC}+\frac{FB}{FC}\right)\ge 2\frac{AB}{AC}\sqrt{\frac{EB}{EC}.\frac{FB}{FC}}.$$

Lại do EF // BC (vì cùng vuông góc với AH) nên tứ giác BFEC là hình thang cân dẫn đến EB = FC, FB = EC.

Suy ra $\frac{MB}{MC}+\frac{HB}{HC}\ge 2\frac{AB}{AC}=2\frac{DB}{DC}$

$$\Rightarrow\frac{BC-MC}{MC}+\frac{BC-HC}{HC}\ge\frac{2(BC-DB)}{DC}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{CM}+\frac{1}{CH}\ge\frac{2}{CD}.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\frac{EB}{EC}=\frac{FB}{FC}\Leftrightarrow EB^2=EC^2$$

$\Leftrightarrow EB = EC$ hay tam giác ABC cân tại A.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng: *Trần Quý Dương*, 9A, THCS Thạch Thất, Thạch Thất, **Hà Nội**; *Lương Minh Hiếu*, 9C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Chu Hải Tuyến*, 8E, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.

TRẦN QUANG HÙNG

ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY

Thi giải toán qua thư

Huỳnh Nguyên Phát, 8A1, THCS Mỹ Lộc, Phù Mỹ, **Bình Định**; *Trần Hằng Linh*, *Nguyễn Lương Uy*, *Nguyễn Bích Đạt*, 9C1, *Nguyễn Quang Nhật*, 7C1, THCS Achimedes Academy, Q. Cầu Giấy; *Trần Quý Dương*, 9A, THCS Thạch Thất, Thạch Thất, **Hà Nội**; *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Tuấn Dương*, 9D5, THCS Chu Văn An, Q. Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Nguyễn Hoàng Hải*, 7C, THCS Số 1 Bảo Hà, Bảo Yên, **Lào Cai**; *Lương Minh Hiếu*, *Phùng Đăng Dương*, 9C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Nguyễn Anh Thư*, 7A1, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Chu Hải Tuyến*, 8E, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Tạ Kim Nam Tuấn*, 8A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**.

THÁCH ĐẤU

TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM BẢY MƯƠI MỐT

Người thách đấu: *Nguyễn Minh Hà*, **Hà Nội**.

Bài toán thách đấu: Cho (I) là đường tròn nội tiếp tam giác ABC. D, E, F theo thứ tự là tiếp điểm của (I) với ba cạnh BC, CA, AB. P, Q theo thứ tự là giao điểm của IE, IF và đường thẳng qua D vuông góc với AD. Gọi S là giao điểm của BQ và CP. Chứng minh $\widehat{AIS} = 90^o$.

Thời hạn: Trước ngày 08.05.2020 theo dấu bưu điện.

Kết quả TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM SÁU MƯƠI CHÍN (TTT2 số 204+205)

Đề bài. Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB. Hai điểm C, D chạy trên nửa đường tròn sao cho $\widehat{COD} = 90^o$ cho $\widehat{AOC} < \widehat{AOD}$. Tìm vị trí của C, D sao cho tích AD.BC đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải. Ta sẽ đi giải bài toán dạng tổng quát, thay giả thiết $\widehat{COD} = 90^o$ bởi giả thiết thì $\widehat{COD} = \alpha$ không đổi.

Trước hết ta có bổ đề sau:

Bổ đề. Cho tứ giác ABCD có K là giao điểm của AC và BD và $\widehat{AKB} = \alpha < 90^o$.

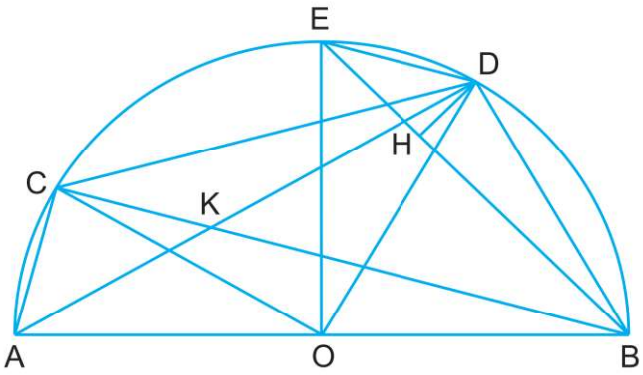
Khi đó $S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC.BD.\sin\alpha$.

(Bạn đọc tự chứng minh)

Trở lại giải bài toán trên.

Gọi K là giao điểm của AD và BC, E là điểm trên nửa đường tròn sao cho $\widehat{EOD} = \widehat{AOC}$.

Gọi H là hình chiếu của D trên BE.



Dễ thấy $\widehat{AKC} = 90^o - \widehat{KAC}$

$= 90^o - \frac{\widehat{COD}}{2}$

$= 90^o - \frac{\alpha}{2}$

và $\Delta OAC = \Delta OED$.

Lại có $\widehat{BOE} = 180^o - \widehat{AOE}$

$= 180^o - \widehat{COD}$

$= 180^o - \alpha$.

Do đó ΔOBE cố định.

Vậy các điều kiện sau tương đương.

1. AD.BC max.
2. $\frac{1}{2}AD.BC\sin\left(90^o - \frac{\alpha}{2}\right)$ max.
3. S_{ACDB} max.
4. $S_{OAC} + S_{OBD}$ max.
5. $S_{OED} + S_{OBD}$ max.
6. $S_{OBE} + S_{BDE}$ max.
7. S_{BDE} max.
8. DH max.
9. D là điểm chính giữa của cung BE.
10. $\widehat{BOD} = \frac{\widehat{BOE}}{2} = 90^o - \frac{\alpha}{2}$.
11. $\widehat{AOC} = \widehat{BOD} = 90^o - \frac{\alpha}{2}$.

Khi $\alpha = 90^o$, vị trí C, D thuộc nửa đường tròn sao cho $\widehat{AOC} = \widehat{BOD} = 45^o$ thì tích AD.BC đạt giá trị lớn nhất.

HONG HA

Nhận xét. Có bốn võ sĩ nhận lời thách đấu, một võ sĩ giải sai, ba võ sĩ giải đúng nhưng lời giải chưa đầy đủ và quá dài. Không võ sĩ nào đăng quang trong trận đấu này.

NGUYỄN MINH HÀ



VẼ THÊM TIẾP TUYẾN ĐỂ GIẢI CÁC BÀI TOÁN HÌNH HỌC

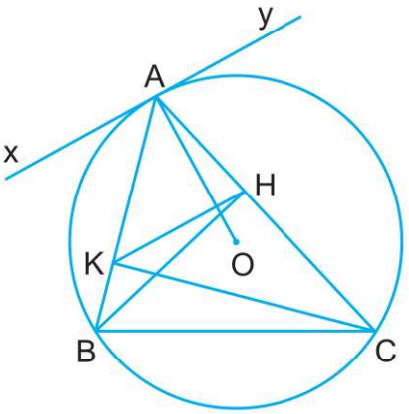
TS. LÊ QUỐC HÁN
Trường Đại học Vinh, Nghệ An

Tiếp tuyến của đường tròn có những tính chất liên quan đến yếu tố cạnh và góc. Vì vậy với một số bài toán hình học, việc vẽ thêm tiếp tuyến thích hợp có thể giúp chúng ta giải bài toán đơn giản hơn.

1. Vẽ thêm một tiếp tuyến

Bài toán 1. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O. Vẽ các đường cao BH và CK của tam giác ABC. Chứng minh OA vuông góc với HK.

Lời giải. Kẻ tiếp tuyến xy với đường tròn (O) tại A. Khi đó ta có $OA \perp xy$. (1)



Ta có $\widehat{xAB} = \widehat{ACB}$ (cùng chắn cung nhỏ AB).

Mặt khác $\widehat{BKC} = \widehat{BHC} = 90^o$ nên tứ giác BKHC nội tiếp. Suy ra $\widehat{AKH} = \widehat{ACB}$.

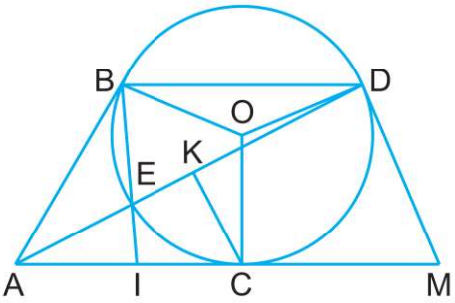
Từ đó $\widehat{xAB} = \widehat{AKH}$ nên xy // HK. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $OA \perp HK$.

Bài toán 2. Từ điểm A ở bên ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Gọi BD là dây của đường tròn song song với AC, E là giao điểm thứ hai của AD với đường tròn, I là giao điểm của BE và AC. Chứng minh rằng I là trung điểm của AC.

Lời giải. Kẻ tiếp tuyến với (O) tại D, tiếp tuyến đó cắt AC ở M.

Ta có BD // AM và $\widehat{DBA} = \widehat{BDM}$ (cùng chắn cung BD) nên tứ giác ABDM là hình thang cân. Suy ra $\widehat{BAI} = \widehat{DMA}$ và C là trung điểm của AM.



Gọi K là trung điểm của AD, ta có CK là đường trung bình của tam giác ADM nên

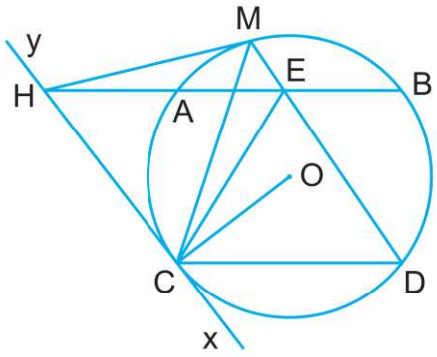
$$CK = \frac{MD}{2} = \frac{AB}{2} = \frac{AC}{2}. \quad (1)$$

Xét ΔABI và ΔCAK có AB = CA, $\widehat{ABI} = \widehat{CAK}$ $(= \widehat{BDA})$, $\widehat{BAI} = \widehat{ACK}$ $(= \widehat{DMA})$

Do đó $\Delta ABI = \Delta CAK$ (g.c.g) $\Rightarrow AI = CK$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AI = \frac{AC}{2}$ hay AI = IC.

Bài toán 3. Cho AB và CD là hai dây song song với nhau của một đường tròn tâm O. M là một điểm di động trên đường tròn đó. Dây MD cắt AB tại E. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CME. Tìm tập hợp các điểm I.



Lời giải. Xét trường hợp M trên cung nhỏ AB (trường hợp còn lại chứng minh tương tự).

Kẻ tiếp tuyến xy với đường tròn (O) tại C.

Gọi H là giao điểm của xy với đường thẳng AB.

Khi đó H cố định.

Vì AB // CD nên $\widehat{xCD} = \widehat{CHE}$ (đồng vị).

Mặt khác $\widehat{xCD} = \widehat{CME}$ (cùng chắn cung CD).

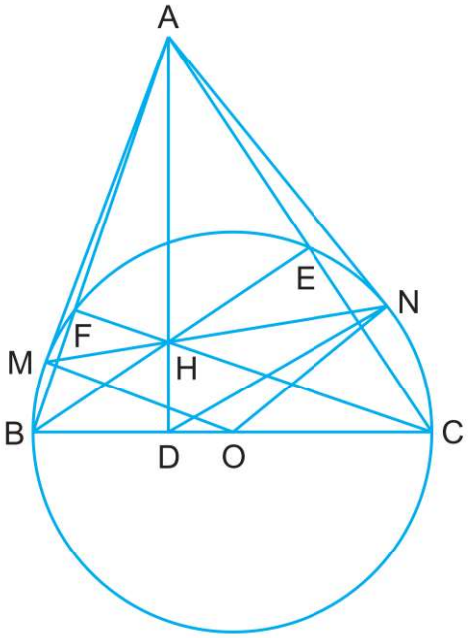
Suy ra $\widehat{CHE} = \widehat{CME}$.

Từ đó ta có tứ giác CHME nội tiếp. Vậy đường tròn tâm I ngoại tiếp ΔCME luôn đi qua điểm H cố định. Vì IC = IH và C, H cố định nên I nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng CH.

2. Vẽ thêm hai tiếp tuyến

Bài toán 4. Cho điểm A cố định nằm ngoài đường tròn tâm O. BC là đường kính thay đổi của (O). Tìm tập hợp các điểm H là trực tâm của tam giác ABC khi đường kính BC thay đổi.

Lời giải.



Gọi AD, BE, CF là các đường cao của tam giác ABC.

Kẻ hai tiếp tuyến AM, AN với đường tròn tâm O (M, N là các tiếp điểm).

Ta có $\widehat{AMO} = \widehat{ADO} = \widehat{ANO} = 90^o$ nên A, M, D, O, N cùng thuộc đường tròn đường kính AO. Suy ra $\widehat{ANM} = \widehat{AMN} = \widehat{ADN}$. (1)

Lại có tứ giác CDHE nội tiếp nên

$AH.AD = AC.AE = AN^2$.

Suy ra $\frac{AH}{AN} = \frac{AN}{AD}$.

Do đó $\Delta ANH \backsim \Delta ADN$ (c.g.c).

Suy ra $\widehat{ANH} = \widehat{ADN}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra

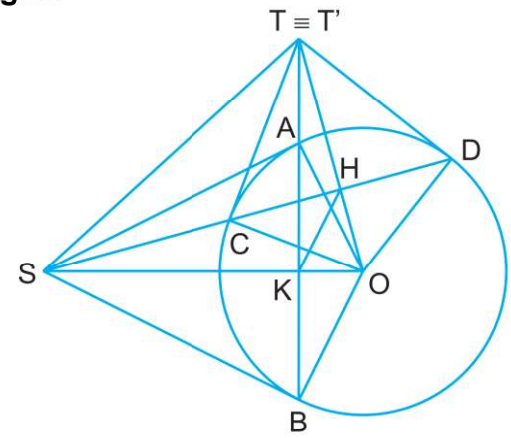
$\widehat{ANM} = \widehat{ANH}$ nên $H \in MN$.

Nếu tam giác ABC vuông tại B thì H ≡ M, tam giác ABC vuông tại C thì H ≡ N.

Vậy trực tâm H của tam giác ABC luôn nằm trên đoạn thẳng MN cố định khi BC thay đổi.

Bài toán 5. Từ một điểm S cố định ngoài đường tròn (O; R). Kẻ cát tuyến SCD tới đường tròn. Gọi T là giao điểm của hai tiếp tuyến của (O; R) tại C và D. Chứng minh rằng T luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi cát tuyến SCD quay quanh S.

Lời giải.



Kẻ hai tiếp tuyến SA, SB tới đường tròn (O; R) (A, B là các tiếp điểm).

Do S cố định nên A, B cố định.

Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với CD tại H và cắt đường thẳng AB tại T'.

Gọi K là giao điểm của SO và AB.

Theo tính chất tiếp tuyến ta có SO ⊥ AB nên tứ giác SKHT' nội tiếp đường tròn đường kính ST'.

Suy ra $OH.OT' = OK.OS = OB^2 = OC^2 = OD^2$.

Do đó T'C ⊥ OC, T'D ⊥ OD.

Suy ra T' ≡ T. Từ đó A, B, T thẳng hàng nên T luôn nằm trên một đường thẳng cố định AB.

3. Vẽ thêm tiếp tuyến chung

Nếu bài toán liên quan đến hai đường tròn tiếp xúc nhau, việc vẽ thêm tiếp tuyến chung sẽ cho lời giải đơn giản hơn.

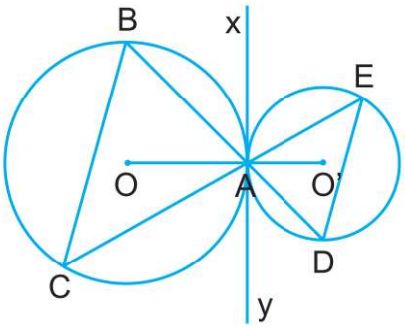
Bài toán 6. Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài với nhau tại A. Qua A vẽ hai đường thẳng tùy ý cắt đường tròn (O) tại B, C và cắt đường tròn (O') tại D, E. Chứng minh rằng BC song song với DE.

Lời giải. Kẻ tiếp tuyến chung xAy.

Ta có $\widehat{ABC} = \widehat{yAC}$ (cùng chắn cung nhỏ AC của (O)).

$\widehat{yAC} = \widehat{xAE}$ (hai góc đối đỉnh).

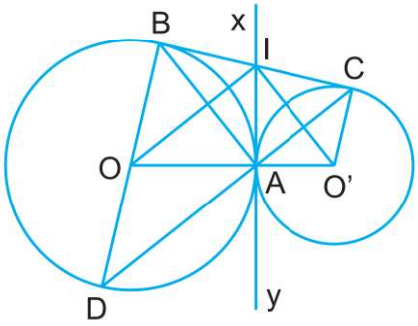
$\widehat{xAE} = \widehat{ADE}$ (cùng chắn cung nhỏ AE của (O')).



Từ đó suy ra $\widehat{ABC} = \widehat{ADE}$ mà hai góc này ở vị trí so le trong nên BC // DE.

Bài toán 7. Cho hai đường tròn (O; R) và (O'; r) tiếp xúc ngoài với nhau tại A. Vẽ tiếp tuyến chung ngoài BC (B thuộc (O), C thuộc (O')). Chứng minh hệ thức $\frac{AB}{AC} = \sqrt{\frac{R}{r}}$.

Lời giải. Kẻ tiếp tuyến chung xAy. Gọi I là giao điểm của xAy với BC.



Theo tính chất tiếp tuyến ta có IB = IA = IC nên tam giác ABC vuông tại A.

Vì IO ⊥ IO' (phân giác của hai góc kề bù) nên tam giác IOO' vuông tại I với đường cao IA.

Suy ra $IA^2 = OA.O'A = Rr$.

Do đó $BC = 2IA = 2\sqrt{Rr}$.

Gọi D là giao điểm của đường thẳng CA với (O; R). Khi đó $\widehat{DAB} = 90^o$ nên B, O, D thẳng hàng. Trong tam giác CBD vuông tại B có

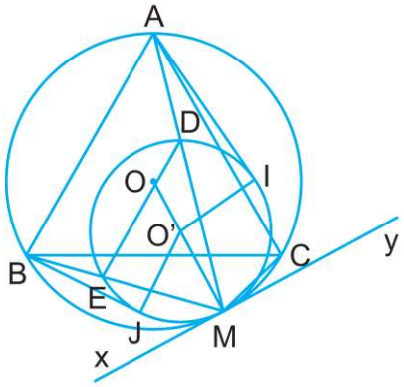
$$\frac{1}{BA^2} = \frac{1}{BD^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{1}{4R^2} + \frac{1}{4Rr} = \frac{R+r}{4R^2r}.$$

Suy ra $AB = \frac{2R\sqrt{r}}{\sqrt{R+r}}$. Tương tự $AC = \frac{2r\sqrt{R}}{\sqrt{R+r}}$.

Từ đó $\frac{AB}{AC} = \sqrt{\frac{R}{r}}$.

Bài toán 8. Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O; R) và điểm M bất kì trên cung nhỏ BC (M khác B, M khác C). Đường tròn (O'; R') tiếp xúc trong với (O; R) tại M. Các đoạn thẳng MA, MB, MC theo thứ tự cắt (O'; R') tại các điểm thứ hai D, E, F. Từ A, B, C kẻ các tiếp tuyến AI, BJ, CK với (O'; R'), (I, J, K là các tiếp điểm). Chứng minh rằng AI = BJ + CK.

Lời giải. Kẻ tiếp tuyến chung xMy của (O) và (O').



Khi đó $\widehat{MAB} = \widehat{xMB} = \widehat{xME} = \widehat{MDE}$.

Do đó AB // DE.

Suy ra $\frac{BE}{AD} = \frac{BM}{AM}$

Từ đó $\frac{BJ^2}{AI^2} = \frac{BE.BM}{AD.AM} = \frac{BM^2}{AM^2} \Rightarrow \frac{BJ}{AI} = \frac{BM}{AM}$.

Tương tự $\frac{CK}{AI} = \frac{CM}{AM}$. Vì tam giác ABC là tam giác đều nên MA = MB + MC.

Từ đó ta có $\frac{BJ}{AI} + \frac{CK}{AI} = \frac{BM+CM}{AM} = 1$.

Suy ra AI = BJ + CK.

Bài tập tự luyện

Bài 1. Từ điểm A nằm bên ngoài đường tròn (O) đường kính BC kẻ các tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O) (M, N là các tiếp điểm). Gọi H là trực tâm của tam giác ABC. Xác định vị trí BC để HM = HN.

Bài 2. Cho đường tròn (O) đường kính BC và hai điểm M, N nằm trên BC và đối xứng nhau qua O. A là một điểm tùy ý trên (O). Các đường thẳng AM, AN, AO cắt đường tròn (O) tại các điểm thứ hai D, E, H. Các đường thẳng BC, DE cắt nhau tại F. Chứng minh rằng FH là tiếp tuyến của đường tròn (O).

Bài 3. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O; R). Gọi (O') là đường tròn tiếp xúc trong với đường tròn (O; R) và tiếp xúc với hai cạnh AB, AC. Tính bán kính đường tròn (O') theo R.

THỬ SỨC TRƯỚC KÌ THI VÀO 10 THPT CHUYÊN

Năm học 2020 - 2021

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 150 phút

NGUYỄN THANH GIANG *(Trường THPT chuyên Hưng Yên)*

Bài 1. *(2 điểm)*

1. Cho $A = \sqrt{2020^2 + 2020^2.2021^2 + 2021^2}$. Chứng minh A là một số tự nhiên.

2. Tìm các số nguyên dương n sao cho mỗi số $n + 26$ và $n - 11$ đều là lập phương của một số nguyên dương.

Bài 2. *(2 điểm)*

1.Giải phương trình $10\left(\frac{2-x}{x+1}\right)^2 + \left(\frac{2+x}{1-x}\right)^2 = \frac{11(x^2-4)}{x^2-1}$.

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2y^2 + y^2 = 2x \\ 2x^2 + y^3 + 3 = 4x. \end{cases}$

Bài 3. *(2 điểm)*

1. Cho đa thức bậc ba f(x) với hệ số của x^3 là một số nguyên dương. Biết $f(5) - f(3) = 2020$. Chứng minh rằng $f(7) - f(1)$ là hợp số.

2. Tìm tất cả các cặp số nguyên dương (x; y) thỏa mãn $x^2 + 3y$ và $y^2 + 3x$ là số chính phương.

Bài 4. *(3 điểm)*

Cho hai đường tròn (O_1) và (O_2) cắt nhau tại A và B. Tiếp tuyến chung gần B của hai đường tròn lần lượt tiếp xúc với (O_1) và (O_2) tại C và D. Qua A kẻ đường thẳng song song với CD, lần lượt cắt (O_1) và (O_2) tại M và N. Các đường thẳng CM và DN cắt nhau tại E. Gọi P là giao điểm của BC với MN, Q là giao điểm của BD với MN. Chứng minh

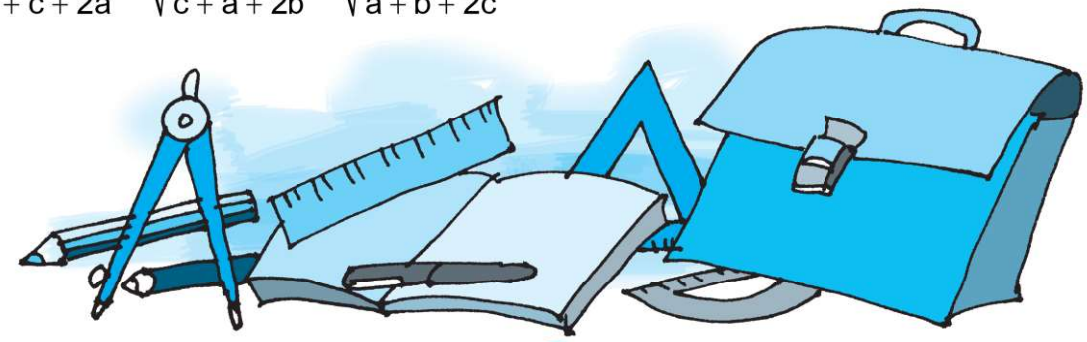
1. Đường thẳng AE vuông góc với đường thẳng CD.

2. $\frac{BC}{BP} + \frac{BD}{BQ} = \frac{MN}{PQ}$.

3. Tam giác EPQ là tam giác cân.

Bài 5. *(1 điểm)* Cho a, b, c là các số dương. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \sqrt{\frac{a}{b+c+2a}} + \sqrt{\frac{b}{c+a+2b}} + \sqrt{\frac{c}{a+b+2c}}.$$



HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 TP. HÀ NỘI

Năm học 2019 - 2020

Môn thi: Toán

(Đề đăng trên TTT2 số 206)

Bài 1. 1) ĐKXĐ $x \ge -\frac{5}{4}$.

Đặt

$a = \sqrt{x^2 + 2x + 5}$, $b = \sqrt{4x + 5}$ $(a > 0, b \ge 0)$.

Phương trình đã cho trở thành

$a(b^2 - 3) = b(a^2 - 3) \Leftrightarrow (a - b)(ab + 3) = 0$

$\Leftrightarrow a = b$ (do $ab + 3 > 0$) hay

$\sqrt{x^2 + 2x + 5} = \sqrt{4x + 5} \Leftrightarrow x^2 + 2x + 5 = 4x + 5$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$ (TMĐK).

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm

$S = \{0; 2\}$

2) • TH1: a là số lớn nhất trong 4 số a, b, c, d khi đó $b^5, c^5, d^5 \le a^5 \Rightarrow b^5 + c^5 + d^5 \le 3a^5$. Mặt khác theo giả thiết thì dấu đẳng thức phải xảy ra. Do đó $a = b = c = d$.

• TH2: b là số lớn nhất trong 4 số a, b, c, d ta cũng suy ra $a = b = c = d$.

• TH3: d là số lớn nhất trong 4 số a, b, c, d ta cũng suy ra $a = b = c = d$.

• TH4: c là số lớn nhất trong 4 số a, b, c, d khi đó $c^3 \ge d^3 \Rightarrow a^3 + b^3 \le 2d^3 \Rightarrow d^3 \ge a^3$ hoặc $d^3 \ge b^3$.

Nếu $d^3 \ge a^3 \Rightarrow c \ge d \ge a \Rightarrow c^5 \ge d^5 \ge a^5$ mà $b^5 + c^5 + d^5 = 3a^5 \Rightarrow a \ge b$.

Suy ra $c^7 + d^7 + a^7 \ge 3b^7$.

Mặt khác theo giả thiết thì dấu đẳng thức phải xảy ra. Do đó $a = b = c = d$.

Nếu $d^3 \ge b^3 \Rightarrow c \ge d \ge b \Rightarrow c^7 \ge d^7 \ge a^7$ mà $a^7 + c^7 + d^7 = 3b^7 \Rightarrow b \ge a$.

Suy ra $b^5 + c^5 + d^5 \ge 3a^5$.

Mặt khác theo giả thiết thì dấu đẳng thức phải xảy ra. Do đó $a = b = c = d$.

Vậy trong mọi trường hợp, ta luôn có $a = b = c = d$.

Bài 2. 1) Ta có

$n^2 + 3n + 11 = (n - 2)(n + 5) + 21$.

• TH1: $(n - 2) \vdots 7 \Rightarrow (n + 5) \vdots 7$

$\Rightarrow (n - 2)(n + 5) \vdots 49$

Suy ra $(n - 2)(n + 5) + 21$ không chia hết cho 49.

• TH2: $(n - 2)$ không chia hết cho $7 \Rightarrow (n + 5)$ không chia hết cho 7. Mà 21 chia hết cho 7 nên $(n - 2)(n + 5) + 21$ không chia hết cho 7.

Suy ra $(n - 2)(n + 5) + 21$ không chia hết cho 49.

Vậy $n^2 + 3n + 11$ không chia hết cho 49 với mọi số tự nhiên n.

2) Do $6(x + 2p)$ chia hết cho 3 nên $x^2 + p^2y^2$ chia hết cho 3.

Mặt khác ta dễ chứng minh, với mọi số nguyên a, b ta có $a^2 + b^2 \vdots 3$ khi và chỉ khi $a \vdots 3$ và $b \vdots 3$.

Do đó x và yp cùng chia hết cho 3.

Khi đó x^2, $6x$, p^2y^2 chia hết cho 9 nên từ phương trình trên, ta suy ra $12p$ chia hết cho 9, tức là p chia hết cho 3.

Mà p là số nguyên tố nên $p = 3$.

Khi đó ta có $x^2 + 9y^2 = 6x + 36$

$\Leftrightarrow (x - 3)^2 + 9y^2 = 45$.

Vì $(x - 3)^2 \ge 0 \Rightarrow 9y^2 \le 45 \Rightarrow y^2 \le 5 \Rightarrow y = 1$ hoặc $y = 2$.

- Với $y = 1$ ta có $(x - 3)^2 = 36 \Leftrightarrow x = 9$ (do x là số nguyên dương).

- Với $y = 2$ ta có $(x - 3)^2 = 9 \Leftrightarrow x = 6$ (do x là số nguyên dương).

Vậy bộ số (x; y; p) thỏa mãn yêu cầu là (6; 2; 3) và (9; 1; 3).

Bài 3. 1) Ta có $5(x - y)^2 \le (x^2 + y^2)$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 5xy + 2y^2 \le 0$

$\Leftrightarrow 2\left(\frac{x}{y}\right)^2 - 5\left(\frac{x}{y}\right) + 2 \le 0$ (do $y > 0$).

Đặt $t = \frac{x}{y}$ thì ta có $2t^2 - 5t + 2 \le 0$

$\Leftrightarrow (2t - 1)(t - 2) \le 0$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \le t \le 2$. Vậy $\frac{1}{2} \le \frac{x}{y} \le 2$.

2) Áp dụng bất đẳng thức Bunyakovsky ta có

$$(x+y+z)^2 \le \left[\frac{5}{9}(x+z)^2 + y^2\right]\left(\frac{9}{5}+1\right)$$

$$\Rightarrow 5(x+y+z)^2 \le 14\left[\frac{5}{9}(x+z)^2 + y^2\right].$$

Kết hợp với giả thiết

$5(x+y+z)^2 \ge 14(x^2+y^2+z^2)$, ta suy ra

$$\frac{5}{9}(x+z)^2 \ge x^2+z^2 \Leftrightarrow 2x^2-5xz+2z^2 \le 0$$

Áp dụng ý 1 ta suy ra $\frac{1}{2} \le \frac{x}{z} \le 2.$

Đặt $t = \frac{x}{z}$ ta có

$$P = \frac{2x+z}{x+2z} = \frac{2\frac{x}{z}+1}{\frac{x}{z}+2} = \frac{2t+1}{t+2} = 2 - \frac{3}{t+2}.$$

Do $\frac{1}{2} \le t \le 2$ nên

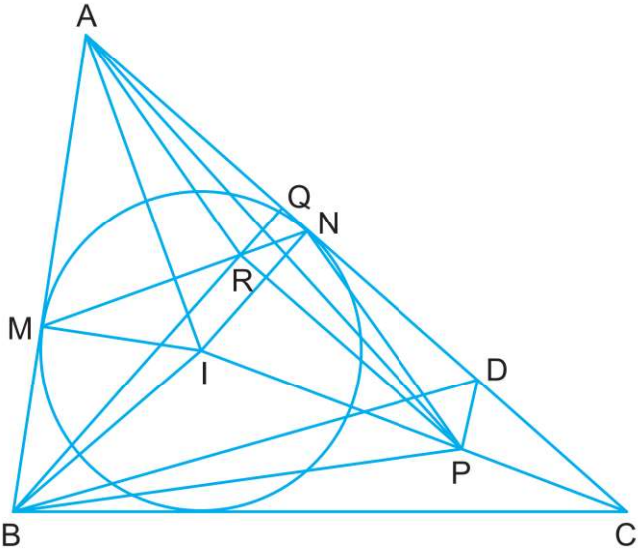
$$\frac{5}{2} \le t+2 \le 4 \Rightarrow \frac{3}{4} \le \frac{3}{t+2} \le \frac{6}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{5} \le 2 - \frac{3}{t+2} \le \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{4}{5} \le P \le \frac{5}{4}.$$

Vậy $P_{min} = \frac{4}{5}$ khi $x = 1,\ y = \frac{5}{3},\ z = 2$

$P_{max} = \frac{5}{4}$ khi $x = 2,\ y = \frac{5}{3},\ z = 1.$

Bài 4.



1) Ta có tam giác AMN cân tại A nên

$$\widehat{BMR} = 180^o - \widehat{AMN}$$

$$= 180^o - \frac{180^o - \widehat{BAC}}{2} = 90^o + \frac{\widehat{BAC}}{2}.$$

Mặt khác ta cũng có $\widehat{BIC} = 180^o - \widehat{IBC} - \widehat{ICB}$

$$= 180^o - \frac{\widehat{ABC} + \widehat{ACB}}{2} = 90^o + \frac{\widehat{BAC}}{2}.$$

Do đó $\widehat{BMR} = \widehat{BIC} = \widehat{BIP}.$ (1)

(chú ý rằng C, P, I thẳng hàng)

Vì BQ vừa là đường cao vừa là trung tuyến kẻ từ B của tam giác ABD nên tam giác ABD cân tại B, từ đó ta có

$$\widehat{IBP} = \widehat{IBC} - \widehat{PBC} = \frac{\widehat{ABC} - \widehat{DBC}}{2}$$

$$= \frac{\widehat{ABC} - (\widehat{ADB} - \widehat{ACB})}{2} = 90^o - \widehat{BAC} = \widehat{MBR}.\ (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\Delta BMR \backsim \Delta BIP$ (g.g).

2) Do $\Delta BMR \backsim \Delta BIP$ nên $\frac{BM}{BR} = \frac{BI}{BP}$ và

$\widehat{MBR} = \widehat{IBP}$ hay $\widehat{MBI} = \widehat{RBP}.$

Suy ra $\Delta BMI \backsim \Delta BRP$ (c.g.c).

Do đó $\widehat{BRP} = \widehat{BMI} = 90^o$ hay $PR \perp BQ.$

Mặt khác $AC \perp BQ$ nên PR // AC.

3) Ta có $\widehat{RND} = 180^o - \widehat{ANM}$

$$= 180^o - \frac{180^o - \widehat{BAC}}{2} = 90^o + \frac{\widehat{BAC}}{2}.$$

$$\widehat{PDN} = \widehat{ADB} + \widehat{BDP} = \widehat{ADB} + \frac{\widehat{BDC}}{2}$$

$$= \widehat{ADB} + \frac{180^o - \widehat{ADB}}{2}$$

$$= 90^o + \frac{\widehat{ADB}}{2} = 90^o + \frac{\widehat{BAC}}{2}.$$

Do đó $\widehat{RND} = \widehat{PDN}$ kết hợp với ND // PR nên tứ giác DNRP là hình thang cân.

Suy ra $\widehat{DNP} = \widehat{RDN} = \widehat{RAD}$ (do tam giác ARD cân tại R).

Mà hai góc DNP và RAD ở vị trí đồng vị nên NP // AR.

Mặt khác theo ý 2 thì PR // AN.

Suy ra tứ giác ARPN là hình bình hành nên MN đi qua trung điểm của AP.

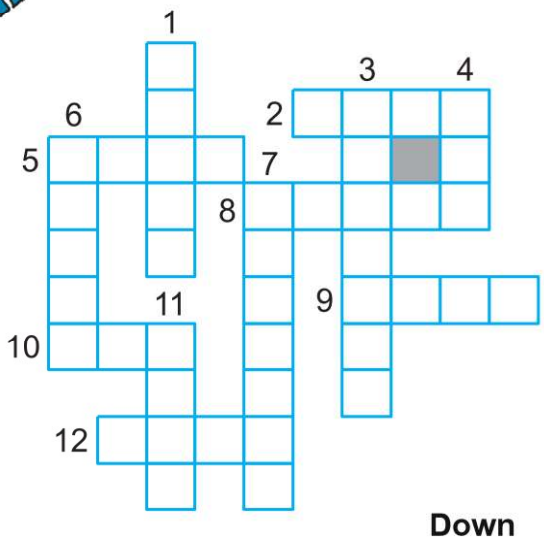
(Xem tiếp trang 6)



Kì này OPPOSITE

QUANG MINH
Nhã Nam, Tân Yên, Bắc Giang

Từ các câu hỏi gợi ý dưới đây, các bạn hãy điền các từ vào ô chữ nhé. 5 bạn có đáp án đúng và gửi về sớm nhất sẽ được nhận quà.





Across

2. What is the opposite of bad?
5. What is the opposite of far?
8. What is the opposite of sad?
9. What is the opposite of hard?
10. What is the opposite of cold?
12. What is the opposite of low?

Down

1. What is the opposite of white?
3. Happy is the _____ of sad.
4. What is the opposite of wet?
6. What is the opposite of South?
7. What is the opposite of sick?
11. What is the opposite of thick?

Kết quả CÁC QUỐC GIA CHÂU Á (TTT2 số 204+205)

Các từ hàng ngang từ trên xuống:
PHILIPPINES – Phi-líp-pin;
INDONESIA – In-đô-nê-xi-a;
CAMBODIA – Cam-pu-chia;
MALAYSIA – Ma-lai-xi-a;
BRUNEI – Bru-nây;
TIMORLESTE - Đông-ti-mo.

Các hàng dọc từ trái sang phải:
VIETNAM – Việt Nam;
MYANMAR – Mi-an-ma;
LAOS – Lào;
THAILAND – Thái Lan;
SINGAPORE – Xinh-ga-po.

Nhận xét. Các bạn có thấy tên các quốc gia này quen thuộc không ạ? Đây là 11 quốc gia thuộc khu vực Đông Nam Á, rất gần gũi với Việt Nam chúng ta.

HONG HA

Năm bạn có tên sau hãy đón nhận quà tặng của Chủ Vườn nhé: *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Hoàng Long*, 7B, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Lương Hà Phúc*; 6A5, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**; *Phan Thùy Trâm*, 7C, THCS Bạch Liêu, Thị trấn Yên Thành, **Nghệ An**; *Trần Trung Phúc*, 8A4, THCS Ngô Gia Tự, Hồng Bàng, **Hải Phòng**.

Xin chúc mừng các bạn.

Chủ Vườn

ĐỀ THI CÂU LẠC BỘ TTT

NGUYỄN ĐOÀN VŨ

Kì 34

CLB1. Given two numbers a and b satisfying $a + b = 673$. Find the value of the expression $M = a^3 + b^3 + 2019ab - 673^3$.

CLB2. Show that the number 27^{2010} has fewer 3016 digits in decimal form.

CLB3. Given x and y such that $x^2 + y^2 = x + y$. Find the maximum value and minimum value of $M = x - y$.

CLB4. Find the possible values of the positive integer n such that $4^n + 9^{n-1}$ is a prime.

CLB5. Given triangle ABC where BC > AC > AB. Points D, E on BC such that BD = BA, CE = CA. Point I is the intersection point of the three internal bisectors of triangle ABC. Show that triangle IDE is an isosceles triangle.

ĐỖ ĐỨC THÀNH *(dịch)*

Kết quả Kì 32 (TTT2 số 204+205)

CLB1. Gọi hai ước khác 1 của a là b, c với $bc = a$ $(b < c)$. Khi đó a có đúng 4 ước là 1, b, c, a.

Theo đề bài thì $1 + b + c = a \Leftrightarrow 1 + b + c = bc$

$$\Leftrightarrow (b-1)(c-1) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} b-1=1 \\ c-1=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2 \\ c=3. \end{cases}$$

Vậy $a = 6$.

CLB2. $x^4 - 23x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + \dfrac{1}{x^2} = 23$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 25.$$

Do $x < 0$ nên $x + \dfrac{1}{x} = -5$. Từ đó ta có

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= 23.(-5) + 5 = -110.$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 = 23^2 - 2 = 527.$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = \left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right) - \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)$$

$$= 527.(-5) + 110 = -2525.$$

$$\frac{x^{18}+1}{x^9} = x^9 + \frac{1}{x^9} = \left(x^5 + \frac{1}{x^5}\right)\left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= -2525.527 + 5 = -1330670.$$

CLB3. $6x^4 - 5x^3 - 5x - 6 = 0$

$\Leftrightarrow (x^2 + 1)(3x + 2)(2x - 3) = 0$

$\Leftrightarrow x = -\dfrac{2}{3}; x = \dfrac{3}{2}.$

CLB4. Ta có $(a + b + c)^2 = 1$

$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) = 1$

$\Leftrightarrow 1 + 2(ab + bc + ca) = 1$

$\Leftrightarrow ab + bc + ca = 0.$

Lại có $\dfrac{x}{a} = \dfrac{y}{b} = \dfrac{z}{c} = \dfrac{x+y+z}{a+b+c} = x + y + z.$

Suy ra $x = a(x + y + z)$, $y = b(x + y + z)$, $z = c(x + y + z)$

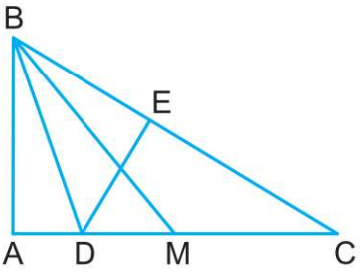
Từ đó ta có $xy + yz + zx$

$= ab(x + y + z)^2 + bc(x + y + z)^2 + ca(x + y + z)^2$

$= (ab + bc + ca)(x + y + z)^2 = 0.$

Suy ra $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2$.

CLB5.



Vì $\widehat{ABD} = \widehat{CBM} \Rightarrow \widehat{ABM} = \widehat{CBD}$.

Do đó

$$\frac{S_{ABM}}{S_{CBD}} = \frac{BA.BM}{BC.BD} = \frac{AB.AM}{BC.DE} \Rightarrow \frac{BM}{BD} = \frac{AM}{DE}. \quad (1)$$

Cũng từ $\widehat{ABD} = \widehat{CBM}$ ta có

$$\frac{S_{BMC}}{S_{BAD}} = \frac{MB.BC}{BA.BD} = \frac{MC.AB}{AD.AB} = \frac{MC}{AD}. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$\frac{BC}{BA}.\frac{AM}{DE} = \frac{MC}{AD} \Rightarrow \frac{AD}{DE} = \frac{BA}{BC}.$$

HONG HA

Nhận xét. Các bạn có lời giải đúng được thưởng kì này: *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Hoàng Hải*, 7C, THCS số 1 Bảo Hà, Bảo Yên, **Lào Cai**.

NGUYỄN QUANG TUẤN

Thì thầm... Thì thầm thôi...

Tuổi hồng... xin cứ tuổi hồng
Chuyện gì quá sớm... xin không trả lời



Hỏi: Thời gian vừa qua, chúng em nghe nhiều lần bài hát "Đánh giặc Corona" của tác giả Lê Thống Nhất. Nghe nói đây cũng là thầy giáo sáng lập tạp chí Toán Tuổi thơ có phải không ạ?

NGUYỄN THỊ H.
(Lớp 7, THCS Mường Thanh, Điện Biên)

Đáp:

Đúng rồi! Thầy giáo tài hoa
Là người góp sức "đẻ ra" báo này
Mong mọi người hãy chung tay
Diệt giặc Covid đêm ngày chống lây!



Hỏi: Anh có thể cho em mấy câu thơ về phòng dịch Covid-19 không?

TRỊNH N. K
(7A3, THCS Mộc Lỵ, Mộc Châu, Sơn La)

Đáp:

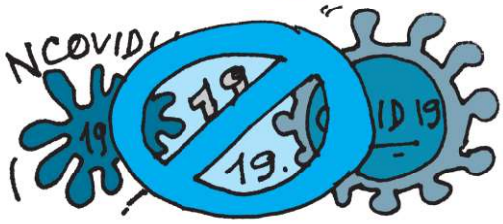
Đi về là phải rửa tay
Đi ra cần phải tránh ngay đông người
Khẩu trang đeo đúng em ơi!
Nghi nhiễm phải khám kịp thời, kẻo nguy.

Hỏi: Anh ơi! Liệu anh có đoán được khi nào hết dịch Covid-19 không?

NGUYỄN NGỌC T.
(Lớp 8, THCS Sơn Lôi, Vĩnh Phúc)

Đáp:

Em hỏi... anh cũng ngây ngây
Làm sao mà đoán được bây giờ nào
Thôi thì cố đợi xem sao
Mong ngày hết dịch, ước ao bao người.



Hỏi: Năm nay thi vào lớp 10 liệu Hà Nội có thi 4 môn như mọi năm không ạ?

LÊ VIỆT K.
(Lớp 9, THCS Cầu Giấy, Hà Nội)

Đáp:

Hiện nay bàn luận khắp nơi
Ủy ban chưa quyết, trả lời khó ghê
Em cứ ôn tập say mê
Toán, Văn, Ngoại ngữ không hề bỏ đâu!



Hỏi: Em nghe nói virus Covid-19 chỉ nguy hiểm với người già có đúng không ạ?

TRƯƠNG THỊ N.
(Lớp 6, THCS Hoàng Diệu, Đà Nẵng)

Đáp:

Người già có bệnh đã lâu
Gặp Covid sẽ đương đầu khó hơn
Nhưng em đừng có coi thường
Nhớ rằng dịch bệnh không "nhường" một ai!



ANH PHÓ GỠ XƯA



CÁC LỚP 6 & 7

Bài 1(207). Tìm các số nguyên tố x, y, z thỏa mãn $x^y = z - 1$.

NGUYỄN HUY THỤC

(Trường THCS Đồng Cương, Yên Lạc, Vĩnh Phúc)

Bài 2(207). Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số dạng $\overline{abccba}$ chia hết cho 7, trong đó a, b, c là các chữ số thỏa mãn $0 \le b \le 9$, $0 \le c \le 9$ và $0 < a \le 9$?

TRẦN QUANG VINH

(Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam)

Bài 3(207). Anh Thọ là một vận động viên chơi cờ tướng. Để luyện tập điều độ, mỗi ngày anh chơi ít nhất 1 ván, mỗi tuần anh chơi không quá 13 ván. Chứng minh rằng tồn tại một số ngày liên tiếp anh chơi tổng số 20 ván.

LẠI QUANG THỌ

(Phòng GD&ĐT Tam Dương, Vĩnh Phúc)

Bài 4(207). Cho tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Trên cạnh BC lấy điểm D sao cho AB + BD = AC + CD. Tia phân giác trong của $\widehat{ACB}$ cắt AD tại I. Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh MI song song với AB.

PHẠM THỊ HẢI SÂM

(Trường THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, Hà Tĩnh)

SOLVE VIA MALL COMPETITION QUESTIONS

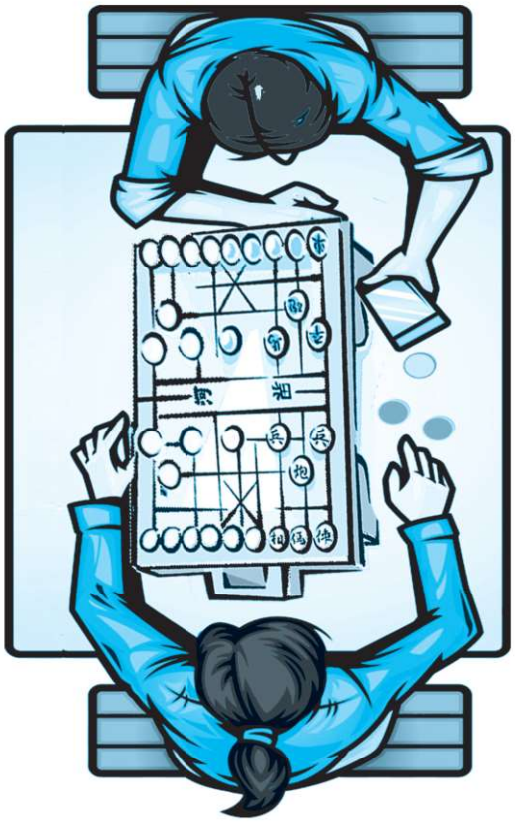
Translated by Thanh Do Duc

1(207). Find the three primes x, y and z such that $x^y = z - 1$.

2(207). How many 6-digit natural numbers having the form $\overline{abccba}$ that are divisible by 7 where a, b and c are digits such that $0 \le b \le 9$, $0 \le c \le 9$ and $0 < a \le 9$?

3(207). Mr. Tho is a professional chess player. Each day he plays at least 1 game and there are no more than 13 games in each week. Show that there exist some consecutive days in which the total number of games he plays is 20.

4(207). Given right triangle ABC at A where $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Point D is on BC such that AB + BD = AC + CD. The internal bisector of $\widehat{ACB}$ intersects AD at I. M is the midpoint of BC. Show that MI is parallel to AB.



CÁC LỚP THCS

Bài 5(207). Tìm các số nguyên dương x, y, z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau:

i) $x^3 + y^3 = 2z^3$;

ii) $x + y + 4z$ là tích của hai số nguyên tố.

HUỲNH THANH TÂM

(Bưu điện xã An Nhơn, Bình Định)

Bài 6(207). Giải phương trình

$$x^3 + 3x^2 + 1 = \sqrt{1+4x}.\sqrt[3]{1-6x}.$$

TRẦN ANH TUẤN

(Trường THCS Phúc Phú, Lý Nhân, Hà Nam)

Bài 7(207). Cho a, b, c thuộc khoảng (0; 2) thỏa mãn abc = (1 – a)(2 – b)(3 – c). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức. $P = \frac{a^2}{3} + \frac{b^2}{12} + \frac{c^2}{27}$.

NGUYỄN MINH SANG

(Trường THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ)

Bài 8(207). Cho tam giác ABC nhọn có các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Đường thẳng kẻ qua B vuông góc với BC cắt đường trung trực của BH tại I, đường thẳng kẻ qua C vuông góc với BC cắt đường trung trực của CH tại K. IK giao với AB, AC lần lượt tại M, N. Chứng minh rằng tứ giác AMHN là hình bình hành.

LẠI TRƯỜNG SINH

(Trường THCS Đông Trung, Tiền Hải, Thái Bình)





SOLVE VIA MALL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Thanh Do Duc

5(207). Find positive integers x, y and z satisfying the following two condition simultaneously

i) $x^3 + y^3 = 2z^3$;

ii) $x + y + 4z$ is the product of two primes.

6(207). Solve the following equation

$$x^3 + 3x^2 + 1 = \sqrt{1+4x}.\sqrt[3]{1-6x}.$$

7(207). Given a, b and c belonging to the interval (0; 2) such that

abc = (1 – a)(2 – b)(3 – c).

Find the minimum of the expression

$$P = \frac{a^2}{3} + \frac{b^2}{12} + \frac{c^2}{27}.$$

8(207). Given acute triangle ABC where the altitudes AD, BE and CF intersect at H. The perpendicular line to BC going through B intersects with the perpendicular bisector of BH at I, the perpendicular line to BC going through C intersects with the perpendicular bisector of CH at K. IK cuts AB and AC at M and N respectively. Show that the quadrilateral AMHN is a parallelogram.

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

THÔNG BÁO VỀ GIÁ SÁCH GIÁO KHOA LỚP 1 MỚI

Thực hiện Nghị quyết 29-NQ/TW của Ban Chấp hành Trung ương Đảng về đổi mới căn bản, toàn diện giáo dục và đào tạo; Nghị quyết 88/2014/QH13 của Quốc hội về đổi mới chương trình, sách giáo khoa (SGK) giáo dục phổ thông; thông tư 32/2018/TT-BGDĐT của Bộ Giáo dục và Đào tạo ban hành chương trình giáo dục phổ thông, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam (NXBGDVN) đã tổ chức biên soạn các bộ SGK mới. Qua nhiều vòng thẩm định kĩ lưỡng, 04 bộ SGK của NXBGDVN đã được thông qua, được Bộ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo kí ban hành.



Bộ SGK Kết nối tri thức với cuộc sống của Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam

Để xây dựng giá bán cho các bộ SGK mới nêu trên, NXBGDVN đã thực hiện các bước theo quy định hiện hành của Luật Giá. Theo đó, giá các bộ SGK mới của NXBGDVN cụ thể như sau:

1. Bộ SGK *Kết nối tri thức với cuộc sống*, gồm 10 cuốn, giá 179.000 đồng.

2. Bộ SGK *Chân trời sáng tạo*, gồm 9 cuốn, giá 186.000 đồng.

3. Bộ SGK *Cùng học để phát triển năng lực*, gồm 10 cuốn, giá 194.000 đồng.

4. Bộ SGK *Vì sự bình đẳng và dân chủ trong giáo dục*, gồm 9 cuốn, giá 189.000 đồng.

Theo chương trình giáo dục phổ thông 2018, bộ SGK lớp 1 bao gồm **9** hoặc **10** cuốn (SGK Toán, Tiếng Việt gồm 2 tập) sử dụng cho 8 môn học bắt buộc (Tiếng Việt, Toán, Đạo đức, Tự nhiên và xã hội, Âm nhạc, Mĩ thuật, Hoạt động trải nghiệm, Giáo dục thể chất).

Để giúp giáo viên, phụ huynh, học sinh thuận tiện trong việc nghiên cứu lựa chọn, góp ý cho SGK, NXBGDVN đã đăng tải để truy cập miễn phí phiên bản điện tử các bộ SGK lớp 1 cùng những tài liệu, câu hỏi xung quanh SGK và học liệu hỗ trợ giảng dạy cho giáo viên tại địa chỉ *nxbgd.vn/sachdientu* và *nxbgd.vn/taphuan*. Ngoài ra, giáo viên, phụ huynh, học sinh có thể trao đổi những vấn đề liên quan đến SGK mới của NXBGDVN thông qua địa chỉ E-mail: *hoidapsgk@nxbgd.vn* hoặc số điện thoại đường dây nóng: 0377333545.
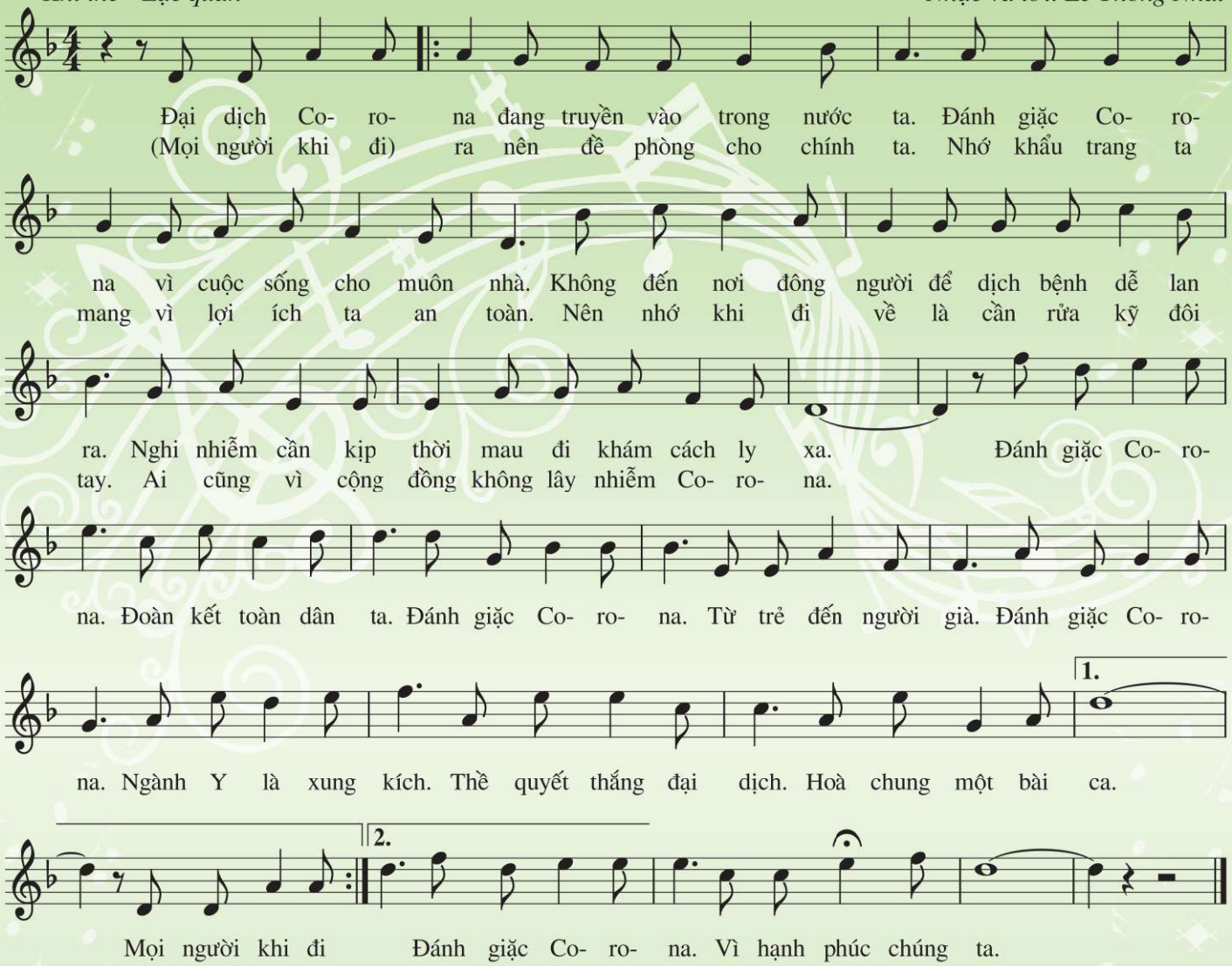
NXBGDVN sẽ tiếp tục thực hiện các công tác xã hội như tặng SGK cho con các gia đình chính sách, gia đình thương binh liệt sĩ, gia đình có hoàn cảnh đặc biệt khó khăn, đồng thời sẽ đầu tư xây dựng Tủ sách dùng chung, tổ chức mua SGK cũ tặng cho thư viện các trường học thuộc địa bàn khó khăn; tổ chức phát động các phong trào quyên góp SGK, khuyến khích học sinh giữ gìn, bảo quản và sử dụng lại SGK.

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

Đánh giặc Corona

Khí thế - Lạc quan

Nhạc và lời: Lê Thống Nhất





Tác giả ca khúc cùng hát "Đánh giặc Corona" với các lương y tại TP. Hồ Chí Minh

Ca khúc *Đánh giặc Corona* viết ngày 6/2/2020, được nhạc sĩ Nguyễn Hải hoà âm và hai ca sĩ Hải Lê cùng Thế Anh thể hiện. Bản thu ca khúc đã được cộng đồng sử dụng rộng rãi trên mạng xã hội cùng các video với thông điệp chống dịch theo nhiều hình thức sinh động. Nhiều bản thu mới đã ra đời cùng bản remix mới. Ca khúc đã được giới thiệu trên nhiều kênh báo chí, truyền hình trong cả nước.

Dành cho giáo viên, phụ huynh và trẻ em từ 12 tuổi đến dưới 16 tuổi.
Giấy phép xuất bản: số 31/GP-BVHTT, cấp ngày 23/1/2003 của Bộ Văn hóa và Thông tin.
Mã số: 8BTT207M20. **In tại:** Công ty cổ phần in Công Đoàn Việt Nam, 167 Tây Sơn, Đống Đa, Hà Nội. In xong và nộp lưu chiểu tháng 04 năm 2020.

Giá: 10 000 đồng