NĂM THỨ
HAI MƯƠI MỐT
ISSN 1859-2740

Toán tuổi thơ 2

7/9
206
NĂM HỌC 2019 - 2020

TRUNG HỌC CƠ SỞ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO



PHƯƠNG PHÁP ĐỒNG BẬC TRONG CHỨNG MINH BẤT ĐẲNG THỨC

Sản phẩm Mới 2020



HONG HA®

TRỤ SỞ CHÍNH
Cơ sở I: 25 Lý Thường Kiệt, Hoàn Kiếm, HN.
Cơ sở II: 672 Ngô Gia Tự, Long Biên, HN.
Tel: 024.36523330 * Fax: 024.36524157
Email: congty@vpphongha.com.vn
Website: www.vpphongha.com.vn

CHI NHÁNH ĐÀ NẴNG
23-25 Đường Yên Thế,
P. Hoà An, Q. Cẩm Lệ.
Điện thoại: 0236 3649 046
Fax: 0236 3649 046

CHI NHÁNH TP.HCM
Lô 10, Đường số 4, KCN Tân Tạo
P. Tân Tạo A, Q. Bình Tân.
Điện thoại: 028 3756 2158
Fax: 028.3756 2157

Toán tuổi thơ 2 TRUNG HỌC CƠ SỞ

Children's Fun Maths Journal

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HỘI ĐỒNG BIÊN TẬP

Phó Tổng biên tập NXBGD Việt Nam:
TS. TRẦN QUANG VINH
Phó Tổng biên tập phụ trách tạp chí:
TRẦN THỊ KIM CƯƠNG

ỦY VIÊN

NGND. VŨ HỮU BÌNH
TS. NGUYỄN MINH ĐỨC
ThS. ĐẶNG HIỆP GIANG
TS. NGUYỄN MINH HÀ
ThS. NGUYỄN NGỌC HÂN
PGS. TS. VŨ ĐÌNH HÒA
ThS. TRẦN QUANG HÙNG
TS. LÊ THỐNG NHẤT
PGS. TS. TẠ DUY PHƯỢNG
ThS. PHẠM ĐỨC TÀI
NGND. PGS. TS. TÔN THÂN
PGS. TS. LÊ ANH VINH

TÒA SOẠN

Tầng 2, nhà A, số 187B Giảng Võ, phường Cát Linh, quận Đống Đa, Hà Nội
Điện thoại: 024.35682701 - Fax: 024.35682702
Email (Ban biên tập): bbttoantuoitho@gmail.com
Email (Trị sự - Phát hành): tapchitoantuoitho@gmail.com
Website: http://www.toantuoitho.vn

ĐỐI TÁC ĐẠI DIỆN PHÍA NAM

Công ty cổ phần Đầu tư và Phát triển Giáo dục Phương Nam
231 Nguyễn Văn Cừ, Q.5, TP. Hồ Chí Minh
ĐT: 028.73035556, Email: thitruong@phuongnam.edu.vn

Trị sự - Phát hành:
TRỊNH THỊ TUYẾT TRANG,
NGUYỄN THỊ HUYỀN THANH, NGUYỄN THỊ HẢI ANH
Biên tập - Chế bản:
NGUYỄN QUANG TUẤN, VŨ THỊ MAI, ĐỖ TRUNG KIÊN
Mĩ thuật: **TRẦN NGỌC TRƯỜNG**

CHỊU TRÁCH NHIỆM XUẤT BẢN

Chủ tịch Hội đồng Thành viên NXBGD Việt Nam:
NGUYỄN ĐỨC THÁI
Tổng Giám đốc NXBGD Việt Nam:
HOÀNG LÊ BÁCH
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NXBGD Việt Nam:
PHAN XUÂN THÀNH

TRONG SỐ NÀY

Dành cho các nhà toán học nhỏ 2
Một số cách giải cho bài toán trong kì thi IMO 2018
Nguyễn Văn Bản

Rừng cười 4
Bê gì?
Vua Tếu

Đo trí thông minh 5
Hình nào phù hợp?
Đỗ Thị Thúy Ngọc

Sai ở đâu? Sửa cho đúng 7
Lời giải đã hoàn hảo chưa?
Nguyễn Xuân Bình

Phá án cùng thám tử Sê Lốc Cốc 10
Ai là người đến từ vùng dịch Covid-19?
Trần Phương Nam

Compa vui... tính 15
Dựng trực tâm của tam giác
Đoàn Văn Trúc

Thách đấu 21
Trận đấu thứ một trăm bảy mươi
Nguyễn Văn Huyện

Giải toán thế nào? 22
Phương pháp đồng bậc trong chứng minh bất đẳng thức
Mai Văn Năm

Vào thăm Vườn Anh 28
Spring flowers
Nguyễn Thị Như Ý

Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ 29
Kì 33
Nguyễn Đức Tấn

Minh họa bìa 1: Nguyễn Thị Ngọc Thủy *(Công ty cổ phần Mĩ thuật và Truyền thông)*

MỘT SỐ CÁCH GIẢI CHO BÀI TOÁN TRONG KÌ THI IMO 2018

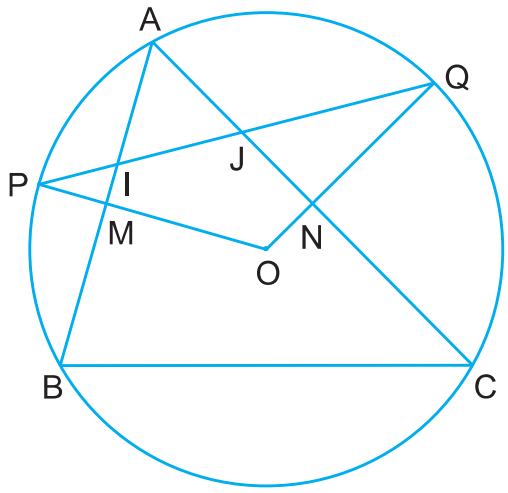
NGUYỄN VĂN BẢN
Trường THCS Thanh Yên, Điện Biên

Việc sử dụng kiến thức THCS để giải một số bài toán trong các kì thi Olympic toán quốc tế không phải là xa lạ với bạn đọc. Xin chia sẻ với các bạn lời giải bài toán 1 trong kì thi IMO 2018 tổ chức tại Romania.

Bài toán. Cho (O) là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Các điểm D và E lần lượt nằm trong các đoạn thẳng AB và AC sao cho AD = AE. Các đường trung trực của BD và CE cắt các cung nhỏ AB và AC của (O) tại các điểm F và G tương ứng. Chứng minh rằng các đường thẳng DE và FG song song.

Cách 1. Trước tiên ta xét hai bổ đề sau:

Bổ đề 1. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O). Đường trung trực của AB, AC cắt cung nhỏ AB, AC lần lượt tại P, Q. PQ cắt AB, AC lần lượt tại I, J. Khi đó tam giác AIJ cân tại A.

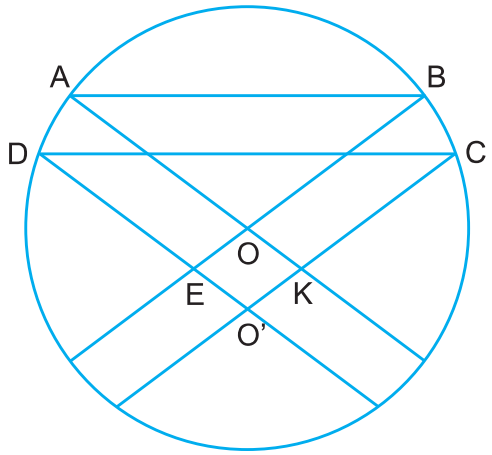


Chứng minh: Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, AC.

Tam giác OQP cân tại O nên

$\widehat{OPQ} = \widehat{OQP} \Rightarrow \widehat{PIM} = \widehat{QJN} \Rightarrow \widehat{AIJ} = \widehat{AJI}$.

Bổ đề 2. Cho các điểm như hình vẽ. Biết OA // O'D; OB // O'C. Khoảng cách từ OA, OB tương ứng tới O'D, O'C bằng nhau. Khi đó AB // CD.



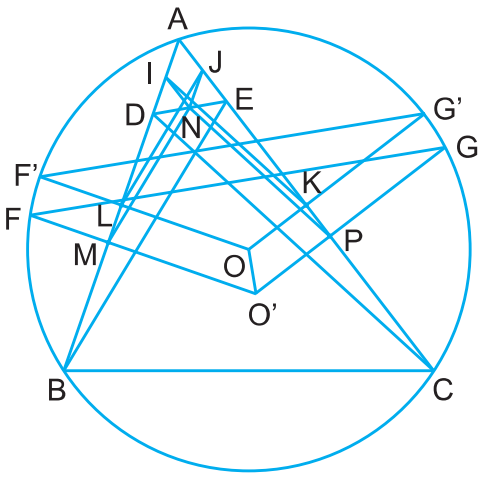
Chứng minh: Dễ thấy hai tam giác OAB và O'CD cân tại O và O'.

Tứ giác EOKO' là hình thoi nên OO' là phân giác của hai góc $\widehat{AOB}, \widehat{DO'C}$ hay OO' là trung trực của AB và CD.

Suy ra AB // CD.

Trở lại bài toán.

Gọi I, L, M, J, K, P, N lần lượt là trung điểm của AD, AB, BD, AE, AC, CE, DE. Gọi O' là giao điểm của FM và GP; OL, OK cắt cung nhỏ AB, AC lần lượt tại F', G'.



Ta có MN, LJ lần lượt là đường trung bình của các tam giác DBE và ABE.

Do đó MN // LJ // BE và $MN = LJ = \frac{1}{2}BE$.

Suy ra tứ giác MNJL là hình bình hành.

Từ đó ta có $ML = NJ = \frac{AD}{2}$.

Tương tự tứ giác PNIK là hình bình hành, ta cũng có

$PK = NI = \frac{AE}{2}$.

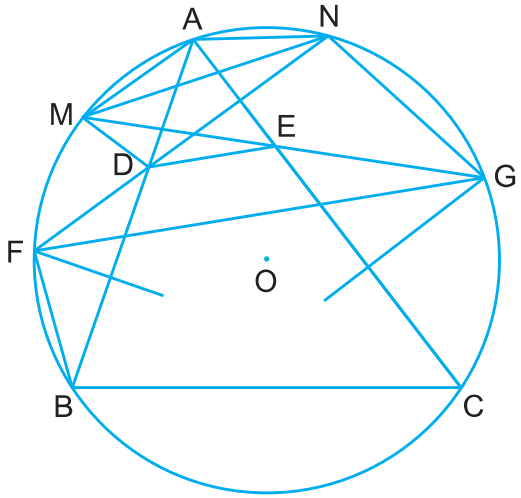
Mà AD = AE nên ML = PK.

Suy ra F'G' // FG (theo bổ đề 2).

Lại có OF' và OG' là trung trực của AB và AC nên theo bổ đề 1 thì F'G' // DE.

Từ đó suy ra DE song song hoặc trùng với FG.

Cách 2.



Gọi M, N lần lượt là giao điểm thứ hai của GE, FD với đường tròn (O).

Do F thuộc trung trực của BD nên ta có

$\overset{\frown}{ADN} = \overset{\frown}{FDB} = \overset{\frown}{FBD} = \overset{\frown}{AND} \Rightarrow AD = AN$.

Tương tự do G thuộc trung trực của CE nên

$\overset{\frown}{AEM} = \overset{\frown}{GEC} = \overset{\frown}{GCE} = \overset{\frown}{AME} \Rightarrow AE = AM$.

Mà AD = AE nên AM = AN = AD = AE.

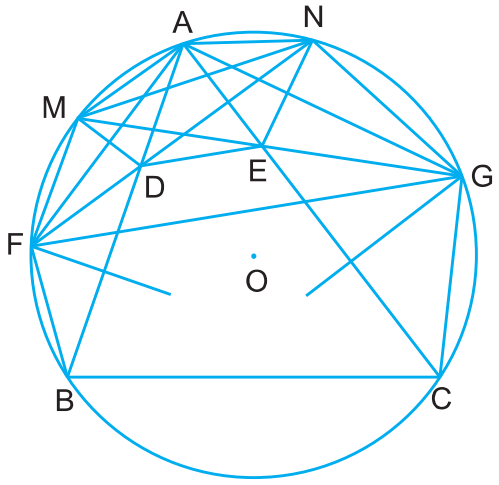
Do đó tứ giác MDEN nội tiếp đường tròn tâm A bán kính AD.

Suy ra $\overset{\frown}{MED} = \overset{\frown}{MND}$ (cùng chắn cung MD).

Mặt khác $\overset{\frown}{MND} = \overset{\frown}{MGF}$ (cùng chắn cung MF của đường tròn tâm O).

Từ đó ta có $\overset{\frown}{MED} = \overset{\frown}{MGF}$, mà hai góc này ở vị trí đồng vị nên ta suy ra DE song song với FG.

Cách 3.



Gọi M, N lần lượt là các điểm đối xứng của D, E qua AF và AG.

Ta có FM = FD = FB

và $\overset{\frown}{MAF} = \overset{\frown}{DAF}$; $\overset{\frown}{AMF} = \overset{\frown}{ADF}$.

Từ đó $\overset{\frown}{AMF} + \overset{\frown}{ABF} = \overset{\frown}{ADF} + \overset{\frown}{BDF} = 180^o$.

Suy ra tứ giác ABFM nội tiếp, khi đó M thuộc đường tròn (O).

Chứng minh tương tự ta cũng có N thuộc đường tròn (O).

Vì AM = AD = AE = AN nên tứ giác MDEN nội tiếp đường tròn tâm A.

Suy ra $\overset{\frown}{MND} = \overset{\frown}{MED}$ (cùng chắn cung MD);

$\overset{\frown}{AGM} = \overset{\frown}{AGN} = \overset{\frown}{AGE} \Rightarrow$ G, E, M thẳng hàng.

Từ đó ta có $\overset{\frown}{MED} = \overset{\frown}{MNF} = \overset{\frown}{MGF}$.

Suy ra DE song song với FG.

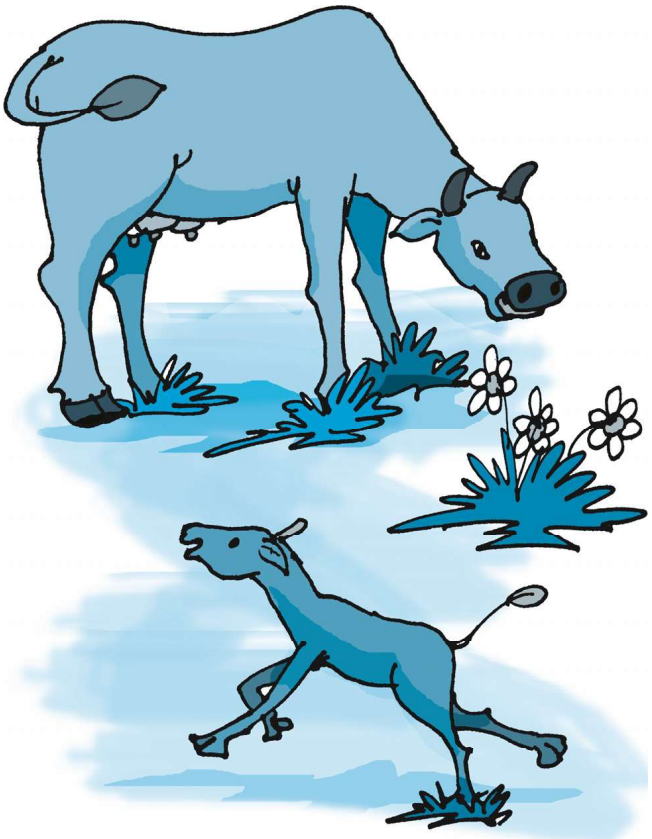
(Xem tiếp trang 6)

Rùng Cười

Kì này Bê gì?

Bê gì theo mẹ là bò?
Bê gì vỡ lở để cho người cười?
Bê gì tệ nạn ăn chơi?
Bê gì thơm phức để mời ai ăn?
Bê gì từ sắt, xi măng?
Bê gì mà Mỹ từng quăng bom nhiều?
Bê gì nhớ uống đúng liều?
Bê gì ăn hỏi là điều tất nhiên?
Bê gì bát đĩa để trên?
Bê gì mà đánh vần lên là bờ?
Thần dân của Toán Tuổi thơ
Giải nhanh, giải đúng sẽ chờ Trẫm khao!

VUA TẾU





Kết quả **(TTT2 số 203)**

Đi gì?

Đi thi đề khó loay hoay
Đi tàu trên biển dễ say vô cùng
Đi chơi nhìn ngắm ung dung
Đi ngủ báo thức là vùng dậy luôn
Đi viếng nét mặt thấy buồn
Đi đám cưới thấy chủ hôn tưng bừng
Đi xe đèn đỏ phải dừng
Đi chợ thực phẩm mua bưng về nhà
Đi đấu muốn thắng về ta
Đi giày/dép phải chọn đúng là một đôi
Đi máy bay, dưới mây trôi
Đi học vào lớp để ngồi lắng nghe
Đi bộ phải bước trên hè
Đi nắng/mưa nón mũ, ô che mái đầu.

HONG HA®

Nhận xét. Kì này Vua Tếu sẽ ban thưởng cho bốn thần dân có tên sau đây: *Trần Hữu Nhân*, 6A, THCS Bình Thịnh, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Đoàn Nguyên Vũ*, 6B, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, **Nam Định**; *Nguyễn Tiến Dũng*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Đinh Thu Giang*, 7A2, THCS Vĩnh Yên, Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**.

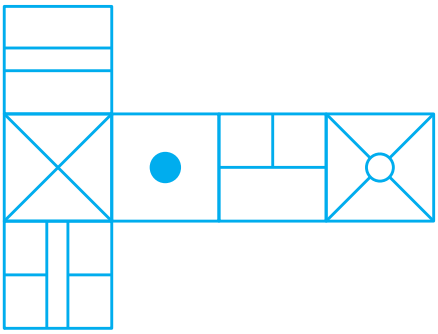
VUA TẾU



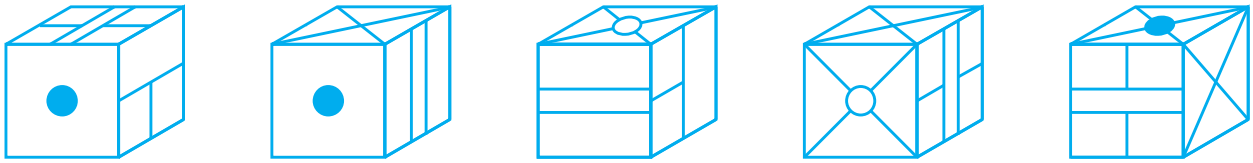
Kì này

HÌNH NÀO PHÙ HỢP?

Cho một tấm bìa như sau:



Gấp tấm bìa để tạo thành một khối lập phương thì thu được hình nào dưới đây?



(A) (B) (C) (D) (E)

ĐỖ THỊ THÚY NGỌC

Phòng Giáo dục Trung học, Sở GD&ĐT Ninh Bình

(Sưu tầm và giới thiệu)

Kết quả

THIẾU SỐ NÀO? (TTT2 số 203)

Quy luật. Trong mỗi tam giác lớn, lấy số ở giữa chia cho tổng của số ở đỉnh và số ở đáy bên trái thì được số ở đáy bên phải. Theo quy luật đó, ta có:

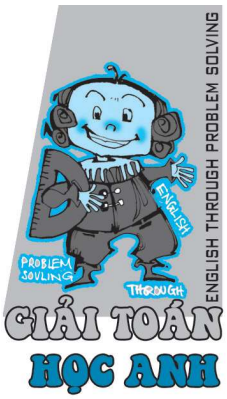
? = 75 : (8 + 7) = **5**. Vậy số còn thiếu là 5.

HONG HA

Nhận xét. Quy luật kì này tương đối dễ, tất cả các bạn đều tìm được kết quả đúng, nhiều bạn diễn đạt chưa thật chính xác. Xin trao thưởng cho các bạn nhỏ tuổi: *Nguyễn Tuấn Phong*, 6A, THCS Hàn Thuyên, Lương Tài, **Bắc Ninh**; *Đoàn Nguyên Vũ*, 6B, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, **Nam Định**; *Nguyễn Đăng Quang*, 6B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Võ Sỹ Quốc Anh*, 6/1, THCS Lê Văn Thiêm, TP. Hà Tĩnh; *Trần Hữu Nhân*, 6A, THCS Bình Thịnh, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

Các bạn sau được tuyên dương: *Bùi Kim Chúc*, 9A3, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**; *Trịnh Ngọc Khanh*, 7A2, THCS Mộc Lỵ, Mộc Châu, **Sơn La**; *Trần Trung Phúc*, 8A4, THCS Ngô Gia Tự, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Nguyễn Hoàng Long*, 7B, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Phạm Đình Thiên Bảo*, 8C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

NGUYỄN XUÂN BÌNH



Các bạn hãy giải bài toán sau bằng tiếng Anh và gửi về tòa soạn nhé! Năm bạn có bài giải tốt nhất sẽ được nhận quà.

Problem 12(206). Three boys agree to divide a jar of marbles as follows: The first boy takes one more than half the marbles. The second boy takes one third of the remaining marbles. The third boy takes the marbles still left out in the bag. Prove that the original number of marbles (found in the bag in the beginning) should have been two more than a multiple of 6.

TS. ĐỖ ĐỨC THÀNH

Trường liên cấp Tiểu học và THCS Ngôi Sao Hà Nội

Kết quả

Problem 10(203).

We have: $2^4 = 16$ which ends in 6,

$2^{2020} = (2^4)^{505}$. It is easily seen that two numbers ending in 6 when multiplied give another number ending in 6 as well.

Thus the last digit in 2^{2020} is 6.

Hence in $\frac{2^{2020}}{10^{2020}} = \left(\frac{1}{5}\right)^{2020}$, the last digit of the decimal representation will also be 6.

Nhận xét. Chúc mừng các bạn sau đã có lời giải tốt được thưởng kì này: *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Phạm Thanh Nga*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Trần Trung Phúc*, 8A4, THCS Ngô Gia Tự, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Trần Nam Hải*, 8A3, THCS Trần Đăng Ninh, TP. Nam Định, **Nam Định**.

ĐỖ ĐỨC THÀNH

MỘT SỐ CÁCH GIẢI...

(Tiếp theo trang 3)

Cách 4. Gọi I, J lần lượt là hai điểm thuộc cung nhỏ AG, AF sao cho IG = CG, JF = BF. Gọi H, K lần lượt là giao điểm của FG với AB, AC. Do JF = BF nên $\widehat{JAF} = \widehat{BAF}$.

Tứ giác ABFJ nội tiếp nên

$\widehat{AJF} = 180^o - \widehat{ABF} = 180^o - \widehat{BDF} = \widehat{ADF}$

Do đó $\widehat{JFA} = \widehat{DFA}$ mà JF = BF = DF

nên $\Delta AJF = \Delta ADF$ (c.g.c) $\Rightarrow$ AJ = AD.

Tương tự ta cũng có AI = AE hay AJ = AD = AE = AI.

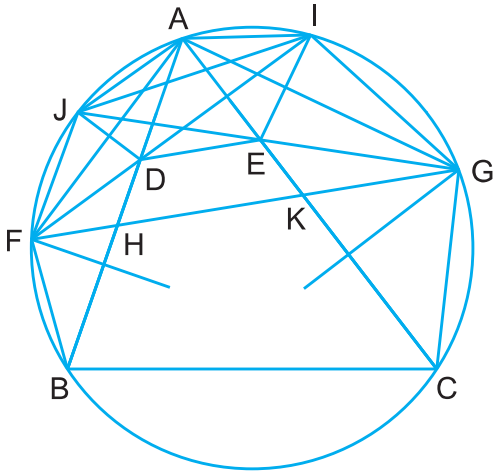
Suy ra $\widehat{AHK} = \frac{1}{2}(\text{sđ}\,\widehat{BF} + \text{sđ}\,\widehat{AG})$

$= \frac{1}{2}(\text{sđ}\,\widehat{BF} + \text{sđ}\,\widehat{AI} + \text{sđ}\,\widehat{IG})$

$= \frac{1}{2}(\text{sđ}\,\widehat{JF} + \text{sđ}\,\widehat{AJ} + \text{sđ}\,\widehat{CG})$

$= \frac{1}{2}(\text{sđ}\,\widehat{AF} + \text{sđ}\,\widehat{CG}) = \widehat{AKH}.$

Từ đó các tam giác ADE và AHK cân tại A nên DE song song với FG.



Nhận xét. Bài toán có phát biểu đẹp, nhẹ nhàng và thú vị. Các điểm tương đối rời rạc trong đề bài rõ ràng đòi hỏi phải dựng thêm các điểm phụ để kết nối giả thiết lại, vì thế nên cách tiếp cận rất phong phú và đa dạng.

- Nếu giả thiết đổi lại vị trí các điểm F, G trên cung lớn AB, AC thì kết quả vẫn đúng.
- Hai đường thẳng DE, FG trùng nhau khi D ≡ B với AB ≤ AC hoặc E ≡ C với AB ≥ AC.

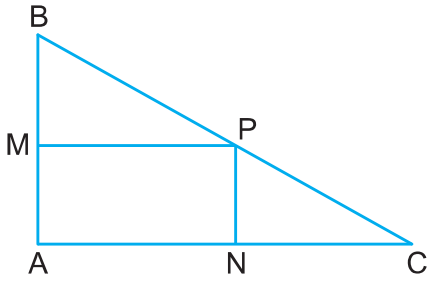


LỜI GIẢI ĐÃ HOÀN HẢO CHƯA?

NGUYỄN XUÂN BÌNH
Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam

Bài toán. Cô Mai có một miếng vải hình tam giác vuông, cô muốn cắt miếng vải này để được chiếc khăn tay hình chữ nhật. Em hãy giúp cô Mai cách cắt để được chiếc khăn tay có diện tích lớn nhất.

Một bạn đã có lời giải như sau:



Giả sử miếng vải là tam giác ABC vuông tại A. Ta cần dựng hình chữ nhật AMPN sao cho diện tích hình chữ nhật AMPN lớn nhất, tức là tìm vị trí của P trên BC để tích PM.PN lớn nhất.

Ta có $\frac{PM}{CA}=\frac{BP}{BC}, \frac{PN}{BA}=\frac{PC}{BC}$

$\Rightarrow \frac{PM}{CA}+\frac{PN}{BA}=\frac{BP}{BC}+\frac{PC}{BC}=\frac{BC}{BC}=1.$

Do đó $\frac{PM}{CA}.\frac{PN}{BA}$ lớn nhất khi và chỉ khi

$\frac{PM}{CA}=\frac{PN}{BA}\Leftrightarrow\frac{BP}{BC}=\frac{PC}{BC}\Leftrightarrow PB=PC.$

Vậy hình chữ nhật AMPN có diện tích lớn nhất khi và chỉ khi P là trung điểm của BC.

Theo các bạn, lời giải trên đã hoàn hảo chưa?

Kết quả **(TTT2 số 203)**

TỒN TẠI HAY KHÔNG TỒN TẠI?

Nhận xét: Cách suy luận của bạn đó là không đúng, vì đẳng thức không xảy ra ở giá trị này nhưng có thể xảy ra ở giá trị khác.

Lời giải đúng:

$$P=a^2+b^2+a+b+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$$

$$=1+\left(a+\frac{1}{2a}\right)+\left(b+\frac{1}{2b}\right)+\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$$

$$\geq 1+\sqrt{2}+\sqrt{2}+2+\frac{1}{2}.2\sqrt{\frac{1}{ab}}$$

$$\geq 3+2\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}}=3+3\sqrt{2}.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$a=\frac{1}{2a}, b=\frac{1}{2b}, \frac{a}{b}=\frac{b}{a}, a^2+b^2=1;$

$a>0; b>0.$

$\Leftrightarrow a=b=\frac{\sqrt{2}}{2}.$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $3+3\sqrt{2}$ tại $a=b=\frac{\sqrt{2}}{2}.$

Nhận xét. Đây là bài toán quen thuộc, đa số học sinh gặp sai lầm khi tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức đại số, khi chứng minh bất đẳng thức mà không chỉ ra được giá trị của các biến số để đẳng thức xảy ra, dẫn đến kết luận sai. Kì này có nhiều bạn tham gia giải bài đều chỉ ra được lỗi sai và có lời giải đúng. Các bạn sau có lời giải tốt, được thưởng kì này: *Nguyễn Trung Kiên*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Thị Chi Mai*, 8G, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Bùi Kim Chúc*, 9A3, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh; *Phùng Đăng Dương*, 9C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Trần Trung Phúc*, 8A4, THCS Ngô Gia Tự, Hồng Bàng, **Hải Phòng**.

VI MẠNH TƯỜNG



BALKAN MATHEMATICAL OLYMPIAD 2018-2019

VÕ QUỐC BÁ CẨN
Trường Archimedes Academy, Q. Cầu Giấy, Hà Nội
(Dịch và giới thiệu)

Junior Balkan Mathematical Olympiad (JBMO) là một kì thi truyền thống được tổ chức hằng năm ở các nước vùng Balkan, bắt đầu từ năm 1997 cho đến nay. Đối tượng tham dự của kì thi là các em học sinh dưới 16 tuổi.

Ban đầu chỉ có 10 nước thành viên thuộc vùng Balkan tham gia. Những năm gần đây, quy mô kì thi đã được mở rộng thành 17 nước với những đội khách mời đến từ các nước không thuộc vùng Balkan như Saudi Arabia, Philippines, Pháp, …

Cách thức tổ chức kì thi khá giống với kì thi Olympic Toán Quốc tế (IMO):

✻ Mỗi năm kì thi sẽ có một nước thành viên đăng cai tổ chức kì thi. Mỗi đội tham dự sẽ có 6 thí sinh.

✻ Các nước tham dự sẽ gửi đề đề nghị đến ban tổ chức. Học sinh nước đó không được biết đến đề đề nghị. Nếu có gian lận thì nước đó sẽ hủy kết quả và cấm thi các năm tiếp theo.

✻ Sẽ có một hội đồng giám khảo. Hội đồng xây dựng đề thi từ biểu quyết chung của trưởng đoàn các nước tham dự dựa trên các đề đề nghị gửi về.

✻ Các trưởng đoàn sẽ dịch đề thi ra tiếng nước mình (trưởng đoàn sẽ bị cách li khỏi học sinh trước kì thi). Học sinh làm bài bằng tiếng nước mình.

✻ Mỗi bài toán sẽ được làm trên giấy riêng và có tổ chấm riêng cho từng bài. Các bài thi sẽ được scan lại. Sau đó trưởng đoàn sẽ chấm bài cho học sinh nước mình rồi đối chiếu kết quả chấm trong tổ, cùng thống nhất để đi đến kết quả chung.

Điểm khác biệt của hai kì thi có lẽ chỉ ở chỗ: JBMO chỉ có một ngày thi với 4 bài toán (làm trong 4 giờ 30 phút), mỗi bài 10 điểm.

Đây là một kì thi với chất lượng chuyên môn rất cao. Trong số này, chúng tôi sẽ giới thiệu đề thi của hai năm gần đây đến với bạn đọc. Đáp án sẽ đăng vào các số tiếp theo.

JBMO 2018

Bài 1. Tìm tất cả các cặp số nguyên (m, n) thỏa mãn $m^5 - n^5 = 16mn$.

Bài 2. Cho n số tự nhiên có ba chữ số thỏa mãn:

✻ Mỗi số có tổng các chữ số bằng 9.

✻ Không có số nào chứa chữ số 0.

✻ Hai số bất kì trong n số có chữ số hàng đơn vị khác nhau.

✻ Hai số bất kì trong n số có chữ số hàng chục khác nhau.

✻ Hai số bất kì trong n số có chữ số hàng trăm khác nhau.

Tìm giá trị lớn nhất của n để tồn tại n số như vậy.

Bài 3. Cho số nguyên k lớn hơn 1 và số nguyên lẻ n lớn hơn 2018. Giả sử tồn tại các số hữu tỉ khác không $x_1, x_2, ..., x_n$ không đồng nhất bằng nhau và

$$x_1 + \frac{k}{x_2} = x_2 + \frac{k}{x_3} = \cdots = x_n + \frac{k}{x_1}.$$

a) Tính giá trị của $x_1x_2...x_n$ theo n và k.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của k để tồn tại các số hữu tỉ $x_1, x_2, ..., x_n$ thỏa mãn yêu cầu.

Bài 4. Cho tam giác ABC. Gọi A', B', C' lần lượt là các điểm đối xứng với các điểm A, B, C qua các cạnh BC, CA, AB. Gọi A_1 là giao điểm thứ hai của đường tròn ngoại tiếp tam giác ACC' và ABB'. Các điểm B_1, C_1 được xác định theo cách tương tự. Chứng minh rằng ba đường thẳng AA_1, BB_1 và CC_1 đồng quy.

JBMO 2019

Bài 1. Tìm tất cả các số nguyên tố p sao cho tồn tại ba số nguyên dương x, y, z thỏa mãn $x^p + y^p + z^p - x - y - z$ là tích của ba số nguyên tố phân biệt.

Bài 2. Cho hai số thực phân biệt a, b và số thực dương c thỏa mãn $a^4 - 2019a = b^4 - 2019b = c$. Chứng minh rằng $-\sqrt{c} < ab < 0$.

Bài 3. Cho tam giác ABC với AB < AC, trực tâm H. Đường trung trực của cạnh BC cắt các đường thẳng AB và AC theo thứ tự tại P, Q. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng BC và PQ. Chứng minh rằng giao điểm của hai đường thẳng HM và AN thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Bài 4. Cho bảng ô vuông kích thước 5×100 (bảng gồm 5 hàng và 100 cột). Người ta tô đen n ô vuông đơn vị của bảng sao cho mỗi ô vuông đơn vị của bảng có tối đa hai ô vuông kề với nó được tô đen (hai ô vuông được gọi là kề nhau nếu chúng có một cạnh chung). Tìm giá trị lớn nhất của n.



Kết quả (TTT2 số 203)

Món quà Tết kèm thử trí thông minh

Thám tử Sê Lốc Cốc sẽ nói với người bạn gái như sau: "Em hãy khóa thêm 1 ổ khóa nữa vào chiếc hộp này rồi gửi lại cho người bạn, đừng gửi chìa khóa nhé. Khi người bạn nhận được hộp quà chắc chắn sẽ mở ổ khóa do bạn ấy khóa, rồi gửi lại chiếc hộp này cho em. Tất nhiên món quà vẫn được giữ bí mật vì vẫn còn 1 ổ khóa của em mà. Đến khi em nhận được hộp quà chỉ việc mở ra rồi lấy quà, đơn giản phải không nào". Điểm bất ngờ và lí thú trong câu chuyện này chính ở chi tiết muốn mở 1 ổ khóa mà lại khóa thêm một ổ khóa nữa vào.



Nhận xét. Thật đáng tiếc là có không ít bạn đã "vội vàng" khẳng định ngay rằng cả chiếc hộp có gắn sẵn khóa chính là món quà. Món quà đó chỉ là đồ vật trang trí. Các bạn quên mất rằng trong câu chuyện có nhắc tới món quà trong hộp, và món quà đó đương nhiên là "bí mật", bởi vì người nhận chưa mở được hộp quà. Chỉ có 3 bạn sau đã "đọc" được suy nghĩ cũng như câu nói của thám tử Sê Lốc Cốc, rất xứng đáng nhận quà: *Nguyễn Thị Phương Thúy*, 6A6, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**; *Phan Minh Tâm*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Lê Phan Quỳnh Anh*, 6B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

Thám tử Sê Lốc Cốc



AI LÀ NGƯỜI ĐẾN TỪ VÙNG DỊCH COVID-19?



TRẦN PHƯƠNG NAM *(Sưu tầm và viết lại)*

Giữa những ngày cả nước đang chống dịch Covid-19 như chống giặc, tôi vẫn lo bài cho chuyên mục này nên nhắn tin qua messenger liên lạc với thám tử Sê Lốc Cốc:

- Thám tử đang ở đâu? Lại định "kiếm bài" cho bạn đọc Toán Tuổi thơ...

Ngay tức khắc, thám tử nhắn lại:

- Mình đang ở nơi rất an toàn! Quốc gia này chưa hề có dấu hiệu Covid-19 tràn sang. Nhưng lại có chuyện liên quan tới Covid-19 đấy!

Tôi thực sự sung sướng nhắn ngay:

- Chuyện này có liên quan tới phá án không?

Thám tử nhắn một "mặt cười" cùng dòng chữ:

- Biết là cậu đang "kiếm bài" cho chuyên mục nên chuyện không liên quan phá án thì tớ nhắc với bạn làm gì? Tối nay rảnh tay tớ sẽ gửi mail cho cậu.

Nhìn đồng hồ mới 4h00' PM, tức là phải chờ vài tiếng nữa. Tuy nhiên rất phấn khởi vì chuyện phá án từ Sê Lốc Cốc liên quan tới Covid-19 là điều thật bất ngờ...

Ăn cơm tối xong, tôi vội vã "check mail". Suýt mừng reo lên vì... đây rồi! Mọi khi còn phải nghe rồi gõ, nay xin "copy nguyên xi" để các bạn đọc nhé!

Chào Phương Nam!

Sáng nay, cú điện thoại đầu tiên gọi đến mình không phải từ cảnh sát mà từ Trung tâm Y tế của thành phố mình đang sống. Không hiểu vì sao họ có số máy của mình và cũng rất khó hiểu vì sao họ lại gọi đến mình. Sau vài câu chào hỏi, họ yêu cầu mình đến gấp để giúp họ. Chắc họ không muốn báo cảnh sát mà lại nhờ một thám tử tư như mình xử lí.

Đến nơi, một người đã đứng ngay ở cổng và hỏi luôn:

- Ngài Sê Lốc Cốc phải không?

Vừa dẫn mình vào cầu thang máy, người ấy vừa nói:

- Sếp tôi đang chờ ngài. Ngài thật là nhanh...

Đúng là tác phong của một thám tử!

Tất nhiên mình chỉ cười. Thang dừng ở tầng 17, mình theo người ấy đến một căn phòng.

Một phụ nữ đã đứng tuổi vội vã bước ra để kịp bắt tay mình ngay khi mình bước vào. Bà ta nói rất nhanh:

- Chào thám tử! Ngài đến thật kịp thời. Một chuyến bay đến sân bay thành phố có dừng chuyển tiếp tại một quốc gia đang có dịch Covid-19, bởi vậy tuy đất nước chúng tôi chưa hề có dấu hiệu dịch này xuất hiện nhưng vẫn phải cảnh giác. Trung tâm chúng tôi được lệnh phối hợp hải quan đo thân nhiệt của tất cả các hành khách và có 3 vị khách thân nhiệt hơi cao đã được đưa về khu cách li để xem xét. Bây giờ ngài có thể giúp chúng tôi xem xét 3 vị khách này được không?

Mình vừa bước lại chiếc ghế mà bà ta ra hiệu mời tôi ngồi vừa nói:

- Thế mà tôi lại nghĩ có một vụ án... Mà có thể đây cũng là một vụ án. Kết luận không có chuyện gì nghiêm trọng trong việc này cũng là một sự phá án, có phải không bà?

Bà ta vui vẻ:

- Cảnh giác là điều không bao giờ thừa. Thám tử uống nước rồi ta cùng đi luôn.

Mình uống nhanh cốc nước rồi đứng lên:

- Nào! Ta đi...

Xe của bà giám đốc Trung tâm lượn ra phía ngoại ô rồi đi theo con đường ôm lấy một ngọn đồi. Khi xe dừng lại ở một khu nhà, mình liếc nhìn đồng hồ, nghĩ: Xe đi mất 35 phút tức là nơi này cách Trung tâm Y tế khoảng 45 km.

Mình và bà giám đốc được nhân viên bảo vệ đưa vào một phòng khá rộng. Một chút sau đó có người đưa 3 người vào, chắc là 3 vị khách mà bà nói.

Bà nói với 3 vị khách:

- Mong các vị thông cảm vì sự bất tiện mà chúng tôi đã gây ra. Đương nhiên, chúng tôi sẽ nhanh chóng giải phóng ngay các vị khi đủ yên tâm, xoá hết sự nghi ngờ. Tất nhiên các vị đã báo chi tiết cho chúng tôi về hành trình. Nhưng có những điều chúng tôi chưa xác minh được thông tin từ các vị. Thám tử Sê Lốc Cốc sẽ giúp chúng tôi việc xác minh này.

Bà ta đưa mắt ý bảo mình thực hiện ngay việc cần làm.

Xin cảm ơn cậu về hộp khẩu trang y tế mà cậu đã tặng mình và may sao trong túi mình có mang theo 3 cái. Mình vừa lấy 3 cái đó ra đưa cho từng vị khách và nói:

- Chắc các vị đều biết... đây là khẩu trang y tế của Việt Nam mà một anh bạn tặng tôi. Mời các vị hãy đeo khẩu trang mà tôi đưa cho các vị.

Cả 3 vị khách nhìn khẩu trang một chút rồi đeo nhanh theo yêu cầu của mình.

Nhìn 3 vị đeo khẩu trang, mình bảo bà giám đốc:

- Tôi chỉ còn nghi có 1 vị mà thôi. Bà có thể "giải phóng" ngay 2 vị này.

Người mà tôi nghi ngờ nhìn tôi định nói gì đó nhưng sau lại im lặng.

Bà giám đốc ngạc nhiên:

- Làm sao mà thám tử kết luận nhanh thế?

Mình nói:

- Tôi sẽ giải thích cho bà sau.

Đoạn cuối câu chuyện, cậu không cần biết nữa. Cậu hãy đăng luôn nội dung thư này lên Tạp chí Toán Tuổi thơ để các bạn nhỏ thử tài nhé... À... nói thêm chút, người bị mình nghi đã đến bên cạnh mình, nói nhỏ:

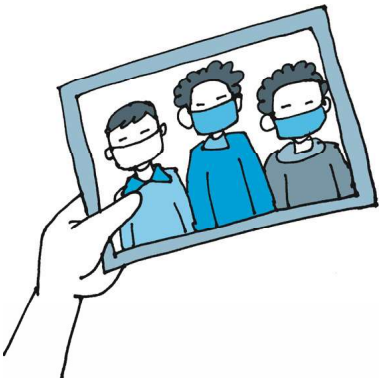
- Thám tử quá giỏi! Nhưng tôi nghĩ mình chưa hề bị lây nhiễm tuy có đến từ quốc gia đang có dịch. Cả nước tôi đều được phổ biến đầy đủ các công việc nhằm phòng chống dịch.

Mình cười, vỗ vai rồi bắt tay:

- Ngài chịu khó cách li 14 ngày nhé! Chúng ta gặp lại nhau sau.

Tôi đã làm theo lời của thám tử Sê Lốc Cốc. Tôi còn đưa cho Toà soạn Toán Tuổi thơ tấm ảnh chụp 3 vị khách đeo khẩu trang y tế mà thám tử đã gửi đính kèm với thư điện tử.

Nào! Ai là vị khách đến từ vùng dịch Covid-19?



NHỮNG YÊU CẦU CẦN ĐẠT Ở LỚP 8

MẠCH KIẾN THỨC "ĐẠI SỐ"

Biểu thức đại số

+ *Đa thức nhiều biến. Các phép toán cộng, trừ, nhân, chia các đa thức nhiều biến*

− Nhận biết được các khái niệm về đơn thức, đa thức nhiều biến.

− Tính được giá trị của đa thức khi biết giá trị của các biến.

− Thực hiện được việc thu gọn đơn thức, đa thức.

− Thực hiện được phép nhân đơn thức với đa thức và phép chia hết một đơn thức cho một đơn thức.

− Thực hiện được các phép tính: phép cộng, phép trừ, phép nhân các đa thức nhiều biến trong những trường hợp đơn giản.

− Thực hiện được phép chia hết một đa thức cho một đơn thức trong những trường hợp đơn giản.

+ *Hằng đẳng thức đáng nhớ*

− Nhận biết được các khái niệm: đồng nhất thức, hằng đẳng thức.

− Mô tả được các hằng đẳng thức: bình phương của tổng và hiệu; hiệu hai bình phương; lập phương của tổng và hiệu; tổng và hiệu hai lập phương.

− Vận dụng được các hằng đẳng thức để phân tích đa thức thành nhân tử ở dạng: vận dụng trực tiếp hằng đẳng thức; vận dụng hằng đẳng thức thông qua nhóm hạng tử và đặt nhân tử chung.

+ *Phân thức đại số. Tính chất cơ bản của phân thức đại số. Các phép toán cộng, trừ, nhân, chia các phân thức đại số*

− Nhận biết được các khái niệm cơ bản về phân thức đại số: định nghĩa; điều kiện xác định; giá trị của phân thức đại số; hai phân thức bằng nhau.

− Mô tả được những tính chất cơ bản của phân thức đại số.

− Thực hiện được các phép tính: phép cộng, phép trừ, phép nhân, phép chia đối với hai phân thức đại số.

− Vận dụng được các tính chất giao hoán, kết hợp, phân phối của phép nhân đối với phép cộng, quy tắc dấu ngoặc với phân thức đại số trong tính toán.

Hàm số và đồ thị

+ *Hàm số và đồ thị*

− Nhận biết được những mô hình thực tế dẫn đến khái niệm hàm số.

− Tính được giá trị của hàm số khi hàm số đó xác định bởi công thức.

− Xác định được toạ độ của một điểm trên mặt phẳng toạ độ; xác định được một điểm trên mặt phẳng toạ độ khi biết toạ độ của nó.

− Nhận biết được đồ thị hàm số.

+ *Hàm số bậc nhất $y = ax + b$ (a khác 0) và đồ thị. Hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b$ (a khác 0).*

− Thiết lập được bảng giá trị của hàm số bậc nhất $y = ax + b$ (a khác 0).

− Vẽ được đồ thị của hàm số bậc nhất $y = ax + b$ (a khác 0).

− Nhận biết được khái niệm hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b$ (a khác 0).

− Sử dụng được hệ số góc của đường thẳng để nhận biết và giải thích được sự cắt nhau hoặc song song của hai đường thẳng cho trước.

− Vận dụng được hàm số bậc nhất và đồ thị vào giải quyết một số bài toán thực tiễn (ví dụ: bài toán về chuyển động đều trong Vật lí,...).

Phương trình

+ *Phương trình bậc nhất*

− Hiểu được khái niệm phương trình bậc nhất một ẩn và cách giải.

− Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với phương trình bậc nhất (ví dụ: các bài toán liên quan đến chuyển động trong Vật lí, các bài toán liên quan đến Hoá học,...).

MẠCH KIẾN THỨC "HÌNH HỌC VÀ ĐO LƯỜNG"

Hình học trực quan

Các hình khối trong thực tiễn

+ *Hình chóp tam giác đều, hình chóp tứ giác đều*

− Mô tả (đỉnh, mặt đáy, mặt bên, cạnh bên), tạo lập được hình chóp tam giác đều và hình chóp tứ giác đều.

− Tính được diện tích xung quanh, thể tích của một hình chóp tam giác đều và hình chóp tứ giác đều.

− Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với việc tính thể tích, diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều và hình chóp tứ giác đều (ví dụ: tính thể tích hoặc diện tích xung quanh của một số đồ vật quen thuộc có dạng hình chóp tam giác đều và hình chóp tứ giác đều,...).

Hình học phẳng

Định lí Pythagoras

+ *Định lí Pythagoras*

− Giải thích được định lí Pythagoras.

− Tính được độ dài cạnh trong tam giác vuông bằng cách sử dụng định lí Pythagoras.

− Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với việc vận dụng định lí Pythagoras (ví dụ: Tính khoảng cách giữa hai vị trí).

Tứ giác

+ *Tứ giác*

− Mô tả được tứ giác, tứ giác lồi.

− Giải thích được định lí về tổng các góc trong một tứ giác lồi bằng 360°.

+ *Tính chất và dấu hiệu nhận biết các tứ giác đặc biệt*

− Giải thích được tính chất về góc kề một đáy, cạnh bên, đường chéo của hình thang cân.

− Nhận biết được dấu hiệu để một hình thang là hình thang cân (ví dụ: Hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân).

− Giải thích được tính chất về cạnh đối, góc đối, đường chéo của hình bình hành.

− Nhận biết được dấu hiệu để một tứ giác là hình bình hành (ví dụ: Tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường là hình bình hành).

− Giải thích được tính chất về hai đường chéo của hình chữ nhật.

− Nhận biết được dấu hiệu để một hình bình hành là hình chữ nhật (ví dụ: Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật).

− Giải thích được tính chất về đường chéo của hình thoi.

− Nhận biết được dấu hiệu để một hình bình hành là hình thoi (ví dụ: Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình thoi).

− Giải thích được tính chất về hai đường chéo của hình vuông.

− Nhận biết được dấu hiệu để một hình chữ nhật là hình vuông (ví dụ: Hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình vuông).

Định lí Thales trong tam giác

+ *Định lí Thales trong tam giác*

− Giải thích được định lí Thales trong tam giác (định lí thuận và đảo).

− Mô tả được định nghĩa đường trung bình của tam giác. Giải thích được tính chất đường trung bình của tam giác.

− Giải thích được tính chất đường phân giác trong của tam giác.

− Tính được độ dài đoạn thẳng bằng cách sử dụng định lí Thales.

− Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với việc vận dụng định lí Thales (ví dụ: Tính khoảng cách giữa hai vị trí).

Hình đồng dạng

+ *Tam giác đồng dạng*

− Mô tả được định nghĩa của hai tam giác đồng dạng.

− Giải thích được các trường hợp đồng dạng của hai tam giác, của hai tam giác vuông.

− Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với việc vận dụng kiến thức về hai tam giác đồng dạng (ví dụ: tính độ dài đường cao hạ xuống cạnh huyền trong tam giác vuông bằng cách sử dụng mối quan hệ giữa đường cao đó với tích của hai hình chiếu của hai cạnh góc vuông lên cạnh huyền; đo gián tiếp chiều cao của vật; tính khoảng cách giữa hai vị trí trong đó có một vị trí không thể tới được,...).

+ *Hình đồng dạng*

− Nhận biết được hình đồng dạng phối cảnh (hình vị tự), hình đồng dạng qua các hình ảnh cụ thể.

− Nhận biết được vẻ đẹp trong tự nhiên, nghệ thuật, kiến trúc, công nghệ chế tạo,... biểu hiện qua hình đồng dạng.

Thực hành trong phòng máy tính với phần mềm toán học (nếu nhà trường có điều kiện thực hiện)

− Sử dụng phần mềm để hỗ trợ việc học các kiến thức hình học.

− Thực hành sử dụng phần mềm để vẽ hình và thiết kế đồ hoạ liên quan đến hình đồng dạng.

TTT *(Tổng hợp)*

Nguồn: Bộ Giáo dục và Đào tạo

Chữ & Chữ số

Kì này KÌ 49

Bạn hãy thay các chữ cái khác nhau bởi các chữ số khác nhau sao cho

$$\overline{\text{PHONG}}+\overline{\text{CHONG}}=\overline{\text{CORONA}}$$

LÊ ANH TUẤN *(Quỳnh Đôi, Quỳnh Lưu, Nghệ An)*

Kết quả KÌ 47 (TTT2 số 203)

Ta có $10 \le \overline{\text{TY}} \le 99$.

Suy ra $1921 \le \overline{\text{CANH}} = 2020 - \overline{\text{TY}} \le 2010$.

Vì $\overline{\text{CANH}}$ là số chính phương mà

$43^2 = 1849 < 1921 < 1936$

$= 44^2 < 2010 < 2025 = 45^2$ nên

$\overline{\text{CANH}} = 1936 = 44^2$.

Suy ra $\overline{\text{TY}} = 2020 - \overline{\text{CANH}}$

$= 2020 - 1936 = 84$.

Vậy $\overline{\text{CANH}} + \overline{\text{TY}}$

$= 1936 + 84 = 44^2 + 84 = 2020$.

HONG HA

Nhận xét. Đề ra kì này không khó nên có nhiều bạn giải đúng. Các bạn sau đây có lời giải đúng và trình bày sạch đẹp được thưởng kì này: *Đỗ Thành Nam*, 6A, THCS Lập Thạch, Lập Thạch, **Vĩnh Phúc**; *Trần Hữu Nhân*, 6A, THCS Bình Thịnh, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Minh Trí*, 6A4, THCS Ngô Sĩ Liên, Q. Hoàn Kiếm, **Hà Nội**; *Nguyễn Đăng Quang*, 6B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Lương Hà Phúc*, 6A5, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**.

Các bạn sau có lời giải tốt được khen: *Trần Đình An*, *Lê Phan Quỳnh Anh*, *Đoàn Hiển Đan*, 6B, *Đoàn Minh Đức*, 7A, *Phạm Đình Thiên Bảo*, 8C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ; *Võ Sỹ Quốc Anh*, 6/1, THCS Lê Văn Thiêm, TP. Hà Tĩnh; *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**; *Bùi Kim Chúc*, *Vũ Đình Hoàng*, 9A3, *Nguyễn Sơn Hải*, 7A4, *Nguyễn Phúc Hưng*, 7A1, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh; *Hoàng Minh Vũ*, 7D, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì; *Nguyễn Duy Anh*, *Quản Tiến Anh*, *Nguyễn Tiến Dũng*, *Dương Nguyên Khánh*, *Đỗ Ngọc Tiến*, 7A3, *Phạm Trí Dũng*, 7A2, *Phạm Nghĩa Hiệp*, 6A3, *Nguyễn Phạm Thanh Nga*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Huy Hoàng Sơn*, 6A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Bạch Thái Sơn*, 7A1, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên; *Nguyễn Hồng Nam*, 7A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Sỹ Bách*, *Nguyễn Kim Mạnh*, 7D, *Lê Khắc Hưng*, 7A, *Phạm Viết Thịnh*, 8C, *Nguyễn Hải Triều*, *Lê Anh Tuấn*, 6B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Phan Thùy Trâm*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành; *Đậu Phương Anh*, 6D, *Phan Hữu Cường*, *Phan Quang Triết*, 7B, *Lê Hữu Uy*, 6B, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Đồng Đức Mạnh*, 8A3, THCS Trần Đăng Ninh, TP. Nam Định, **Nam Định**; *Nguyễn Trung Kiên*, *Nguyễn Hữu Niêm*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Hoàng Long*, 7B, *Lê Phú Quang*, 7D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Trần Trung Phúc*, 8A4, THCS Ngô Gia Tự, Hồng Bàng, **Hải Phòng**.

TTT





Kì này DỰNG TRỰC TÂM CỦA TAM GIÁC

Bài toán. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R. Chỉ dùng compa, hãy dựng trực tâm của tam giác ABC.

ĐOÀN VĂN TRÚC

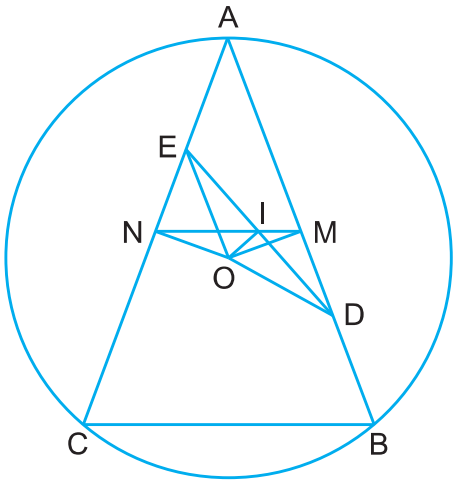
Trường THCS Nguyễn Trãi, Mộ Đức, Quảng Ngãi

Kết quả **(TTT2 số 203)**

TRUNG ĐIỂM VÀ TRUNG TRỰC

Lời giải. Cả hai bạn đều nói đúng.

Ta sẽ chứng minh trung trực của DE luôn đi qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và trung điểm I của DE luôn nằm trên đường trung bình MN của tam giác ABC (xem hình vẽ).



Thật vậy, gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC.

Do AD + AE = AB nên ta có

$$NE = MD = \frac{AB}{2} - AE.$$

Xét ΔONE và ΔOMD có ON = OM,

$\widehat{ONE} = \widehat{OMD} = 90^o$, NE = MD.

Suy ra ΔONE = ΔOMD (c.g.c).

Do đó OE = OD và $\widehat{EON} = \widehat{DOM}$.

Mặt khác, gọi I là trung điểm của DE.

Ta có $\widehat{OIE} = \widehat{ONE} = 90^o$.

Suy ra tứ giác OIEN nội tiếp đường tròn đường kính OE nên $\widehat{EIN} = \widehat{EON}$ (cùng chắn cung NE).

Tương tự, tứ giác OIMD nội tiếp đường tròn đường kính OD nên $\widehat{DIM} = \widehat{DOM}$ (cùng chắn cung MD).

Mà $\widehat{EON} = \widehat{DOM} \Rightarrow \widehat{EIN} = \widehat{DIM}$.

Suy ra I, M, N thẳng hàng.

Vậy trung điểm I của DE luôn di chuyển trên MN cố định .

Lại có, tứ giác OIEN và tứ giác OIMD nội tiếp nên $\widehat{IOE} = \widehat{INE} = \widehat{ACB}$,

$\widehat{IOD} = \widehat{IMA} = \widehat{ABC}$.

Suy ra $\widehat{EAD} + \widehat{EOD} = \widehat{EAD} + \widehat{IOE} + \widehat{IOD}$

$= \widehat{BAC} + \widehat{ACB} + \widehat{ABC} = 180^o$.

Do đó tứ giác AEOD nội tiếp.

Vậy đường trung trực của DE đi qua điểm O cố định và O thuộc đường tròn đi qua ba điểm A, D, E.

HONG HA

Nhận xét. Các bạn sau đây có lời giải đúng được thưởng kì này: *Trần Minh Hoàng,* 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Phạm Thanh Nga,* 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Ngô Thị An Bình*, 8E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Nguyễn Trung Kiên,* 8A1, *Lê Đăng Quang,* 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**.

VŨ ĐÌNH HÒA

Kết quả

Giải toán qua thư



Bài 1(203). Có bao nhiêu số tự nhiên là bội của 3, chỉ viết bởi các chữ số 0, 1, 2 và số đó có không quá 6 chữ số?

Lời giải. (Theo lời giải của bạn *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**).

Các số lập được có dạng $\overline{abcdef}$ với a, b, c, d, e, f $\in$ {0; 1; 2} và (a + b + c + d + e + f) $\vdots$ 3.

Ta thấy các chữ số a, b, c, d có 3 cách chọn. Với mỗi cách chọn chữ số e thì có 1 cách chọn chữ số f.

✻ f = 0 nếu a + b + c + d + e $\equiv$ 0 (mod 3).

✻ f = 1 nếu a + b + c + d + e $\equiv$ 2 (mod 3).

✻ f = 2 nếu a + b + c + d + e $\equiv$ 1 (mod 3).

Do đó lập được tất cả số các số thỏa mãn đề bài là $3^5.1 = 243$ số.

Có thể diễn đạt ngắn gọn cách giải trên như sau: Ta có thể thêm vào những chữ số đầu tiên chữ số 0 sao cho số tự nhiên của ta có đủ 6 chữ số. Nếu năm chữ số đầu tiên của số được xác định thì chữ số cuối cùng hàng đơn vị của nó luôn được xác định duy nhất để thu được số là bội của 3. Số đó là 3 – x nếu x khác 0 hoặc là 0 nếu x = 0, trong đó x là số dư trong phép chia của tổng năm chữ số đầu tiên này cho 3.

Vậy số các số cần tìm là $3^5 = 243$ số.

Nhận xét. Đây là một bài toán hay và kiến thức cơ bản, tuy nhiên có ít bạn tham gia giải bài. Ngoài bạn *Trần Minh Hoàng*, các bạn sau cũng có lời giải tốt: *Phạm Đăng Việt Bách*, 6C4, THCS Archimedes Academy, Q. Cầu Giấy; *Nguyễn Minh Trí*, 6A4, THCS Ngô Sĩ Liên, Q. Hoàn Kiếm, **Hà Nội**.

CAO VĂN DŨNG

Bài 2(203). Chứng minh rằng trong 1999 số tự nhiên liên tiếp có ít nhất một số mà tổng các chữ số của nó chia hết cho 27.

Lời giải. Giả sử 1999 số tự nhiên liên tiếp là n; n + 1; n + 2; …; n + 1998.

Xét 1000 số tự nhiên đầu tiên của dãy n; n + 1; n + 2; …; n + 999. Trong 1000 số này phải có một số chia hết cho 1000, gọi số đó là m (m $\le$ n + 999).

Khi đó m = $\overline{A000}$ (A là số tự nhiên).

Kí hiệu S(m) là tổng các chữ số của số m.

Đặt S(m) = t. Xét dãy 27 số tự nhiên sau

$\overline{A001}, \overline{A002}, ..., \overline{A009}$

$\overline{A091}, \overline{A092}, ..., \overline{A099}$

$\overline{A991}, \overline{A992}, ..., \overline{A999}.$

Ta có $\overline{A999} \le n + 999 + 999 = n + 1998$ nên 27 số tự nhiên trên đều thuộc dãy số đã cho.

Lại có tổng các chữ số của 27 số tự nhiên này lần lượt là t + 1; t + 2; ...; t + 9; t +10; t + 11; ...; t + 18; t + 19; t + 20; ...; t + 27.

Trong 27 số tự nhiên liên tiếp này phải có 1 số chia hết cho 27. Nghĩa là trong 1999 số tự nhiên đã cho có ít nhất 1 số mà tổng các chữ số của nó chia hết cho 27.

Nhận xét. Đây là một bài toán khó và hay trong chương trình số học lớp 6 nên không nhiều bạn giải được bài này. Để làm đúng bài toán này phải có lập luận rất chặt chẽ logic. Xin được khen tặng một số bạn sau làm tốt hơn và khá hoàn chỉnh: *Nguyễn Anh Thư,* 7A1, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Đỗ Ngọc Tiến*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Trần Minh*

Hoàng, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**.

PHÙNG KIM DUNG

Bài 3(203). Ba bạn Toán, Tuổi, Thơ phải hoàn thành một công việc. Để hoàn thành công việc này, nếu Toán làm một mình, số ngày cần thiết sẽ nhiều gấp a lần khi Tuổi và Thơ làm chung. Tương tự, nếu Tuổi làm một mình, số ngày cần thiết sẽ nhiều gấp b lần khi Toán và Thơ làm chung, nếu Thơ làm một mình, số ngày cần thiết sẽ nhiều gấp c lần khi Toán và Tuổi làm chung. Tính $T=\frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+1}+\frac{1}{c+1}$.

Lời giải. Gọi x, y, z tương ứng là số phần công việc mà Toán, Tuổi, Thơ làm được trong một giờ (x, y, z là các số hữu tỉ dương).

Theo giả thiết ta có $y+z=ax$, $z+x=by$, $x+y=cz$. Suy ra

$$a+1=\frac{y+z}{x}+1=\frac{x+y+z}{x}\Rightarrow\frac{1}{a+1}=\frac{x}{x+y+z}.$$

Tương tự $\frac{1}{b+1}=\frac{y}{x+y+z}$, $\frac{1}{c+1}=\frac{z}{x+y+z}$.

Do đó

$$T=\frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+1}+\frac{1}{c+1}=\frac{x+y+z}{x+y+z}=1.$$

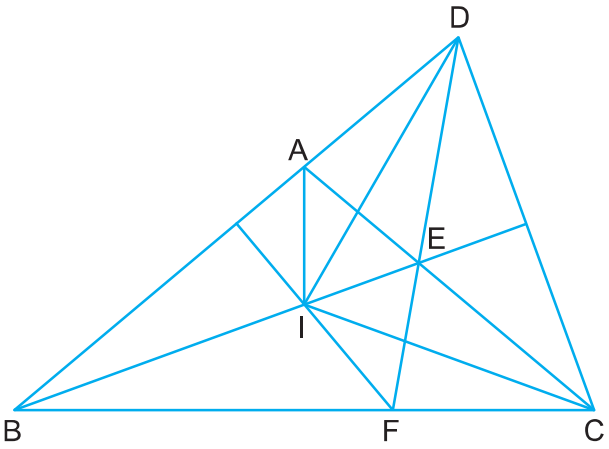
Nhận xét. Đây là bài toán suy luận đơn giản. Các bạn sau có lời giải đúng: *Bạch Thái Sơn*, 7A1, THCS Vĩnh Yên, Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Sĩ Bách*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Nguyễn Gia Bảo*, *Phan Hữu Cường*, *Phan Quang Triết*, 7B, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Anh Thư*, 7A1, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**.

NGUYỄN MINH ĐỨC

Bài 4(203). Cho tam giác ABC cân tại A có $\widehat{A}=100^o$ và I là giao điểm các đường phân giác trong của tam giác ABC. Trên tia BA lấy điểm D sao cho BD = BC. Đường thẳng BI cắt AC tại E, DE cắt BC tại F. Chứng minh IF vuông góc với AB.

Lời giải. Từ giả thiết tam giác ABC cân tại A và $\widehat{A}=100^o$ suy ra

$$\widehat{ABC}=\widehat{ACB}=\frac{180^o-\widehat{A}}{2}=\frac{180^o-100^o}{2}=40^o.$$



Vì BD = BC, nên tam giác BCD cân tại B suy ra $\widehat{BCD}=\widehat{BDC}=\frac{180^o-\widehat{ABC}}{2}$

$$=\frac{180^o-40^o}{2}=70^o.$$

Theo giả thiết BE là phân giác của tam giác BCD cân tại B nên EC = ED. Suy ra

$$\widehat{EDC}=\widehat{ECD}=\widehat{BCD}-\widehat{ACB}=70^o-40^o=30^o.$$

Do đó

$$\widehat{BDF}=\widehat{BDC}-\widehat{EDC}=70^o-30^o=40^o.$$

Từ đó ta có tam giác BFD cân tại F hay FB = FD, mà IB = IC = ID.

Suy ra FI là đường trung trực của BD, hay FI vuông góc với AB.

Nhận xét. Tất cả các lời giải gửi về tòa soạn đều đúng. Những bạn sau có lời giải đầy đủ và gọn hơn cả: *Bạch Thái Sơn*, 7A1, THCS Vĩnh Yên, Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Anh Dũng*, *Đỗ Ngọc Tiến*, *Quản Tiến Anh*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Lê Phú Quang*, 7D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Lê Văn Hải Phú*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Phan*

Hữu Cường, *Nguyễn Gia Bảo*, 7B, *Hoàng Anh Dũng*, 7G, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Phùng Khánh Linh*, 7A1, THCS Nghi Hương, TX. Cửa Lò, **Nghệ An**; *Võ Thị Phương Linh*, 7/2, THCS Lê Văn Thiêm, TP. Hà Tĩnh, **Hà Tĩnh**.

HỒ QUANG VINH

Bài 5(203). Tìm số M lớn nhất sao cho ta có bất đẳng thức $x^2 \ge M.[x].\{x\}$ thỏa mãn với mọi số thực x (trong đó $[x], \{x\}$ tương ứng là kí hiệu phần nguyên và phần thập phân của x).

Lời giải. Sử dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có $x^2 = ([x] + \{x\})^2 \ge 4[x]\{x\}$.

Suy ra bất đẳng thức đã cho đúng với mọi x khi M = 4. (1)

Ta sẽ chứng minh bất đẳng thức không thể đúng khi M > 4.

Thật vậy, giả sử tồn tại $M_o > 4$ sao cho bất đẳng thức $x^2 \ge M_o \cdot [x] \cdot \{x\}$ đúng với mọi số thực x.

Đặt $M_o = 4 + a$ với a > 0, bất đẳng thức trên có thể được viết lại thành

$$x^2 \ge (4+a)\cdot[x]\cdot\{x\}$$

$$\Leftrightarrow ([x]+\{x\})^2 \ge (4+a)\cdot[x]\cdot\{x\}$$

$$\Leftrightarrow ([x]+\{x\})^2 - 4\cdot[x]\cdot\{x\} \ge a\cdot[x]\cdot\{x\}$$

$$\Leftrightarrow ([x]-\{x\})^2 \ge a\cdot[x]\cdot\{x\}.$$

Chọn số thực x sao cho [x] = 1 và $\{x\} = \dfrac{1}{\sqrt{a}+1}$ (số x như thế tồn tại vì $0 < \dfrac{1}{\sqrt{a}+1} < 1$).

Bất đẳng thức trên trở thành

$$\left(1-\frac{1}{\sqrt{a}+1}\right)^2 \ge a.1.\frac{1}{\sqrt{a}+1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{(\sqrt{a}+1)^2} \ge \frac{a}{\sqrt{a}+1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{a}+1} \ge 1 \text{ (vô lí).}$$

Do đó, bất đẳng thức đã cho không thể thỏa mãn với mọi x nếu M > 4. (2)

Từ (1) và (2), ta suy ra hằng số lớn nhất thỏa mãn yêu cầu đề bài là M = 4.

Nhận xét. Một số bạn chọn x = 1 + a với 0 < a < 1 rồi viết bất đẳng thức dưới dạng $a^2 - (M-2)a + 1 \ge 0, \forall 0 < a < 1$.

Sau đó suy ra biệt thức Δ của đa thức bậc hai ở vế trái không dương. Từ đó suy ra M ≤ 4. Tiếc rằng, lí luận này chưa chặt chẽ. Có vẻ như các bạn muốn sử dụng định lí: *Điều kiện cần và đủ để đa thức* $f(x) = ax^2 + bx + c \ (a \ne 0)$ *nhận giá trị không âm với mọi số thực x là* $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \le 0. \end{cases}$

Tuy nhiên, trong trường hợp của bài toán này, biến a bị chặn nên khẳng định của định lí trên chưa chắc đã còn đúng.

Do vậy, để lời giải được chặt chẽ, chúng ta cần bổ sung một số lí giải cho rõ ràng hơn.

Một số bạn khác mắc lỗi sai cơ bản khi viết bất đẳng thức dưới dạng $(A(x))^2 \ge M.B(x)$ rồi khẳng định để bất đẳng thức đúng với mọi x thì phải có $M.B(x) \le 0$.

Bài này có ít bạn giải đúng. Các bạn sau có lời giải tốt: *Dương Hồng Sơn*, 9C1, THCS Archimedes Academy, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**; *Ngô Thị An Bình*, 8E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

VÕ QUỐC BÁ CẨN

Bài 6(203). Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 - 7x + \sqrt{x-2} = y + 4 \\ y^3 - 7y + \sqrt{y-2} = z + 4 \\ z^3 - 7z + \sqrt{z-2} = x + 4. \end{cases}$$

Lời giải. ĐKXĐ x ≥ 2; y ≥ 2; z ≥ 2.

Không mất tổng quát giả sử x = max{x, y, z}.

✻ Nếu x ≥ y ≥ z thì x + 4 ≥ y + 4.

Từ đó suy ra

$$z^3 - 7z + \sqrt{z-2} \ge x^3 - 7x + \sqrt{x-2}$$

$\Leftrightarrow z^3 - x^3 + 7x - 7z + \sqrt{z-2} - \sqrt{x-2} \ge 0$

$\Leftrightarrow (z-x)(z^2 + xz + x^2 - 7) + \dfrac{z-x}{\sqrt{z-2} + \sqrt{x-2}} \ge 0$

$\Leftrightarrow (z-x)\left(z^2 + xz + x^2 - 7 + \dfrac{1}{\sqrt{z-2} + \sqrt{x-2}}\right) \ge 0.$ (1)

Vì $x \ge 2$; $z \ge 2$ nên

$$z^2 + xz + x^2 - 7 + \frac{1}{\sqrt{z-2} + \sqrt{x-2}} > 0.$$

Do đó từ (1) ta có $x = z$. Suy ra $x = y = z$.

✻ Nếu $x \ge z \ge y$, chứng minh tương tự ta được $x = y = z$.

Vậy ta luôn có $x = y = z$.

Thay vào phương trình thứ nhất của hệ ta được

$x^3 - 7x + \sqrt{x-2} = x + 4$

$\Leftrightarrow x^3 - 9x + x - 3 + \sqrt{x-2} - 1 = 0$

$\Leftrightarrow x(x^2 - 9) + (x-3) + \dfrac{x-3}{\sqrt{x-2} + 1} = 0$

$\Leftrightarrow (x-3)\left(x^2 + 3x + 1 + \dfrac{1}{\sqrt{x-2} + 1}\right) = 0$

$\Leftrightarrow x = 3$

(Vì $x \ge 2$ nên $x^2 + 3x + 1 + \dfrac{1}{\sqrt{x-2} + 1} > 0$).

Suy ra $x = y = z = 3$. Thử lại thỏa mãn.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y; z) = (3; 3; 3)$.

Nhận xét. Có nhiều bạn tham gia giải bài, một số bạn chỉ xét không mất tổng quát giả sử $x \ge y \ge z$ dẫn đến lời giải chưa đầy đủ. Các bạn sau có lời giải tốt: *Lê Đăng Quang*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Tuấn Dương*, 9D5, THCS Chu Văn An, Q. Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Bùi Kim Chúc*, *Vũ Đình Hoàng*, 9A3, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh; *Nguyễn Phạm Thanh Nga*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Phùng Đăng Dương*, 9C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Nguyễn Anh Thư*, 7A1, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Nguyễn Lê Nhật Giang*, 9A1, THCS Nguyễn Công Trứ, Q. Ba Đình; *Lê Duy Anh*, *Dương Hồng Sơn*, 9C1, THCS Archimedes Academy, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**.

NGUYỄN NGỌC HÂN

Bài 7(203). Cho các số thực dương a, b, c, d thỏa mãn $abcd = 1$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{1 + a^4 + b^4 + c^4} + \frac{1}{1 + b^4 + c^4 + d^4} + \frac{1}{1 + c^4 + d^4 + a^4} + \frac{1}{1 + d^4 + a^4 + b^4} \le 1.$$

Lời giải. Áp dụng bất đẳng thức $x^2 + y^2 + z^2 \ge xy + yz + zx$ với mọi số thực x, y, z ta thu được kết quả

$a^4 + b^4 + c^4 \ge a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2$

$\ge ab^2c + abc^2 + a^2bc.$

Suy ra

$1 + a^4 + b^4 + c^4 \ge abcd + ab^2c + abc^2 + a^2bc.$

Do a, b, c, d là các số dương nên ta có

$$\frac{1}{1 + a^4 + b^4 + c^4} \le \frac{1}{abcd + ab^2c + abc^2 + a^2bc} = \frac{abcd}{abc(a + b + c + d)} = \frac{d}{a + b + c + d} \quad (1)$$

Tương tự ta cũng có

$$\frac{1}{1 + b^4 + c^4 + d^4} \le \frac{a}{a + b + c + d} \quad (2)$$

$$\frac{1}{1 + c^4 + d^4 + a^4} \le \frac{b}{a + b + c + d} \quad (3)$$

$$\frac{1}{1 + d^4 + a^4 + a^4} \le \frac{c}{a + b + c + d} \quad (4)$$

Cộng vế với vế (1), (2), (3) và (4) ta được

$$\frac{1}{1 + a^4 + b^4 + c^4} + \frac{1}{1 + b^4 + c^4 + d^4} + \frac{1}{1 + c^4 + d^4 + a^4} + \frac{1}{1 + d^4 + a^4 + b^4} \le 1.$$

Đẳng thức xảy ra khi $a = b = c = d = 1$.

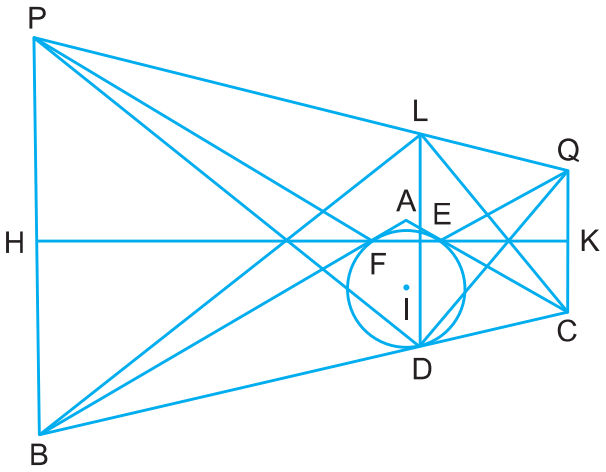
Nhận xét. Có nhiều bạn gửi bài đến tòa soạn, tất cả các bạn đều có lời giải đúng. Các bạn sau có lời giải đúng, trình bày tốt:

Nguyễn Lương Uy, *Lê Duy Anh*, *Dương Hồng Sơn*, 9C1, THCS Archimedes Academy, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Nguyễn Tuấn Đạt*, 8A, THCS Nguyễn Quang Bích, Tam Nông; *Trần Thị Yến Khanh*, 9A3, THCS Lâm Thao; *Nguyễn Tuấn Minh*, 9D, THCS Thọ Sơn; *Trần Minh Khôi*, 9C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Trương Quang Mạnh*, 9D, *Nguyễn Chi Mai*, 8E, *Nguyễn Duy Khôi Nguyên*, 8G, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Lê Thành Trung*, 9D, THCS Điện Biên, TP. Thanh Hóa, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Hữu Niêm*, *Đỗ Văn Tài*, *Nguyễn Trung Kiên*, *Lê Đăng Quang*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Tuấn Dương*, 9D5, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**.

TRỊNH HOÀI DƯƠNG

Bài 8(203). Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC} = 120^\circ$, (I) là đường tròn nội tiếp. Gọi D, E, F theo thứ tự là tiếp điểm của (I) với BC, CA, AB. L là điểm đối xứng của D qua EF. Chứng minh rằng $\widehat{BLC} = 90^\circ$.

Lời giải.



Gọi P, Q theo thứ tự là điểm đối xứng của B, C qua EF; H, K theo thứ tự là giao điểm của EF với BP, CQ.

Vì $\widehat{BAC} = 120^\circ$ và AE = AF nên $\widehat{AFE} = \widehat{AEF} = 30^\circ$.

Do đó $\widehat{BFH} = \widehat{CEK} = 30^\circ$.

Kết hợp với P, Q là điểm đối xứng của B, C qua EF, suy ra các tam giác BPF, CQE đều.

Do đó BP = BF = BD, CQ = CE = CD.

Từ đó, chú ý rằng phép đối xứng trục bảo toàn số đo của góc và BP // CQ, ta có biến đổi góc như sau:

$$\widehat{BLC} = \widehat{PDQ} = 180^\circ - \widehat{BDP} - \widehat{CDQ}$$

$$= 180^\circ - \frac{180^\circ - \widehat{PBD}}{2} - \frac{180^\circ - \widehat{QCD}}{2}$$

$$= \frac{\widehat{PBD} + \widehat{QCD}}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ.$$

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng: *Nguyễn Lê Nhật Giang*, 9A1, THCS Nguyễn Công Trứ, Q. Ba Đình; *Dương Hồng Sơn*, *Đỗ Hoàng Nhật Nam*, 9C1, THCS Archimedes Academy, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**.

TRẦN QUANG HÙNG

ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY

Thi giải toán qua thư

Dương Hồng Sơn, *Lê Duy Anh*, 9C1, THCS Archimedes Academy, Q. Cầu Giấy, *Nguyễn Lê Nhật Giang*, 9A1, THCS Nguyễn Công Trứ, Q. Ba Đình, **Hà Nội**; *Nguyễn Anh Thư*, 7A1, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Bạch Thái Sơn*, 7A1, THCS Vĩnh Yên, Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Đỗ Ngọc Tiến*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Gia Bảo*, *Phan Hữu Cường*, 7B, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Nguyễn Tuấn Dương*, 9D5, THCS Chu Văn An, Q. Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Lê Đăng Quang*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**.

THÁCH ĐẤU

TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM BẢY MƯƠI

Người thách đấu: *Nguyễn Văn Huyện*, Phường Thảo Điền, Quận 2, **TP. Hồ Chí Minh**.

Bài toán thách đấu: Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác. Chứng minh rằng $\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}+\frac{12abc}{(a+b)(b+c)(c+a)}\le 3$.

Thời hạn: Trước ngày 08.04.2020 theo dấu bưu điện.

Kết quả TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM SÁU MƯƠI TÁM (TTT2 số 203)

Đề bài. Giải phương trình

$$7x^2-13x+8=2x^2\sqrt[3]{-3x^3+3x^2+x}.$$

Lời giải. Nhận xét x = 0 không phải là nghiệm của phương trình.

Xét $x\neq 0$, chia cả hai vế của phương trình cho x^3 ta được

$$\frac{7}{x}-\frac{13}{x^2}+\frac{8}{x^3}=2\sqrt[3]{-3+\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}}.$$

Đặt $t=\frac{1}{x}$. Phương trình trở thành

$$8t^3-13t^2+7t=2\sqrt[3]{t^2+3t-3}$$

$$\Leftrightarrow (8t^3-12t^2+6t-1)+2(2t-1)$$

$$=(t^2+3t-3)+2\sqrt[3]{t^2+3t-3}$$

$$\Leftrightarrow (2t-1)^3+2(2t-1)$$

$$=(t^2+3t-3)+2\sqrt[3]{t^2+3t-3}.$$

Ta có nhận xét sau:

✻ Nếu $a>b$ thì $a^3>b^3\Rightarrow a^3+2a>b^3+2b$.

✻ Nếu $a<b$ thì $a^3<b^3\Rightarrow a^3+2a<b^3+2b$.

Do đó $a^3+2a=b^3+2b\Rightarrow a=b$.

Từ đó ta có $2t-1=\sqrt[3]{t^2+3t-3}$

$$\Leftrightarrow (2t-1)^3-(t^2+3t-3)=0$$

$$\Leftrightarrow 8t^3-13t^2+3t+2=0$$

$$\Leftrightarrow (t-1)(8t^2-5t-2)=0$$

$$\Leftrightarrow t\in\left\{1;\frac{5+\sqrt{89}}{16};\frac{5-\sqrt{89}}{16}\right\}$$

Do đó $x\in\left\{1;\frac{-5+\sqrt{89}}{4};\frac{-5-\sqrt{89}}{4}\right\}$.

HONG HA

Nhận xét. Đây là bài toán giải phương trình dạng cơ bản, hay. Có hai võ sĩ xứng đáng được đăng quang trong trận đấu này: *Đỗ Văn Tài*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Bùi Đại Hiệp*, 9A, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, **Nam Định**.

NGUYỄN MINH ĐỨC



CÁCH ĐẶT MUA TẠP CHÍ NĂM 2020

✻ **Đặt tại bưu điện của VNPT:** Tạp chí Toán Tuổi thơ 1: **C169**; Tạp chí Toán Tuổi thơ 2: **C169.1**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 1 năm 2018: **C169.2**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 2 năm 2018: **C169.3**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 1 năm 2017: **C169.4**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 2 năm 2017: **C169.5**.

✻ **Các tập thể nhà trường có thể đặt qua Phòng GD và ĐT hoặc Sở GD và ĐT. Thông tin chi tiết liên hệ qua số máy 0912268725 (gặp chị Trịnh Thị Tuyết Trang).**



PHƯƠNG PHÁP ĐỒNG BẬC TRONG CHỨNG MINH BẤT ĐẲNG THỨC

MAI VĂN NĂM
Khánh Hồng, Yên Khánh, Ninh Bình

Bất đẳng thức là dạng toán hay và khó, có rất nhiều phương pháp chứng minh bằng cách sử dụng các bất đẳng thức cổ điển như bất đẳng thức Cauchy, Bunyakovsky, Schur, … Nhưng nếu chú ý đến bậc của các biến trong bất đẳng thức rồi tìm cách cân bằng ta sẽ chứng minh được bài toán không mấy khó khăn.

Trước tiên ta đi xét bất đẳng thức Schur.

Cho a, b, c, t là các số thực dương bất kì thì $a^t(a-b)(a-c)+b^t(b-c)(b-a)+c^t(c-a)(c-b)\ge 0$.

Chứng minh. Không mất tính tổng quát, giả sử $a\ge b\ge c>0$. Khi đó

$$a^t\ge b^t\Rightarrow a^t(a-b)(a-c)\ge b^t(a-b)(a-c)$$

$$\Rightarrow a^t(a-b)(a-c)+b^t(b-c)(b-a)$$

$$\ge b^t(a-b)(a-c)+b^t(b-c)(b-a)$$

$$=b^t(a-b)^2\ge 0.$$

Mặt khác $c^t(c-a)(c-b)\ge 0$.

Từ đó suy ra

$a^t(a-b)(a-c)+b^t(b-c)(b-a)+c^t(c-a)(c-b)\ge 0$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c$.

- Nếu $t=1$ ta có

$a(a-b)(a-c)+b(b-c)(b-a)+c(c-a)(c-b)\ge 0$ (I).

Bất đẳng thức (I) tương đương với

$a^3+b^3+c^3+3abc\ge a^2b+ab^2+b^2c+bc^2+c^2a+ca^2$ (II).

- Nếu $t=2$ ta có

$a^2(a-b)(a-c)+b^2(b-c)(b-a)+c^2(c-a)(c-b)\ge 0$ (III).

Dưới đây là một số bài toán chứng minh bất đẳng thức bằng cách đưa về cùng bậc.

Bài toán 1. Với a, b, c là các số thực thỏa mãn $a^2+b^2+c^2=3$. Chứng minh rằng

$$a^3(b+c)+b^3(c+a)+c^3(a+b)\le 6. \quad (1)$$

Lời giải. Ta thấy các đơn thức trong VT của (1) có bậc là 4, do đó ta đưa VP về bậc 4.

Từ giả thiết ta có $(a^2+b^2+c^2)^2=9$.

Khi đó ta có

$$(1)\Leftrightarrow 3a^3(b+c)+3b^3(c+a)+3c^3(a+b)\le 18$$

$$\Leftrightarrow 3(a^3b+a^3c+b^3a+b^3c+c^3a+c^3b)$$

$$\le 2(a^2+b^2+c^2)^2$$

$$\Leftrightarrow 2(a^4+b^4+c^4)+4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$$

$$-3(a^3b+a^3c+b^3a+b^3c+c^3a+c^3b)\ge 0. \quad (2)$$

Xét $a^4+b^4+4a^2b^2-3ab(a^2+b^2)$

$$=(a^2+b^2)^2+2a^2b^2-3ab(a^2+b^2)$$

$$=(a^2+b^2)(a^2+b^2-3ab)+2a^2b^2$$

$$=(a^2+b^2)[(a-b)^2-ab]+2a^2b^2$$

$$=(a-b)^2(a^2+b^2)-ab(a^2+b^2)+2a^2b^2$$

$$=(a-b)^2(a^2+b^2)-ab(a-b)^2$$

$$=(a-b)^2(a^2+b^2-ab)\ge 0.$$

Tương tự

$$b^4+c^4+4b^2c^2-3bc(b^2+c^2)\ge 0;$$

$$c^4+a^4+4a^2c^2-3ac(a^2+c^2)\ge 0.$$

Cộng vế với vế các bất đẳng thức trên ta được $2(a^4+b^4+c^4)+4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)-3(a^3b+a^3c+b^3a+b^3c+c^3a+c^3b)\ge 0$.

Suy ra (2) đúng. Do đó (1) đúng (đpcm).

Bài toán 2. Với a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a+b+c=2$. Chứng minh rằng

$$a^4+b^4+c^4+abc\ge a^3+b^3+c^3. \quad (1)$$

Lời giải. Ta thấy bậc của đơn thức trong VT cao nhất là bậc 4. Nên ta đưa các đơn thức ở hai vế về cùng bậc là 4.

Ta có

$$(1) \Leftrightarrow 2(a^4+b^4+c^4)+2abc \geq 2(a^3+b^3+c^3)$$

$$\Leftrightarrow 2(a^4+b^4+c^4)+(a+b+c)abc$$

$$\geq (a+b+c)(a^3+b^3+c^3)$$

$$\Leftrightarrow a^4+b^4+c^4+a^2bc+b^2ca+c^2ab$$

$$-a^3b-a^3c-b^3a-b^3c-c^3a-c^3b \geq 0$$

$$\Leftrightarrow a^2(a-b)(a-c)+b^2(b-c)(b-a)$$

$$+c^2(c-a)(c-b) \geq 0. \text{ (đúng theo (III))}$$

Suy ra (1) đúng (đpcm).

Bài toán 3. Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn x + y + z = 3. Chứng minh rằng $x^3+y^3+z^3+\frac{15}{4}xyz \geq \frac{27}{4}$. (1)

Lời giải. Ta thấy các đơn thức ở VT của (1) có bậc 3 nên ta đưa VP về cùng bậc 3.

Ta có

$$(1) \Leftrightarrow x^3+y^3+z^3+\frac{15}{4}xyz \geq \frac{(x+y+z)^3}{4}$$

$$\Leftrightarrow 4(x^3+y^3+z^3)+15xyz \geq x^3+y^3+z^3$$

$$+3(x+y)(y+z)(z+x)$$

$$\Leftrightarrow x^3+y^3+z^3+3xyz \geq x^2y+x^2z+y^2z$$

$$+y^2x+z^2x+z^2y \text{ (đúng theo (II)).}$$

Suy ra (1) đúng (đpcm).

Bài toán 4. Cho x, y, z là các số thực không âm thỏa mãn x + y + z = 3. Chứng minh

$$x^2+y^2+z^2+xyz \geq 4. \text{ (1)}$$

Lời giải. Ta thấy VT của (1) có bậc cao nhất là bậc 3. Do đó ta đưa cả hai vế về bậc 3.

Ta có

$$(1) \Leftrightarrow 27(x^2+y^2+z^2)+27xyz \geq 4.27$$

$$\Leftrightarrow 9(x+y+z)(x^2+y^2+z^2)+27xyz$$

$$\geq 4(x+y+z)^3$$

$$\Leftrightarrow 5(x^3+y^3+z^3)+3xyz$$

$$\geq 3(x^2y+x^2z+y^2x+y^2z+z^2x+z^2y). \text{ (2)}$$

Mặt khác theo (II) ta có

$$x^3+y^3+z^3+3xyz \geq x^2y+x^2z+y^2x+y^2z+z^2x$$

$$+z^2y.$$

Do đó cần chứng minh

$$4(x^3+y^3+z^3)$$

$$\geq 2(x^2y+x^2z+y^2x+y^2z+z^2x+z^2y)$$

$$\Leftrightarrow (x^3-x^2y+y^3-y^2x)+(y^3-y^2z+z^3-z^2y)$$

$$+(z^3-z^2x+x^3-x^2z) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x-y)^2(x+y)+(y-z)^2(y+z)$$

$$+(z-x)^2(z+x) \geq 0 \text{ luôn đúng.}$$

Suy ra (2) đúng. Do đó (1) đúng (đpcm).

Bài toán 5. Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn x + y + z = 1. Chứng minh

$$xy+yz+zx-2xyz \leq \frac{7}{27}. \text{ (1)}$$

Lời giải. Đưa các đơn thức cả hai vế về bậc 3 ta được

$$(1) \Leftrightarrow (xy+yz+zx)(x+y+z)-2xyz$$

$$\leq \frac{7}{27}(x+y+z)^3$$

$$\Leftrightarrow 27(x^2y+x^2z+y^2x+y^2z+z^2x+z^2y)+27xyz$$

$$\leq 7(x^3+y^3+z^3)+21(x+y)(y+z)(z+x)$$

$$\Leftrightarrow 7(x^3+y^3+z^3)+15xyz$$

$$\geq 6(x^2y+x^2z+y^2x+y^2z+z^2x+z^2y).$$

Mặt khác theo (II) ta có

$$x^3+y^3+z^3+3xyz \geq x^2y+x^2z+y^2x+y^2z+z^2x$$

$$+z^2y.$$

Do đó cần chứng minh

$$2(x^3+y^3+z^3) \geq x^2y+x^2z+y^2x+y^2z+z^2x+$$

$$z^2y.$$

$$\Leftrightarrow (x^3-x^2y+y^3-y^2x)+(y^3-y^2z+z^3-z^2y)$$

$$+(z^3-z^2x+x^3-x^2z) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x-y)^2(x+y)+(y-z)^2(y+z)+(z-x)^2+$$

$$(z+x) \geq 0 \text{ (luôn đúng).}$$

Suy ra (1) đúng (đpcm).

Bài toán 6. Cho các số dương a, b, c thỏa mãn a + b + c = 3. Chứng minh rằng

$$\frac{a^2}{a+2b^2}+\frac{b^2}{b+2c^2}+\frac{c^2}{c+2a^2} \geq 1. \text{ (1)}$$

Lời giải. Ta có

$$\frac{a^2}{a+2b^2}+\frac{b^2}{b+2c^2}+\frac{c^2}{c+2a^2}$$

$$=\frac{a^4}{a^3+2a^2b^2}+\frac{b^4}{b^3+2b^2c^2}+\frac{c^4}{c^3+2c^2a^2}$$

$$\geq\frac{(a^2+b^2+c^2)^2}{a^3+b^3+c^3+2(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)}.$$

Ta sẽ chứng minh

$$(a^2+b^2+c^2)^2\geq a^3+b^3+c^3$$

$$+2(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$$

$$\Leftrightarrow a^4+b^4+c^4\geq a^3+b^3+c^3\ (2).$$

Ta thấy các đơn thức ở VT của (2) có bậc 4, nên ta đưa VP về bậc 4.

Do $a+b+c=3$ nên ta có

$$(2)\Leftrightarrow 3(a^4+b^4+c^4)\geq(a+b+c)(a^3+b^3+c^3)$$

$$\Leftrightarrow 2(a^4+b^4+c^4)$$

$$-(a^3b+a^3c+b^3a+b^3c+c^3a+c^3b)\geq 0.$$

Xét $a^4-a^3b+b^4-ab^3=a^3(a-b)-b^3(a-b)$

$$=(a-b)^2(a^2+ab+b^2)\geq 0.$$

Tương tự

$b^4-b^3c+c^4-bc^3\geq 0$; $c^4-c^3a+a^4-ca^3\geq 0$.

Cộng vế với vế các bất đẳng thức trên ta được $2(a^4+b^4+c^4)-(a^3b+a^3c+b^3a+b^3c+c^3a+c^3b)\geq 0$.

Suy ra (2) đúng. Do đó (1) đúng (đpcm).

Bài toán 7. Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $a^2+b^2+c^2=3$. Chứng minh rằng

$$\frac{ab}{c}+\frac{bc}{a}+\frac{ca}{b}\geq 3.\ (1)$$

Lời giải. Ta thấy VT của (1) có bậc 1, còn VP có bậc 0. Do đó ta đưa hai vế về cùng bậc bằng cách bình phương hai vế ta được

$$\frac{a^2b^2}{c^2}+\frac{b^2c^2}{a^2}+\frac{c^2a^2}{b^2}+2(a^2+b^2+c^2)\geq 9$$

$$\Leftrightarrow\frac{a^2b^2}{c^2}+\frac{b^2c^2}{a^2}+\frac{c^2a^2}{b^2}+2(a^2+b^2+c^2)$$

$$\geq 3(a^2+b^2+c^2)$$

$$\Leftrightarrow\frac{a^2b^2}{c^2}+\frac{b^2c^2}{a^2}+\frac{c^2a^2}{b^2}\geq a^2+b^2+c^2$$

Ta có $\frac{a^2b^2}{c^2}+\frac{b^2c^2}{a^2}\geq 2b^2$;

$\frac{b^2c^2}{a^2}+\frac{c^2a^2}{b^2}\geq 2c^2$; $\frac{a^2b^2}{c^2}+\frac{c^2a^2}{b^2}\geq 2a^2$.

Cộng vế với vế các bất đẳng thức trên ta được

$$\frac{a^2b^2}{c^2}+\frac{b^2c^2}{a^2}+\frac{c^2a^2}{b^2}\geq a^2+b^2+c^2.$$

Suy ra (1) đúng (đpcm).

Bài tập tự luyện

Bài 1. Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x+y+z=1$. Chứng minh rằng $5(x^2+y^2+z^2)\leq 6(x^3+y^3+z^3)+1$.

Bài 2. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a+b+c=1$. Chứng minh rằng

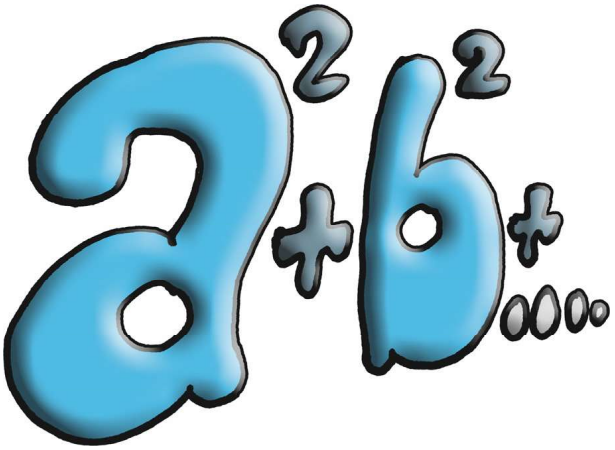
$$a^3+b^3+c^3+\frac{15}{4}abc\geq\frac{1}{4}.$$

Bài 3. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a+b+c=1$. Chứng minh rằng

$$\frac{a^2}{a+b^2}+\frac{b^2}{b+c^2}+\frac{c^2}{c+a^2}\geq\frac{3}{2}.$$

Bài 4. Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x+y+z=1$. Chứng minh rằng $7(xy+yz+zx)\leq 2+9xyz$.

Bài 5. Cho a, b, c là các số thực không âm thỏa mãn $a^2+b^2+c^2=3$. Chứng minh rằng $a^3+b^3+c^3\geq a+b+c$.



ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 TP. HÀ NỘI

Năm học 2019 - 2020

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 150 phút

Bài 1. *(5,0 điểm)*

1) Giải phương trình $(4x+2)\sqrt{x^2+2x+5}=(x^2+2x+2)\sqrt{4x+5}$.

2) Cho bốn số thực dương a, b, c, d thỏa mãn $a^3+b^3+c^3=3d^3$, $b^5+c^5+d^5=3a^5$ và $c^7+d^7+a^7=3b^7$. Chứng minh rằng $a=b=c=d$.

Bài 2. *(5,0 điểm)*

1) Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n thì $n^2+3n+11$ không chia hết cho 49.

2) Tìm tất cả các bộ ba số nguyên dương (x, y, p) với p là số nguyên tố thỏa mãn $x^2+p^2y^2=6(x+2p)$.

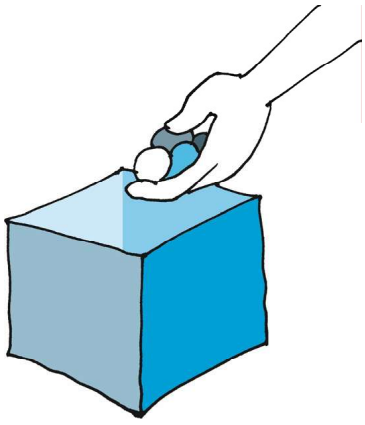
Bài 3. *(3,0 điểm)*

1) Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $5(x-y)^2\le(x^2+y^2)$. Chứng minh $\frac{1}{2}\le\frac{x}{y}\le 2$.

2) Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $5(x+y+z)^2\ge 14(x^2+y^2+z^2)$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{2x+z}{x+2z}$.

Bài 4. *(6,0 điểm)*

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn (AB < BC), ngoại tiếp đường tròn tâm I. Hình chiếu của điểm I lên các cạnh AB, AC theo thứ tự là M, N và hình chiếu của B lên cạnh AC là Q. Gọi D là điểm đối xứng của A qua Q, P là tâm đường tròn nội tiếp tam giác BCD và R là giao điểm của hai đường thẳng MN, BQ.



1) Chứng minh các tam giác BMR và BIP đồng dạng.

2) Chứng minh đường thẳng PR song song với đường thẳng AC.

3) Chứng minh đường thẳng MN đi qua trung điểm của đoạn thẳng AP.

Bài 5. *(1,0 điểm)*

Có 15 hộp rỗng. Mỗi bước, người ta chọn một số hộp rồi bỏ vào mỗi hộp một số viên bi sao cho số viên bi bỏ vào mỗi hộp là một lũy thừa của 2 và trong mỗi bước không có hai hộp nào có số bi được bỏ vào giống nhau. Tìm số nguyên dương k nhỏ nhất sao cho sau khi thực hiện k bước tất cả các hộp đều có số bi giống nhau.

ĐẶT MUA TẠP CHÍ CẢ NĂM HỌC TẠI CÁC CƠ SỞ BƯU ĐIỆN TRONG CẢ NƯỚC
MÃ ẤN PHẨM: C 169.1

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI
THỬ SỨC TRƯỚC KÌ THI VÀO 10 THPT CHUYÊN

Năm học 2020 - 2021

Môn thi: Toán

(Đề đăng trên TTT2 số 204+205)

Bài 1. 1) Ta có

$$abc = \left(x+\frac{1}{x}\right)\left(y+\frac{1}{y}\right)\left(xy+\frac{1}{xy}\right)$$

$$= \left(xy+\frac{1}{xy}+\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)\left(xy+\frac{1}{xy}\right)$$

$$= (xy)^2+\frac{1}{(xy)^2}+x^2+\frac{1}{x^2}+y^2+\frac{1}{y^2}+2$$

$$= \left(x^2+\frac{1}{x^2}+2\right)+\left(y^2+\frac{1}{y^2}+2\right)$$

$$+\left((xy)^2+\frac{1}{(xy)^2}+2\right)-4$$

$$= \left(x+\frac{1}{x}\right)^2+\left(y+\frac{1}{y}\right)^2+\left(xy+\frac{1}{xy}\right)^2-4$$

$$= a^2+b^2+c^2-4.$$

Do đó $M = a^2+b^2+c^2-abc = 4$.

2) $(2x+y)^3+2019y^3 = x^3y^3$

$\Leftrightarrow (2x+y)^3 = y^3(x^3-2019)$.

✻ Nếu $2x+y=0$ thì $y=0$ hoặc $x^3-2019=0$ (không tồn tại x nguyên) nên $y=0 \Rightarrow x=0$.

✻ Nếu $2x+y\neq 0$ mà $(2x+y)^3 = y^3(x^3-2019)$.

Suy ra x^3-2019 phải là lập phương của một số nguyên.

Đặt $x^3-2019=z^3$

$\Leftrightarrow (x-z)^3+3xz(x-z)=2019$.

Ta có $3xz(x-z) \vdots 3$, $2019 \vdots 3$ nên $(x-z)^3 \vdots 3$.

Suy ra $(x-z) \vdots 3$.

Do đó $[(x-z)^3+3xz(x-z)] \vdots 9$ mà 2019 không chia hết cho 9 nên không tồn tại số nguyên x, y thỏa mãn $2x+y\neq 0$.

Vậy phương trình có nghiệm nguyên $(x;y)=(0;0)$.

Bài 2. 1) $\begin{cases}(x-2y)(y^2-4y)=-2\\ x-y^2+2y=-3\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}(y^2-4y)(2y-x)=2\\ (y^2-4y)+(2y-x)=3.\end{cases}$$

Đặt $\begin{cases}u=y^2-4y\\ v=2y-x.\end{cases}$

Ta có $\begin{cases}uv=2\\ u+v=3\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}u=1\\ v=2\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}u=2\\ v=1.\end{cases}$

Với $\begin{cases}u=1\\ v=2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}y^2-4y=1\\ 2y-x=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2+2\sqrt{5}\\ y=2+\sqrt{5}\end{cases}$

hoặc $\begin{cases}x=2-2\sqrt{5}\\ y=2-\sqrt{5}.\end{cases}$

Với $\begin{cases}u=2\\ v=1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}y^2-4y=2\\ 2y-x=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=3+2\sqrt{6}\\ y=2+\sqrt{6}\end{cases}$

hoặc $\begin{cases}x=3-2\sqrt{6}\\ y=2-\sqrt{6}.\end{cases}$

2) $\Delta = (2m+4)^2+17>0$.

Theo định lí Vi-ét ta có

$$\begin{cases}x_1+x_2=-2m+1\\ x_1x_2=-5m-8\end{cases} \Rightarrow 5x_1+5x_2-2x_1x_2=21\ (1).$$

Theo giả thiết $x_1-x_2=x_1^2 \Leftrightarrow x_2=x_1-x_1^2$ (2).

Từ (1) và (2) ta có

$$2x_1^3-7x_1^2+10x_1-21=0 \Leftrightarrow x_1=3$$

$$\Rightarrow x_2=x_1-x_1^2=-6.$$

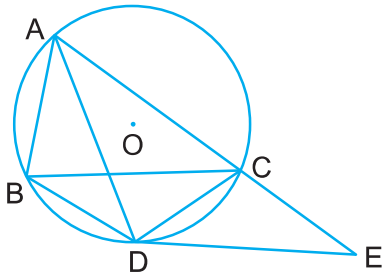
Bài 3. 1) Ta có

$$\sqrt{1-\frac{1}{ab}}=\sqrt{\frac{a^3b^3(ab-1)}{a^4b^4}}=\sqrt{\frac{a^4b^4-a^3b^3}{a^4b^4}}$$

$$= \sqrt{\frac{\left(\frac{a^3+b^3}{2}\right)^2 - a^3b^3}{a^4b^4}} = \sqrt{\frac{a^6+b^6-2a^3b^3}{4a^4b^4}}$$

$$= \sqrt{\frac{(a^3-b^3)^2}{4a^4b^4}} = \frac{|a^3-b^3|}{2a^2b^2}$$ là một số hữu tỉ.

2)



Trên tia đối của tia CA lấy điểm E sao cho CE = AB.

Xét ΔCDE và ΔBDA có EC = AB,

$\widehat{ECD} = \widehat{ABD}$ (vì tứ giác ABDC nội tiếp),

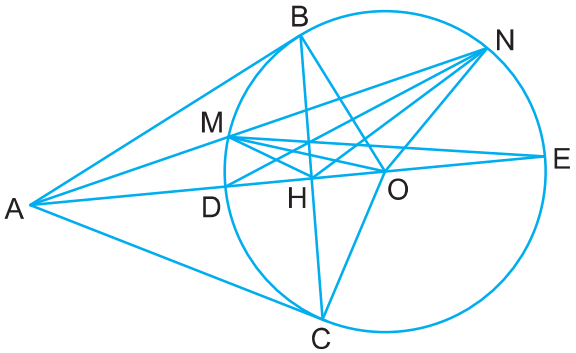
CD = BD (vì AD là phân giác của $\widehat{BAC}$).

Suy ra ΔCDE = ΔBDA (c.g.c) nên DE = DA.

Tam giác ADE có AE < AD + DE

⇔ AB + AC < AD + AD = 2AD.

Bài 4.



Gọi H là giao điểm của OA và BC khi đó H cố định.

Ta có AM.AN = AH.AO = AB^2.

Suy ra ΔAMH ∽ ΔAON (c.g.c) nên

$\widehat{AHM} = \widehat{ANO}$.

Từ đó ta có tứ giác MNOH nội tiếp.

Do I là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác OMN nên IH = IO.

Vậy I nằm trên đường thẳng cố định là đường trung trực của đoạn thẳng HO.

Ta lại có $\widehat{AHM} = \widehat{ANO} = \widehat{OMN} = \widehat{OHN}$.

Suy ra $\widehat{BHM} = \widehat{BHN}$ dẫn đến BC là phân giác của góc MHN.

$\widehat{EMN} = \frac{1}{2}\widehat{EON} = \frac{1}{2}\widehat{HMN}$ dẫn đến ME là phân giác của góc HMN.

Tương tự ND là phân giác của góc HNM.

Từ đó suy ra BC, DN, ME là ba đường phân giác của tam giác HMN nên chúng đồng quy.

Bài 5. 1) Ta có

$$ab \le \frac{a^2+b^2}{2} \le \frac{a^2+b^2+c^2}{2} = 1 \Rightarrow ab-1 \le 0.$$

Do đó $M^2 = [(a+b).1 + c(1-ab)]^2$

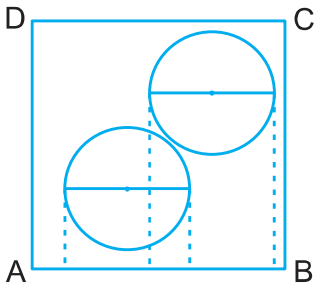
$\le [(a+b)^2 + c^2][1^2 + (1-ab)^2]$

$= (2+2ab)(a^2b^2 - 2ab + 2) = 2a^3b^3 - 2a^2b^2 + 4$

$= 2a^2b^2(ab-1) + 4 \le 4 \Rightarrow -2 \le M \le 2.$

Vậy giá trị nhỏ nhất của M là – 2 chẳng hạn khi (a; b; c) = (–1; –1; 0), giá trị lớn nhất của M là 2 chẳng hạn khi (a; b; c) = (1; 1; 0).

2) Kẻ các đường kính của đường tròn song song với cạnh AB của hình vuông ABCD. Chiếu các đường kính này trên cạnh AB.



Tổng độ dài các đường kính bằng

$2019 \times \frac{1}{2} = 1009,5.$

Do đó tổng độ dài các hình chiếu cũng bằng 1009,5.

Mặt khác AB = 1 nên tồn tại một điểm, chẳng hạn điểm T thuộc cạnh AB và thuộc ít nhất 1010 hình chiếu.

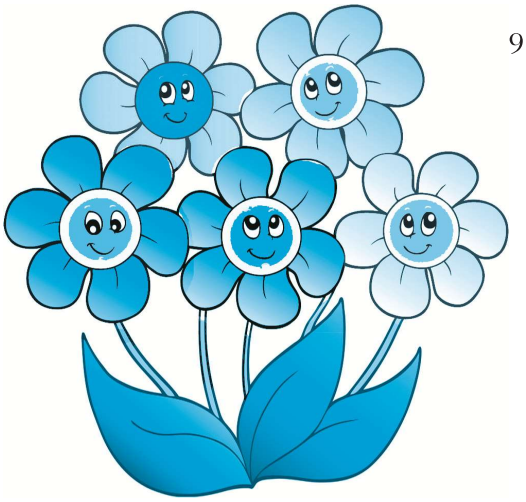
Đường vuông góc với AB tại T giao với ít nhất 1010 đường tròn.

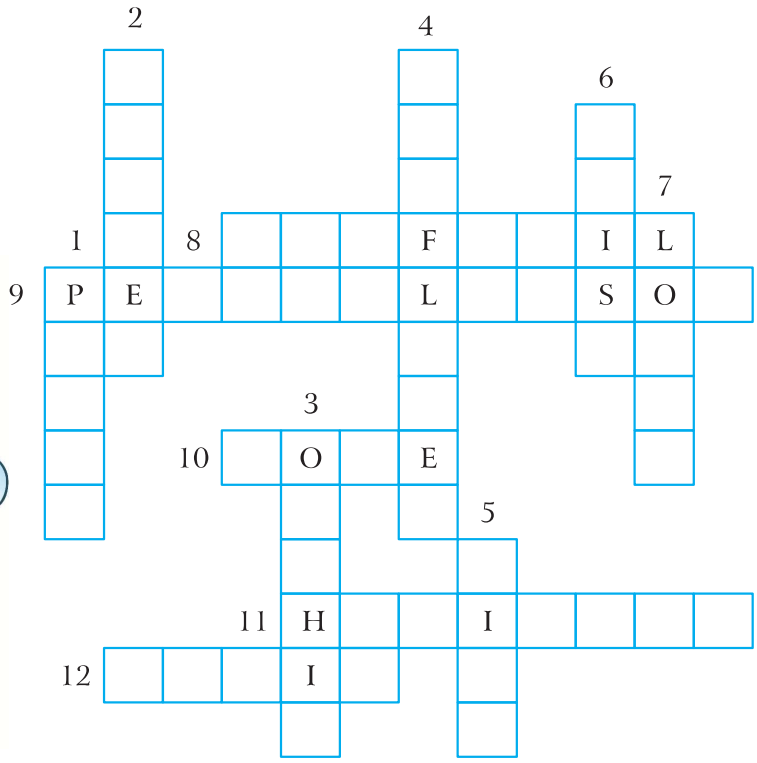


Kì này SPRING FLOWERS

NGUYỄN THỊ NHƯ Ý
Trường THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, Hà Tĩnh

Trong khu vườn nhỏ này, 12 loài hoa đang đua nhau khoe sắc dưới nắng xuân. Bạn có biết chúng là những loài hoa nào không?





Kết quả TÌM CÁC CĂN BỆNH (TTT2 số 203)

Sức khỏe là vốn quý. Để sống khỏe mạnh, ta cần xây dựng thói quen sinh hoạt điều độ, ăn uống vệ sinh, khoa học và vận động thể chất phù hợp. Bên cạnh đó, ta cũng cần tìm hiểu về các loại bệnh và biện pháp phòng ngừa. Chúng ta cùng tìm hiểu về một số căn bệnh trong ô chữ Vườn Anh nhé.

Hàng ngang: COLD - Cảm lạnh; FLU - Cúm; TOOTHACHE - Đau răng; HEADACHE - Đau đầu; SORE EYES - Đau mắt.

Hàng dọc: COUGH - Ho; EARACHE - Đau tai.

Hàng chéo: BACKACHE - Đau lưng; FEVER - Sốt.

HONG HA

Các bạn có đáp án đúng, trình bày đẹp sẽ được nhận quà tặng của Chủ Vườn: *Nguyễn Văn Cường*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Đặng Anh Thư*, 6C, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, **Nam Định**; *Nguyễn Duy Anh*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Ngọc Linh*, 6D, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Nguyễn Phương Chi*, 6A1, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Hoàng Long*, 7B, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**.

Để phòng chống Covid-19 cũng như các bệnh dịch khác, Chủ Vườn mong các bạn giữ gìn vệ sinh, thường xuyên rửa tay bằng xà phòng, không đưa tay lên mặt, nhỏ mắt, nhỏ mũi, súc miệng bằng nước muối, ăn chín, uống sôi, đeo khẩu trang khi đến nơi đông người và tập thể dục thể thao đều đặn. Chúc các bạn cùng gia đình mạnh khỏe.

Chủ Vườn

ĐỀ THI CÂU LẠC BỘ TTT

NGUYỄN ĐỨC TẤN

Kì 33

CLB1. Given that $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + 19^3 = 36100$. Find the value of $1^3 + 2^3 + 3^3 + 6^3 + 9^3 + \ldots + 57^3$.

CLB2. Given a, b and c non-zezo such that $\frac{ab}{a+b} = \frac{bc}{b+c} = \frac{ca}{c+a}$. Find the value of the expression $M = \frac{ab^2c^3}{a^6 + b^6 + c^6}$.

CLB3. Find the smallest positive integer which is twice the square of a natural number and three times the cube of another natural number.

CLB4. Given isosceles trapezoid ABCD (AB // CD) where AC is perpendicular to BD, altitude AH and AH = 4 cm. Find the area of trapezoid ABCD.

CLB5. Given quadrilateral ABCD. E and F are the midpoints of BC and CD respectively. Show that $S_{ABCD} < \frac{1}{2}(AE + AF)^2$.

ĐỖ ĐỨC THÀNH *(dịch)*

Kết quả Kì 31 (TTT2 số 203)

CLB1. Ta có $-(x + y + z) = (x - y - z) + (y - z - x) + (z - x - y) = 20 + 11 + 2019 = 2050$.

Suy ra $x + y + z = -2050$. Do đó

$$\begin{cases} x = \frac{(x+y+z)+(x-y-z)}{2} = \frac{-2050+20}{2} = -1015 \\ y = \frac{(x+y+z)+(y-x-z)}{2} = \frac{-2050+11}{2} = -1019{,}5 \\ z = \frac{(x+y+z)+(z-x-y)}{2} = \frac{-2050+2019}{2} = -15{,}5. \end{cases}$$

CLB2. Đặt

$x = \frac{2a+b}{a-b}$, $y = \frac{2b+c}{b-c}$, $z = \frac{2c+a}{c-a}$.

Ta có $(x + 1)(y + 1)(z + 1) = (x - 2)(y - 2)(z - 2)$

$\Leftrightarrow 3(xy + yz + zx) - 3(x + y + z) = -9$.

Do đó $M = xy + yz + zx - x - y - z = -3$.

CLB3. Đặt $T = \frac{5m + 5n}{3m^2 + 2n^2} > 0$ (vì $m, n \in \mathbb{N}^*$).

Xét $m + n \geq 5$ ta có

$3m^2 + 2n^2 > 2(m^2 + n^2) \geq (m+n)^2 \geq 5m + 5n$.

Do đó T không là số tự nhiên.

Khi đó $m + n \leq 4$. Ta có bảng sau:

m	1	1	1	2	2	3
n	1	2	3	1	2	1
T	2	$\frac{15}{11}$	$\frac{20}{11}$	$\frac{15}{14}$	1	$\frac{20}{29}$

Vậy $m = n = 1$ hoặc $m = n = 2$ thì T là một số nguyên.

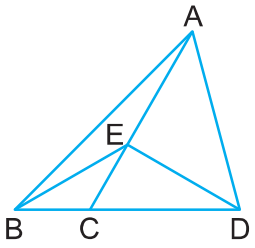
CLB4. $4x^3 + 6x^2 + 3x + 63 = 0$

$\Leftrightarrow 8x^3 + 12x^2 + 6x + 126 = 0$

$\Leftrightarrow 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1 = -125$

$\Leftrightarrow (2x + 1)^3 = (-5)^3 \Leftrightarrow 2x + 1 = -5 \Leftrightarrow x = -3$.

CLB5. Vẽ DE vuông góc với AC tại E.



Ta có $\widehat{DCE} = \widehat{BAC} + \widehat{ABC} = 15^o + 45^o = 60^o$

nên $\widehat{CDE} = 30^o \Rightarrow CD = 2CE$.

Theo giả thiết $CD = 2BC$.

Suy ra BC = CE hay tam giác BCE cân tại C.

Do đó $\widehat{CBE} = \widehat{CEB} = \frac{\widehat{DCE}}{2} = \frac{60^o}{2} = 30^o$.

Dẫn đến tam giác BED cân tại E nên EB = ED.

Mặt khác $\widehat{EBA} = \widehat{ABC} - \widehat{CBE} = 45^o - 30^o = 15^o = \widehat{BAE}$ nên tam giác AEB cân tại E.

Do đó $EA = EB = ED \Rightarrow \widehat{EAD} = \widehat{EDA} = 45^o$.

Vậy $\widehat{BAD} = \widehat{BAC} + \widehat{EAD} = 15^o + 45^o = 60^o$.

Nhận xét. Chỉ có một bạn có lời giải tốt được thưởng kì này: *Phan Thùy Trâm*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**.

NGUYỄN QUANG TUẤN

Thì thầm... Thì thầm thôi...

Tuổi hồng... xin cứ tuổi hồng
Chuyện gì quá sớm... xin không trả lời



Hỏi: Sau Tết chúng em nghỉ luôn mấy tuần để phòng chống dịch Covid-19. Hồi anh đi học đã bao giờ "bị" nghỉ học như thế không ạ?

NGUYỄN Q.

(6B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, Nghệ An)

Đáp:

Chuyện này thật hiếm hoi sao
Thời anh bom đạn nhưng nào nghỉ đâu
Tránh bom nấp dưới hầm sâu
Chưa bao giờ phải nghỉ lâu thế này.



Hỏi: Anh có thể cho em mấy câu thơ về phòng dịch Covid-19 không ạ?

TRỊNH N. K

(7A3, THCS Mộc Lỵ, Mộc Châu, Sơn La)

Đáp:

Đi về là phải rửa tay
Đi ra cần phải tránh ngay đông người
Khẩu trang đeo đúng em ơi!
Nghi nhiễm phải khám kịp thời, kẻo nguy.

Hỏi: Nghỉ học như thế thì làm sao kịp hoàn thành năm học như những năm trước đây ạ?

NGUYỄN A. T

(8A1, THCS Kế An, Kế Sách, Sóc Trăng)

Đáp:

Chuyện này em chớ lo gì
Mốc thời gian đã lùi đi mấy tuần
Dịch hết đi học chuyên cần
Chương trình vẫn đủ mọi phần cho em.



Hỏi: Theo anh, sau đợt nghỉ dài liệu khi đi học trở lại chúng em có gặp khó khăn gì không? Chúng em cần phải chuẩn bị như thế nào để trở lại đi học được bình thường?

LÊ V.

(8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, Bắc Ninh

Đáp:

Nếu như dậy muộn đã quen
Thế thì lập tức phải rèn lại thôi
Đồng hồ báo thức kêu rồi
Đừng ngủ nướng nữa... như hồi vừa qua!



ANH PHÓ GỠ XƯA



CÁC LỚP 6 & 7

Bài 1(206). Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất sao cho 2020 phân số dưới đây đều là phân số tối giản $\frac{1}{n^2+672n+3}; \frac{2}{n^2+672n+4}; ...; \frac{2020}{n^2+672n+2022}$.

NGUYỄN NGỌC HÙNG
(Trường THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, Hà Tĩnh)

Bài 2(206). Chia các số 1, 2, 3, ..., 300 thành 75 nhóm. Chứng minh rằng có ít nhất một nhóm có ba số là số đo ba cạnh của một tam giác.

TẠ THẬP
(TP. Hồ Chí Minh)

Bài 3(206). Cho hàm số $f(x)=x+\frac{1}{2}$. Tính tổng $S=f(0)+f\left(\frac{1}{2021}\right)+f\left(\frac{2}{2021}\right)+f\left(\frac{3}{2021}\right)+...+f\left(\frac{2019}{2021}\right)+f\left(\frac{2020}{2021}\right)+f(1)$.

CAO NGỌC TOẢN
(Trường THPT Tam Giang, Phong Điền, Thừa Thiên - Huế)

Bài 4(206). Cho tam giác ABC có $\widehat{ABC}=45^o$, $\widehat{ACB}=15^o$. Trên tia phân giác trong của $\widehat{BAC}$, lấy điểm D sao cho $\widehat{ACD}=75^o$. Chứng minh tam giác BCD là tam giác đều.

THÁI NHẬT PHƯỢNG
(Trường THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)

SOLVE VIA MALL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Thanh Do Duc

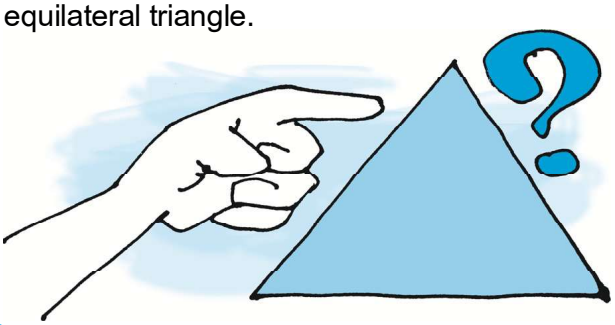
1(206). Find the smallest natural number n such that all of the following 2018 fractions are irreducible

$\frac{1}{n^2+672n+3}; \frac{2}{n^2+672n+4}; ...; \frac{2020}{n^2+672n+2022}$.

2(206). Grouping numbers from 1 to 300 into 75 groups. Prove that there is at least 1 group containing 3 numbers that are the side lengths of a triangle.

3(206). Given the function $f(x)=x+\frac{1}{2}$. Find the sum $S=f(0)+f\left(\frac{1}{2021}\right)+f\left(\frac{2}{2021}\right)+f\left(\frac{3}{2021}\right)+...+f\left(\frac{2019}{2021}\right)+f\left(\frac{2020}{2021}\right)+f(1)$.

4(206). Given triangle ABC where $\angle ABC=45^o$, $\angle ACB=15^o$. Point D on the internal bisector of $\angle BAC$, such that $\angle ACD=75^o$. Prove that BCD is an equilateral triangle.



CÁC LỚP THCS

Bài 5(206). Tìm tất cả các số nguyên a, b, c lớn hơn 1 thỏa mãn $\frac{a^2+1}{2}$, $\frac{b^2+1}{2}$ là các số nguyên tố và $(a^2 + 1)(b^2 + 1) = 2(c^2 + 1)$.

VÕ QUỐC BÁ CẨN

(Trường Archimedes Academy, Q. Cầu Giấy, Hà Nội)

Bài 6(206). Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 + 3x + 4 = 8y^3 - 6xy + 6y \\ \sqrt{x^2 - 2y + 2} + \sqrt{x^2 - 4y + 4} = x^2 - 3y + 4. \end{cases}$$

HOÀNG LÊ NHẬT TÙNG

(SV K61, Sư phạm Toán, ĐHQG Hà Nội)

Bài 7(206). Cho x, y, z là các số thực dương. Chứng minh rằng

$x^2 + y^2 + z^2 + xyz + 4 \geq 2(xy + yz + zx)$.

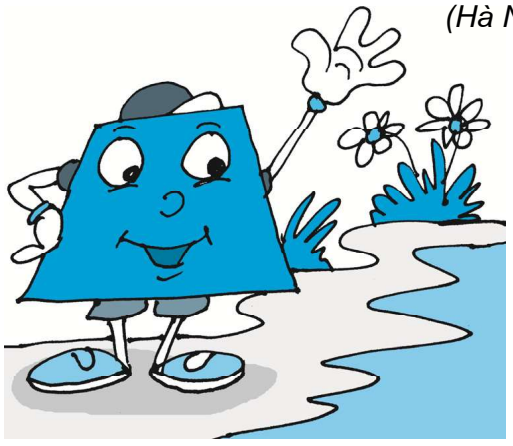
NGUYỄN ĐỨC TRƯỜNG

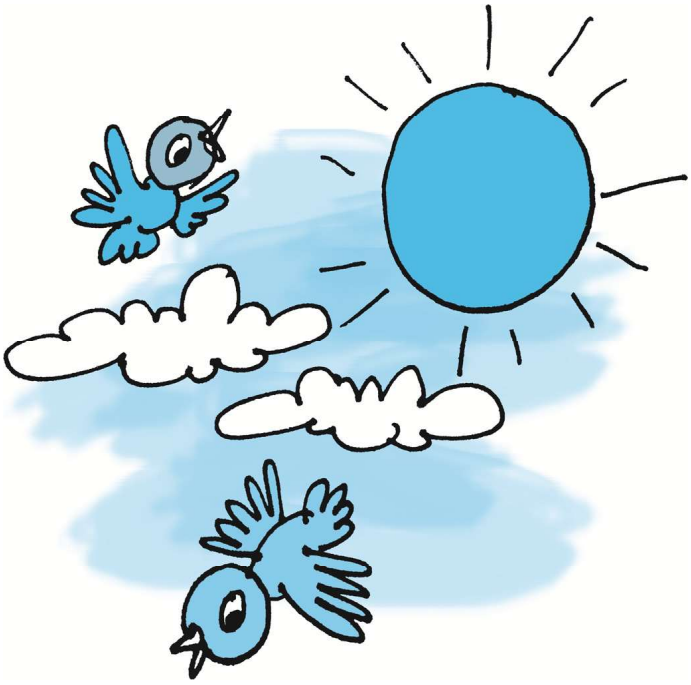
(Trường THCS Đa Tốn, Gia Lâm, Hà Nội)

Bài 8(206). Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn tâm O. E là giao điểm của AC và BD. Gọi M, N theo thứ tự là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác BCE, DCE. P, Q theo thứ tự là tâm các đường tròn bàng tiếp đối diện đỉnh E của các tam giác ADE, ABE. Chứng minh rằng tứ giác MNPQ nội tiếp được một đường tròn.

NGUYỄN MINH HÀ

(Hà Nội)





SOLVE VIA MALL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Thanh Do Duc

5(206). Find all the values of a, b and c greater than 1 such that $\frac{a^2+1}{2}$, $\frac{b^2+1}{2}$ are primes and $(a^2 + 1)(b^2 + 1) = 2(c^2 + 1)$.

6(206). Solve the following system of equations

$$\begin{cases} x^3 + 3x + 4 = 8y^3 - 6xy + 6y \\ \sqrt{x^2 - 2y + 2} + \sqrt{x^2 - 4y + 4} = x^2 - 3y + 4. \end{cases}$$

7(206). Given three positive real numbers x, y and z. Show that

$x^2 + y^2 + z^2 + xyz + 4 \geq 2(xy + yz + zx)$.

8(206). Given quadrilateral ABCD inscribed in circle (O). AC intersects BD at E. M and N are the incenters of triangles BCE and DCE respectively. P and Q are the excenters of triangles ADE and ABE respectively (opposite to E). Show that quadrilateral MNPQ is inscribed in a circle.

RA MẮT PHIÊN BẢN ĐIỆN TỬ SÁCH GIÁO KHOA LỚP 1 THEO CHƯƠNG TRÌNH GIÁO DỤC PHỔ THÔNG 2018 CỦA NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

Để giúp giáo viên, cán bộ quản lí tại các cơ sở giáo dục có thể triển khai kịp thời Thông tư số 01/2020/TT-BGDĐT ngày 30/01/2020 của Bộ Giáo dục và Đào tạo trong giai đoạn nghỉ học vì ảnh hưởng của dịch bệnh COVID-19, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam (NXBGDVN) đã đưa phiên bản điện tử các bộ sách giáo khoa lớp 1 theo chương trình giáo dục phổ thông 2018 do NXBGDVN tổ chức biên soạn lên mạng internet.



Bộ SGK lớp 1 Kết nối tri thức với cuộc sống

Bạn đọc có thể truy cập sách điện tử của 4 bộ sách *Kết nối tri thức với cuộc sống*, *Chân trời sáng tạo*, *Cùng học để phát triển năng lực* và *Vì sự bình đẳng và dân chủ trong giáo dục* theo 2 cách như sau:

- Truy cập địa chỉ *nxbgd.vn/sachdientu* và chọn 1 trong 4 bộ sách để đọc sách điện tử của bộ sách tương ứng;
- Truy cập website *nxbgd.vn*, mở menu SÁCH ĐIỆN TỬ và chọn 1 trong 4 bộ sách để đọc sách điện tử của bộ sách tương ứng.

Tại đây, giáo viên, học sinh có thể nghiên cứu phiên bản điện tử của tất cả các cuốn SGK đồng thời được cung cấp thêm những thông tin hữu ích, các câu hỏi và trả lời các vấn đề xung quanh nội dung của từng cuốn sách.



Trang web của Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam

Ngoài ra, để giáo viên có điều kiện tìm hiểu, tiếp cận sâu hơn với các bộ SGK, NXBGDVN đã đăng tải các tài liệu (định dạng power point) giới thiệu SGK, sách giáo viên, cùng với đó là các video tiết dạy minh họa của các môn học tại địa chỉ: *http://nxbgd.vn/taphuan*. Với các câu hỏi cần giải đáp và góp ý liên quan đến SGK mới của NXBGDVN, giáo viên có thể gửi e-mail theo địa chỉ: *hoidapsgk@nxbgd.vn*.

Ngoài phiên bản điện tử, đến thời điểm này, NXBGDVN đã triển khai cung ứng 50 000 bộ SGK thuộc 4 bộ sách tới các cơ sở giáo dục tại 63 tỉnh thành trong cả nước phục vụ nhiệm vụ lựa chọn SGK lớp 1 triển khai từ năm học 2020 - 2021.

Em đi bên Hồ Gươm

Vừa phải — *Nhạc và lời: Lê Minh Châu*





Là một nhạc sĩ, một nhà giáo đã dành trọn cả cuộc đời mình với sự nghiệp giáo dục âm nhạc, nhạc sĩ Lê Minh Châu đã sáng tác rất nhiều bài hát cho tuổi thơ như: *Dàn đồng ca mùa hạ, Quả thị, Quả địa cầu* (Thơ Hoàng Hiếu Nhân), *Cơn mưa* (Thơ Phan Liên Giang), *Bàn tay của mẹ* (Thơ Tạ Hữu Yên), ... Ông cũng là tác giả của nhiều cuốn sách giáo khoa Âm nhạc hiện hành trong nhà trường phổ thông. Nhạc sĩ Lê Minh Sơn nổi tiếng chính là con trai ông. *Em đi bên Hồ Gươm* là một sáng tác của nhạc sĩ Lê Minh Châu viết tặng cho tuổi thơ. Xin trân trọng giới thiệu cùng bạn đọc.

Dành cho giáo viên, phụ huynh và trẻ em từ 12 tuổi đến dưới 16 tuổi.
Giấy phép xuất bản: số 31/GP-BVHTT, cấp ngày 23/1/2003 của Bộ Văn hóa và Thông tin.
Mã số: 8BTT206M20. **In tại:** Công ty cổ phần in Công Đoàn Việt Nam, 167 Tây Sơn, Đống Đa, Hà Nội. In xong và nộp lưu chiểu tháng 03 năm 2020.

Giá: 10 000 đồng