NĂM THỨ
HAI MƯƠI MỐT
ISSN 1859-2740

Toán tuổi thơ 2

5/9
203
NĂM HỌC 2019 - 2020

TRUNG HỌC CƠ SỞ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO





HONG HA®

TRỤ SỞ CHÍNH
Cơ sở I: 25 Lý Thường Kiệt, Hoàn Kiếm, HN.
Cơ sở II: 672 Ngô Gia Tự, Long Biên, HN.
Tel: 024.36523330 * Fax: 024.36524157
Email: congty@vpphongha.com.vn
Website: www.vpphongha.com.vn

CHI NHÁNH ĐÀ NẴNG
23-25 Đường Yên Thế,
P. Hoà An, Q. Cẩm Lệ.
Điện thoại: 0236 3649 046
Fax: 0236 3649 046

CHI NHÁNH TP.HCM
Lô 10, Đường số 4, KCN Tân Tạo
P. Tân Tạo A, Q. Bình Tân.
Điện thoại: 028 3756 2158
Fax: 028.3756 2157

Toán tuổi thơ 2 TRUNG HỌC CƠ SỞ

Children's Fun Maths Journal

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HỘI ĐỒNG BIÊN TẬP

Phó Tổng biên tập NXBGD Việt Nam:
TS. TRẦN QUANG VINH
Phó Tổng biên tập phụ trách tạp chí:
TRẦN THỊ KIM CƯƠNG

ỦY VIÊN

NGND. VŨ HỮU BÌNH
TS. NGUYỄN MINH ĐỨC
ThS. ĐẶNG HIỆP GIANG
TS. NGUYỄN MINH HÀ
ThS. NGUYỄN NGỌC HÂN
PGS. TS. VŨ ĐÌNH HÒA
ThS. TRẦN QUANG HÙNG
TS. LÊ THỐNG NHẤT
PGS. TS. TẠ DUY PHƯỢNG
ThS. PHẠM ĐỨC TÀI
NGND. PGS. TS. TÔN THÂN
PGS. TS. LÊ ANH VINH

TÒA SOẠN

Tầng 2, nhà A, số 187B Giảng Võ, phường Cát Linh, quận Đống Đa, Hà Nội
Điện thoại: 024.35682701 - Fax: 024.35682702
Email (Ban biên tập): bbttoantuoitho@gmail.com
Email (Trị sự - Phát hành): tapchitoantuoitho@gmail.com
Website: http://www.toantuoitho.vn

ĐỐI TÁC ĐẠI DIỆN PHÍA NAM

Công ty cổ phần Đầu tư và Phát triển Giáo dục Phương Nam
231 Nguyễn Văn Cừ, Q.5, TP. Hồ Chí Minh
ĐT: 028.73035556, Email: thitruong@phuongnam.edu.vn

Trị sự - Phát hành:
TRỊNH THỊ TUYẾT TRANG,
NGUYỄN THỊ HUYỀN THANH, NGUYỄN THỊ HẢI ANH
Biên tập - Chế bản:
NGUYỄN QUANG TUẤN, VŨ THỊ MAI, ĐỖ TRUNG KIÊN
Mĩ thuật: **TRẦN NGỌC TRƯỜNG**

CHỊU TRÁCH NHIỆM XUẤT BẢN

Chủ tịch Hội đồng Thành viên NXBGD Việt Nam:
NGUYỄN ĐỨC THÁI
Tổng Giám đốc NXBGD Việt Nam:
HOÀNG LÊ BÁCH
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NXBGD Việt Nam:
PHAN XUÂN THÀNH

TRONG SỐ NÀY

Giải toán thế nào? 2
Chứng minh một số hệ thức lượng trong tam giác
Phan Đình Ánh

Rừng cười 4
Đi gì?
Trần Phương Nam

Đo trí thông minh 5
Thiếu số nào?
Đỗ Thị Thúy Ngọc

Sai ở đâu? Sửa cho đúng 7
Tồn tại hay không tồn tại?
Đỗ Quang Minh

Phá án cùng thám tử Sê Lốc Cốc 10
Món quà Tết kèm thử trí thông minh
Trần Phương Nam

Compa vui... tính 15
Trung điểm và trung trực
Phạm Tuấn Khải

Thách đấu 21
Trận đấu thứ một trăm sáu mươi tám
Đoàn Cát Nhơn

Dành cho các nhà toán học nhỏ 22
Phương trình nghiệm nguyên
(Tiếp theo kì trước)
Lê Anh Tuấn

Vào thăm Vườn Anh 28
Tìm các căn bệnh
Lê Thị Hoa

Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ 29
Kì 31
Võ Xuân Minh

Minh họa bìa 1: Nguyễn Thị Ngọc Thủy *(Công ty cổ phần Mĩ thuật và Truyền thông)*

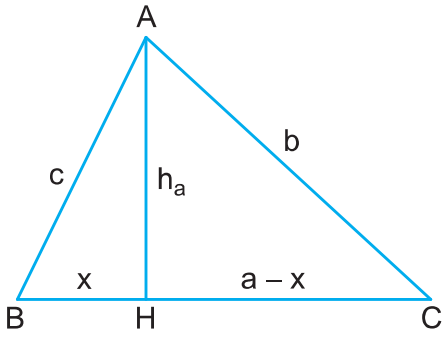


CHỨNG MINH MỘT SỐ HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

PHAN ĐÌNH ÁNH
Trường THCS Thạch Kim, Lộc Hà, Hà Tĩnh

Khi biết độ dài ba cạnh của một tam giác, ta có thể tính được độ dài các đường cao, đường trung tuyến, đường phân giác, diện tích và các góc của tam giác đó. Bài viết dưới đây chúng ta đi xây dựng các công thức trên khi cho tam giác ABC là tam giác nhọn có BC = a, AC = b, AB = c. Kí hiệu độ dài đường cao AH = h_a, đường trung tuyến AM = m_a, đường phân giác AD = d_a, nửa chu vi là p.

1. Công thức tính độ dài đường cao



Vì tam giác ABC là tam giác nhọn, AH ⊥ BC nên điểm H nằm giữa hai điểm B và C.

Đặt BH = x, khi đó CH = a – x.

Áp dụng định lí Pythagoras vào các tam giác AHB và AHC vuông tại H ta có

$$c^2 - x^2 = b^2 - (a-x)^2 \ (= h_a^2)$$

$$\Leftrightarrow c^2 - x^2 = b^2 - a^2 - x^2 + 2ax$$

$$\Rightarrow x = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2a}.$$

Khi đó $h_a^2 = c^2 - x^2 = c^2 - \left(\frac{c^2 + a^2 - b^2}{2a}\right)^2$

$$= \left(c - \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2a}\right)\left(c + \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2a}\right)$$

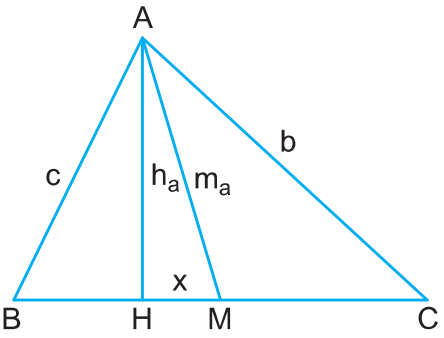
$$= \frac{b^2 - (a-c)^2}{2a} \cdot \frac{(a+c)^2 - b^2}{2a}$$

$$= \frac{(a+b+c)(b+c-a)(a+c-b)(a+b-c)}{4a^2}$$

$$= \frac{4p(p-a)(p-b)(p-c)}{a^2}$$

$$\Rightarrow h_a = \frac{2}{a}\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

2. Công thức tính độ dài đường trung tuyến



Không mất tổng quát giả sử AB ≤ AC.

Kết hợp với tam giác ABC là tam giác nhọn ta có điểm H trên đoạn thẳng BM.

Đặt HM = x khi đó $BH = \frac{a}{2} - x; CH = \frac{a}{2} + x.$

Áp dụng định lí Pythagoras vào các tam giác AHB và AHC vuông tại H ta có

$$c^2 - \left(\frac{a}{2} - x\right)^2 = b^2 - \left(\frac{a}{2} + x\right)^2 \ (= h_a^2)$$

$$\Rightarrow x = \frac{b^2 - c^2}{2a} \Rightarrow h_a^2 = c^2 - \left(\frac{a}{2} - \frac{b^2 - c^2}{2a}\right)^2.$$

Do đó $m_a^2 = h_a^2 + x^2$

$= c^2 - \left(\frac{a}{2} - \frac{b^2 - c^2}{2a}\right)^2 + \left(\frac{b^2 - c^2}{2a}\right)^2$

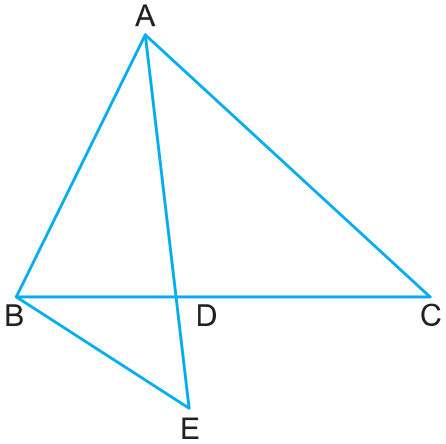
$= \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4} \Rightarrow m_a = \sqrt{\frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}}.$

3. Công thức tính độ dài đường phân giác

Trên nửa mặt phẳng bờ BC không chứa điểm A vẽ tia BE (E thuộc tia AD) sao cho $\widehat{CBE} = \widehat{BAD} = \widehat{CAD}$, khi đó ta có

$\Delta ADC \backsim \Delta BDE$ (g.g) $\Rightarrow BD.DC = AD.DE.$

$\Delta ABE \backsim \Delta ADC$ (g.g) $\Rightarrow AB.AC = AD.AE.$



Suy ra $AD^2 = AB.AC - BD.DC.$

Mặt khác $\frac{BD}{AB} = \frac{CD}{AC} = \frac{BC}{AB + AC}$

$\Rightarrow BD = \frac{AB.BC}{AB + AC}; CD = \frac{AC.BC}{AB + AC}.$

Do đó $AD^2 = bc\left(1 - \frac{a^2}{(b + c)^2}\right)$

$= \frac{bc(a + b + c)(b + c - a)}{(b + c)^2} = \frac{4bcp(p - a)}{(b + c)^2}$

$\Rightarrow d_a = \frac{2\sqrt{bcp(p - a)}}{b + c}.$

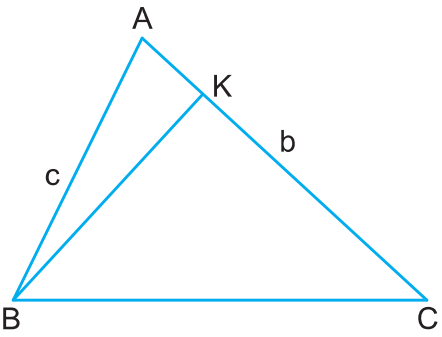
4. Công thức tính diện tích tam giác

Từ công thức tính độ dài đường cao

$h_a = \frac{2}{a}\sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)}.$

Suy ra $S = \frac{1}{2}h_a.a = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)}.$

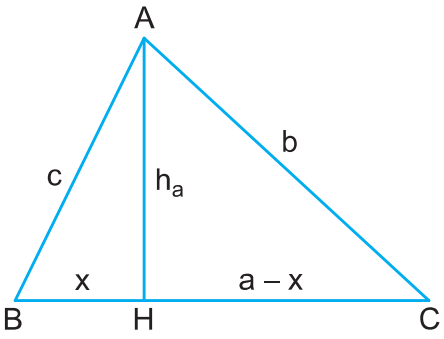
Đặc biệt, nếu biết độ dài 2 cạnh và số đo góc xen giữa ta kẻ $BK \perp AC$ ($K \in AC$) thì ta có



$BK = c.\sin A \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2}BK.AC = \frac{1}{2}bc.\sin A.$

Từ đó $S = \frac{1}{2}bc.\sin A = \frac{1}{2}ac.\sin B = \frac{1}{2}ab.\sin C.$

5. Công thức tính tỉ số lượng giác các góc của tam giác



Từ $x = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2a}$. Áp dụng hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông AHB ta có

$c.\cos B = x = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2a}$

$\Rightarrow \cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ac}$. Tương tự

$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}; \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}.$

Từ đó ta có $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A;$

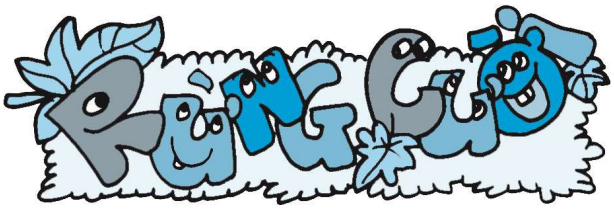
$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\cos B;$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos C.$

Sau khi tính được cosA, ta tính sinA, tanA, cotA dựa vào các công thức

$\sin^2 A + \cos^2 A = 1; \tan A = \frac{\sin A}{\cos A}; \cot A = \frac{\cos A}{\sin A}.$

Các bạn hãy tìm thêm các cách khác để chứng minh các công thức trên nhé.

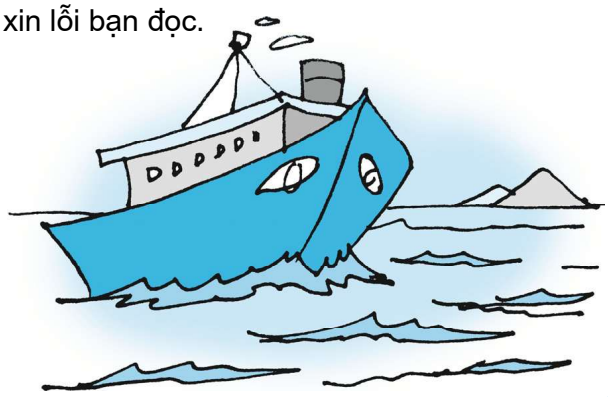


● Kì này Đi gì?

Đầu năm ôn các loại "đi"
Thử xem ai giỏi ta thì thưởng ngay
Đi gì đề khó loay hoay?
Đi gì trên biển dễ say vô cùng?
Đi gì nhìn ngắm ung dung?
Đi gì báo thức là vùng dậy luôn
Đi gì nét mặt thấy buồn
Đi gì sẽ thấy chủ hôn tưng bừng?
Đi gì đèn đỏ phải dừng?
Đi gì thực phẩm mua bưng về nhà?
Đi gì muốn thắng về ta?
Đi gì phải chọn đúng là một đôi?
Đi gì thấy dưới mây trôi?
Đi gì vào lớp để ngồi lắng nghe?
Đi gì phải bước trên hè?
Đi gì nón, mũ, ô che mái đầu?
Giải ra thấy chẳng khó đâu!
Kiên trì suy nghĩ dù lâu ra liền…

TRẦN PHƯƠNG NAM

Đính chính. Do sơ suất, dòng thơ thứ 6 trong kì trước "Loài chim nào?" đăng trong TTT2 số 202 đã bị in nhầm. Câu thơ đúng là: *"Chim gì mà cứ mùa hè hay kêu"*. Thành thật xin lỗi bạn đọc.





Kết quả **(TTT2 số 200+201)**

Đánh gì?

Đánh đàn trầm bổng âm thanh
Đánh cá quăng lưới biển xanh tháng ngày
Đánh bóng đồ vật sáng ngay
Đánh nhau không khéo mặt mày xưng lên
Đánh giặc bảo vệ chủ quyền
Đánh bạc tật xấu mà tiền dễ trôi
Đánh mất tiếc ngẩn ngơ ngồi
Đánh cờ chiếu tướng để rồi ăn quân
Đánh đu phải tập nhún chân
Đánh phấn trên má thêm phần đẹp ra
Đánh rơi bát vỡ giữa nhà
Đánh bóng không đỡ được là người ăn.

HONG HA®

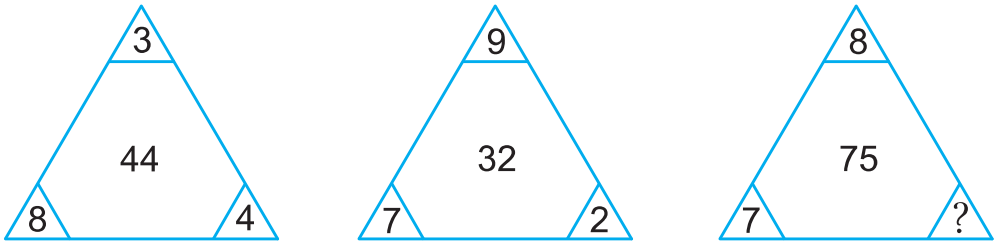
Nhận xét. Vua Tếu rất vui khi nhận được rất nhiều câu trả lời của các thần dân từ khắp nơi trên cả nước gửi về. Kì này chỉ có bốn thần dân được Vua Tếu ban thưởng: *Phạm Nguyễn Hưng Anh*, 6A2, THCS Mộc Lỵ, Thị trấn Mộc Châu, **Sơn La**; *Trần Hữu Nhân*, 6A, THCS Bình Thịnh, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Duy Anh*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Lê Mai Anh*, 7A1, THCS Trưng Vương, Đại Thịnh, Mê Linh, **Hà Nội**.

VUA TẾU



Kì này THIẾU SỐ NÀO?

Điền số còn thiếu vào ô có dấu "?".



ĐỖ THỊ THÚY NGỌC

Phòng Giáo dục Trung học, Sở GD&ĐT Ninh Bình

(Sưu tầm và giới thiệu)

Kết quả HÌNH CÓ BA SỐ NÀO? (TTT2 số 200+201)

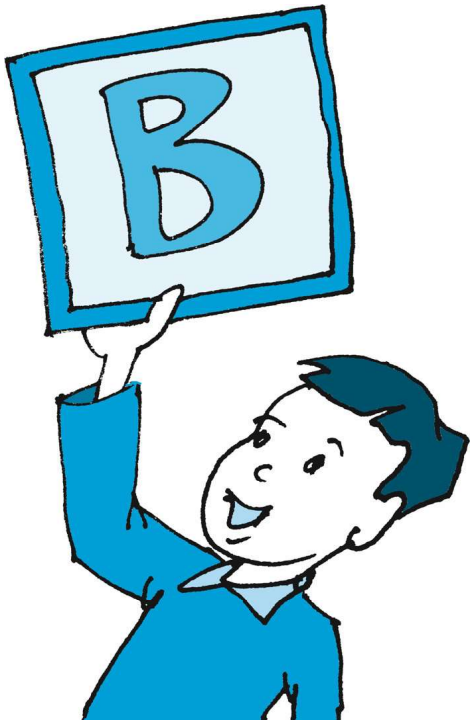
Quy luật. Theo mỗi hàng ngang, từ trái sang phải, các số thay đổi theo quy luật: Thêm 2, bớt 3, thêm 2. Theo mỗi cột dọc, từ trên xuống dưới, các số thay đổi theo quy luật: Bớt 3, thêm 2, bớt 3. Cũng có thể mô tả quy luật như sau: Theo mỗi hàng ngang, từ trái sang phải, hai số đầu hơn kém nhau 2 đơn vị, hai số sau hơn kém nhau 2 đơn vị. Theo mỗi cột dọc, từ trên xuống dưới, hai số đầu hơn kém nhau 3 đơn vị, hai số sau hơn kém nhau 3 đơn vị. Do đó hình cần điền vào chỗ trống là hình **B**.

HONG HA®

Nhận xét. Quy luật tương đối dễ, tất cả các bạn đều chọn phương án đúng nhưng lập luận chưa chặt chẽ. Nhiều bạn chỉ nhận xét quy luật theo hàng ngang.

Xin trao thưởng cho các bạn có nhận xét quy luật đầy đủ theo cả hàng ngang và cột dọc: *Ngô Minh Trang*, 6B, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thanh Nhàn*, 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong; *Nguyễn Quỳnh Anh*, 9C, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình; *Hà Thùy Dương*, 7C, THCS Hàn Thuyên, Lương Tài, **Bắc Ninh**; *Lê Hoàng Thảo Anh*, 8E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

Các bạn sau được tuyên dương: *Bạch Thái Sơn*, 7A1, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Trà My*, 9A, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Ngọc Trường Đan*, 8B, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Nguyễn Đức Học*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Nguyễn Thùy Dương*, 6A1, THCS Mộc Lỵ, Thị trấn Mộc Châu, **Sơn La**.



NGUYỄN XUÂN BÌNH



Các bạn hãy giải bài toán sau bằng tiếng Anh và gửi về tòa soạn nhé! Năm bạn có bài giải tốt nhất sẽ được nhận quà.

Problem 10(203). Find the last digit in the finite decimal representation of the number $\left(\frac{1}{5}\right)^{2020}$.

TS. ĐỖ ĐỨC THÀNH

Trường liên cấp Tiểu học và THCS Ngôi Sao Hà Nội

Kết quả

Problem 8(200+201).

Let $2^{13}+2^{10}+2^n=y^2$

$\Leftrightarrow 2^{10}(2^3+1)+2^n=y^2$

$\Leftrightarrow (2^5\times 3)^2+2^n=y^2$

$\Leftrightarrow 2^n=y^2-96^2=(y-96)(y+96).$

Thus, each of $y+96$ and $y-96$ should be a power of 2. Since they differ by 192, we have

$y+96=256=2^8$

$y-96=64=2^6$.

The only solution is $n=8+6=14$.



Nhận xét. Chúc mừng các bạn sau đã có lời giải tốt được thưởng kì này: *Nguyễn Huy Hoàng Sơn*, 6A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thị Hoài An*, 8B; *Ngô Thị An Bình*, 8E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**; *Hoàng Anh Khôi*, 7C1, THCS Archimedes Academy, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**.

Các bạn sau có lời giải đúng được tuyên dương: *Nguyễn Phạm Thanh Nga*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Trần Ngọc Hữu*, 9/1, THCS Lý Tự Trọng, Tiên Kỳ, Tiên Phước, **Quảng Nam**.

ĐỖ ĐỨC THÀNH



TỒN TẠI HAY KHÔNG TỒN TẠI?

ĐỖ QUANG MINH
Trường THCS Nguyễn Bá Ngọc, An Xuân, Tuy An, Phú Yên

Bài toán. Cho $a>0, b>0$ thỏa mãn $a^2+b^2=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P=(1+a)\left(a+\frac{1}{b}\right)+(1+b)\left(b+\frac{1}{a}\right).$$

Một bạn học sinh đã có lời giải như sau:

$$P=a^2+b^2+a+b+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$$

$$=1+\left(a+\frac{1}{a}\right)+\left(b+\frac{1}{b}\right)+\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)$$

$$\geq 1+2+2+2=7.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a=\dfrac{1}{a} \\ b=\dfrac{1}{b} \\ \dfrac{a}{b}=\dfrac{b}{a} \\ a^2+b^2=1;\ a>0;\ b>0 \end{cases}$$ hệ này vô nghiệm.

Vậy biểu thức P không tồn tại giá trị nhỏ nhất.

Các bạn có đồng ý với cách suy luận như trên không? Nếu không hãy sửa lại cho đúng.

Kết quả **(TTT2 số 200+201)**

PHƯƠNG TRÌNH CÓ NGHIỆM HAY KHÔNG?

Lời giải sai lầm ở chỗ:

$$\text{ĐKXĐ: } \begin{cases} (x-1)^2(x+2017)\leq 0 \\ x+2016\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\leq -2017 \\ x\geq -2016. \end{cases}$$

Lời giải đúng: Ta chỉ cần sửa lại phép biến đổi

$$\begin{cases} (x-1)^2(x+2017)\leq 0 \\ x+2016\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\leq -2017 \\ x=1 \\ x\geq -2016 \end{cases} \Leftrightarrow x=1.$$

Thay $x=1$ vào phương trình thỏa mãn.

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x=1$.

HONG HA

Nhận xét. Bài toán này được rất nhiều học sinh tham gia giải, hầu hết đều có phát hiện đúng và giải lại tốt, có một số ít lời giải lại chưa thật chặt chẽ. Các bạn sau có lời giải tốt, đầy đủ, chặt chẽ được thưởng kì này: *Nguyễn Trung Kiên*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Chi Mai*, 8G, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Nguyễn Phạm Thanh Nga*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Thu Trang*, 9B, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, **Nam Định**; *Nguyễn Hải Yến Nhi*, 8A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**.

Các bạn sau phát hiện ra sai lầm tuy nhiên trình bày chưa thật đẹp, được khen: *Nguyễn Ngọc Anh*; *Nguyễn Kim Trung Đức*, 9A, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình, **Bắc Ninh**; *Đinh Xuân Linh,* 8A; *Nguyễn Lê Hưng*, 9D; *Phan Hữu Cường*, 7B THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Phạm Ngọc Trinh*, 9B, THCS Hồ Xuân Hương, Quỳnh Lưu, **Nghệ An**; *Vũ Đình Hoàng*; *Trương Đức Tài*; *Nguyễn Mạnh Hùng*, 9A3, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**; *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân; *Lê Thị Diệu Thúy*, 9A, THCS Bình Thịnh, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Minh Thái,* 7D, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, **Nam Định**.

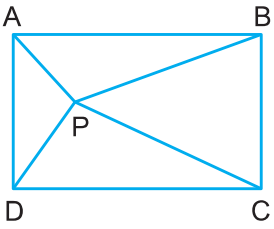
VI MẠNH TƯỜNG

ĐỀ THI IMC 2019 - LỚP 8

VÕ QUỐC BÁ CẨN
Trường Archimedes Academy, Q. Cầu Giấy, Hà Nội
(Sưu tầm và dịch)

Phần I. Chọn đáp án đúng *(mỗi câu hỏi được 5 điểm, tổng điểm là 40)*

1. Cho P là một điểm bất kì nằm bên trong hình chữ nhật ABCD. Nối các đoạn thẳng PA, PB, PC, PD tạo ra bốn tam giác PAB, PBC, PCD và PDA. Hỏi khẳng định nào trong các khẳng định dưới đây là đúng?



1. $S_{PAB} + S_{PAD} = S_{PBC} + S_{PCD}$.
2. $S_{PAB} + S_{PCD} = S_{PBC} + S_{PAD}$.
3. If $S_{PAB} = S_{PCD}$, then $S_{PAD} = S_{PBC}$.
4. If $S_{PAB} = S_{PBC}$, then $S_{PAD} = S_{PCD}$.

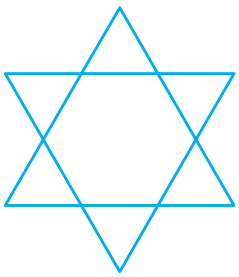
A. 1; B. 2; C. 1 và 3; D. 2 và 4.

2. Cho $\dfrac{xy+xz}{x+y+z} = 2$, $\dfrac{yz+xy}{x+y+z} = 3$ và $\dfrac{xz+yz}{x+y+z} = 4$.

Tính giá trị của tổng $\dfrac{2}{x} + \dfrac{3}{y} + \dfrac{4}{z}$.

A. 1; B. 2; C. 3; D. 4.

3. Một chiếc huy hiệu hình lục giác được tạo bởi hai tam giác đều có cạnh là 1 đơn vị, trong đó 6 giao điểm là các điểm chia từng cạnh của tam giác đều thành ba phần bằng nhau như trong hình vẽ bên dưới. Hỏi diện tích của chiếc huy hiệu hình lục giác là bao nhiêu đơn vị vuông?



A. $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$; B. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$; C. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$; D. $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$.

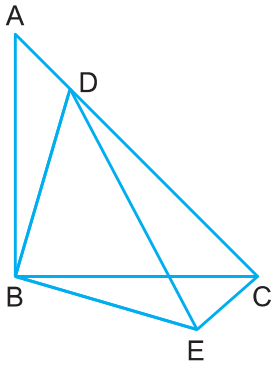
4. Một chiếc hộp chứa bốn quả bóng tennis giống nhau về kích cỡ và cấu tạo. Mỗi quả bóng sẽ được đánh dấu bởi một trong 4 số 1, 2, 3 hoặc 4. Hai quả bóng tennis được lấy ra lần lượt một cách ngẫu nhiên từ chiếc hộp, và sau mỗi lần quả bóng được lấy ra không được đặt lại vào trong hộp. Tính xác suất để tích của các số ghi trên hai quả bóng được lấy ra là số lẻ.

A. $\dfrac{1}{16}$; B. $\dfrac{1}{12}$; C. $\dfrac{1}{8}$; D. $\dfrac{1}{6}$.

5. Hai địa điểm cách nhau 999 km. Trên con đường nối hai địa điểm, cứ sau 1 km thì người ta cắm một biển báo, và hai số tự nhiên được viết trên mỗi biển báo cho chúng ta biết khoảng cách từ chỗ biển báo đến điểm xuất phát và đến điểm cuối con đường. Hỏi có bao nhiêu tấm biển báo mà để viết các số trên đó người ta sử dụng đúng hai chữ số khác nhau (ví dụ như biển số 990; 9)?

A. 9; B. 11; C. 32; D. 38.

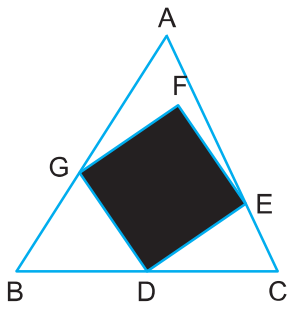
6. Trong hình vẽ bên dưới, tam giác ABC vuông tại B, điểm D nằm trên cạnh AC. Sau khi xoay tam giác ABD quanh đỉnh B một góc 90° theo chiều kim đồng hồ, ta được tam giác CBE. Nếu AB = 4 và AD : DC = 1 : 3 thì độ dài của DE là bao nhiêu?



A. $3\sqrt{2}$; B. $2\sqrt{5}$; C. $\dfrac{5}{2}\sqrt{5}$; D. $4\sqrt{2}$.

7. Hình vuông DEFG nằm trong tam giác ABC như trong hình vẽ bên dưới, trong đó các điểm G, D, E lần lượt nằm trên các cạnh AB, BC, CA. F là một điểm nằm trong tam giác, D là trung điểm cạnh BC. Biết rằng AG = 7, BG = 6, AE = 8, CE = 3.

Tính diện tích của phần không được tô đen ở trong hình vẽ bên dưới.



A. $6\sqrt{30}$; B. $\frac{37}{2}\sqrt{3}$; C. 33; D. 37.

8. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$\sqrt{x^2+4}+\sqrt{(12-x)^2+9}$.

A. $2+3\sqrt{17}$; B. $3+2\sqrt{37}$;

C. 13; D. $2\sqrt{10}+3\sqrt{5}$.

Phần II. Điền đáp số *(mỗi câu hỏi được 5 điểm, tổng điểm là 40)*

9. Rút gọn biểu thức: $\sqrt{(n+2)(n+1)n(n-1)+1}$.

10. Giải phương trình:

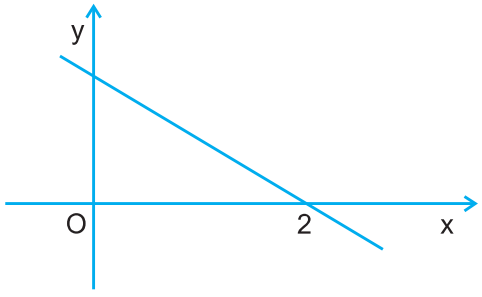
$$\frac{2x+5}{3}+\frac{3}{2x+5}=\frac{1-x}{2}+\frac{2}{1-x}.$$

11. Quay đường thẳng đi qua hai điểm A(–1, 1), B(2, –3) quanh điểm B một góc 60° theo chiều kim đồng hồ. Viết phương trình của đường thẳng thu được.

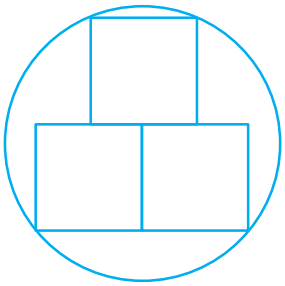
12. Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2ax - a + 2b = 0$ (ẩn x) trong đó a, b là các số thực. Biết rằng, với mọi giá trị của a, phương trình luôn có nghiệm thực. Tìm tất cả các giá trị của b.

13. Nếu ba cạnh a, b, c của tam giác ABC thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 + 338 = 10a + 24b + 26c$, thì độ dài của đường cao ứng với cạnh lớn nhất của tam giác là bao nhiêu?

14. Đồ thị của hàm số bậc nhất $y = kx + b$ có dạng như trong hình vẽ bên dưới. Tìm tất cả các giá trị của *x* thỏa mãn bất phương trình $k(x - 3) + b > 0$.



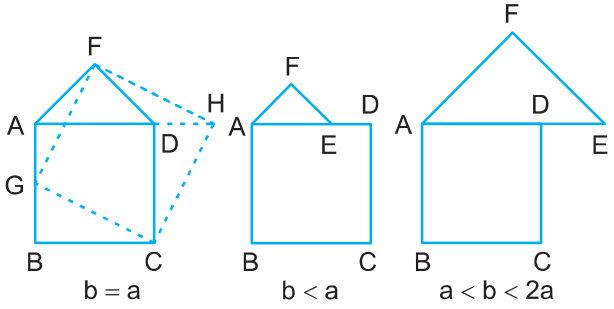
15. Trong hình vẽ bên dưới, ba hình vuông giống nhau được xếp vào trong một hình tròn có bán kính 1 đơn vị, tính chiều dài cạnh của hình vuông.



16. Cạnh của hình vuông ABCD có độ dài 5 đơn vị, điểm E nằm trên cạnh BC sao cho BE = 2. P là một điểm nằm trên đường chéo BD sao cho giá trị của PE + PC là nhỏ nhất có thể. Tính độ dài của PB.

Phần III. Tự luận *(mỗi câu được 10 điểm, tổng điểm là 20)*

17. Cạnh của hình vuông ABCD là a đơn vị, AE = b (trong đó $b < 2a$) là độ dài của cạnh huyền của tam giác vuông cân FAE (đỉnh F), cạnh AD và cạnh AE nằm trên nhau. Mark nhận ra rằng khi b = a như trong hình 1 thì với việc lấy G là trung điểm của cạnh AB, ta có thể tạo được hình vuông FGHC bằng cách nối các đoạn thẳng FG, CG và cắt đi các tam giác FAG và GBC rồi ghép lại như trong hình (mảnh tam giác FAG được ghép thành tam giác FDH, mảnh tam giác GBC được ghép thành tam giác HDC). Biết rằng ta cũng có thể tạo được các hình vuông mới trong hình 2 và hình 3 bằng cách giống với cách Mark vừa làm ở hình 1 (bằng cách cắt và ghép hình). Hỏi để hình mới được cắt và ghép ra là một hình vuông thì tỉ lệ $\frac{BG}{AE}$ ở các hình 2 và 3 là bao nhiêu?

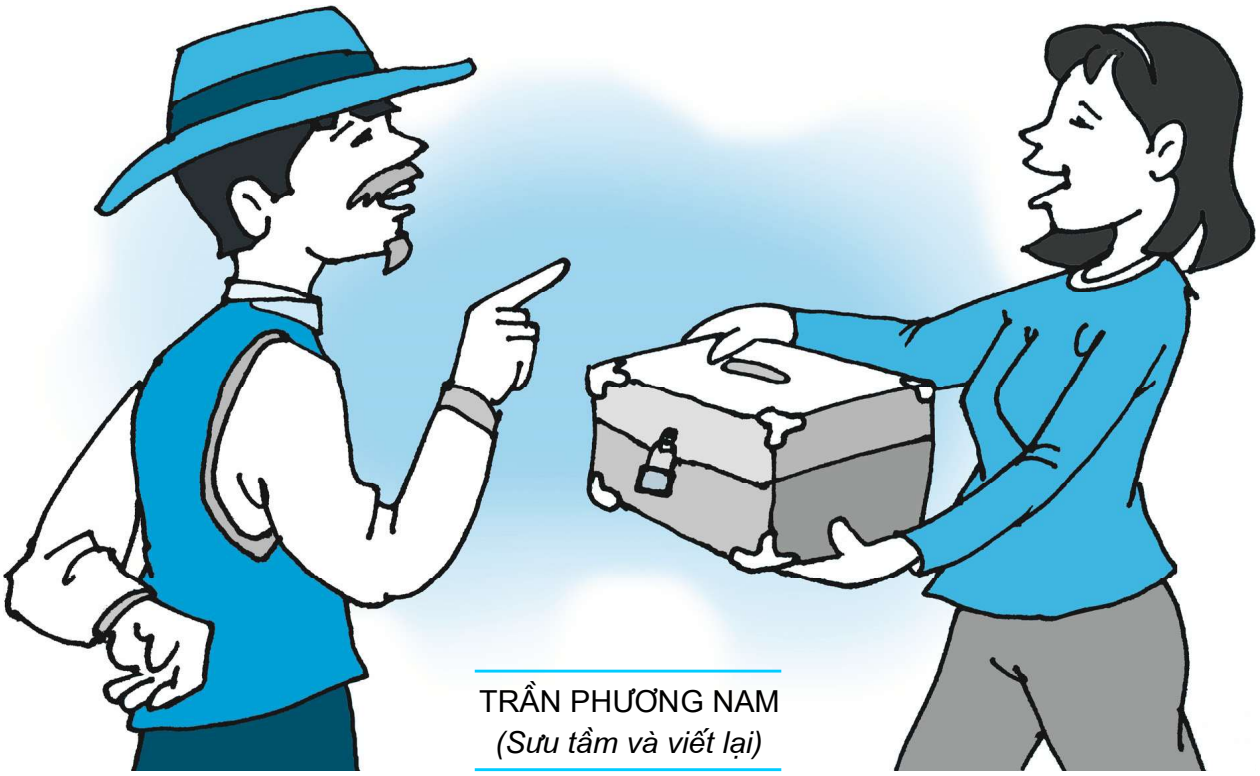


Hình 1 *Hình 2* *Hình 3*

18. Biết rằng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $y = \frac{x+1}{x^2+3}$ $(x \in \mathbb{R})$ lần lượt là a và b, tính tổng a + b.



MÓN QUÀ TẾT
KÈM THỬ TRÍ THÔNG MINH



TRẦN PHƯƠNG NAM
(Sưu tầm và viết lại)

Nhân dịp chuẩn bị đón năm mới, tôi đến chơi nhà thám tử Sê Lốc Cốc. Vừa nhìn thấy tôi, thám tử đã cười:

- Lại định kiếm một vụ án để thử tài các bạn nhỏ yêu Toán Tuổi thơ phải không?

Tôi cũng cười theo:

- Quả là như vậy... thưa thám tử.

Sê Lốc Cốc mời tôi dùng một cốc trà như mọi khi rồi nhìn tôi nói:

- Thám tử đâu chỉ là phá án mà còn phải dùng tư duy của mình để giải quyết những tình huống của cuộc sống. Lần này sẽ không có một vụ án nào cả nhé! Nhưng đừng vội thất vọng. Hi vọng câu chuyện lần này cũng hấp dẫn không kém việc tìm ra thủ phạm của một vụ án.

Nghe thám tử nói mà tôi chưa kịp hiểu điều gì thì Sê Lốc Cốc đã kể:

- Cũng vào dịp này năm trước tôi đến chơi nhà một bạn gái. Ra mở cửa mời tôi vào phòng khách, cô ta vừa đi vừa nói: "May quá! Anh đến thật đúng lúc...". Cô ta lấy một chiếc hộp có khóa đang để trên bàn đưa cho tôi. Ngắm chiếc hộp đẹp với một chiếc khóa xinh xắn tôi chưa hiểu ý cô bạn định nói câu chuyện gì. Tôi hỏi: "Có chuyện gì ở chiếc hộp này sao?". Cô bạn nói một mạch: "Đây là quà của bạn em gửi tặng nhân dịp đón năm mới. Bạn bí mật món quà trong hộp. Nhưng hộp lại khóa thế này mà bạn ấy không gửi chìa. Bạn ấy chỉ điện thoại bảo em đừng có phá cái hộp đẹp này và phá cả cái khóa này... Em chưa biết cách nào để có thể mở được chiếc hộp. Đang loay hoay suy nghĩ thì anh đến. Phải có bộ óc như anh thì mới có thể giúp em được!". Tôi cười: "Tất nhiên anh

có thể mở cái khóa này bằng cách riêng của anh mà chiếc khóa cũng như chiếc hộp hoàn toàn nguyên vẹn...". Nghe nói đến thế là cô bạn đã reo lên: "Chắc anh có bí quyết để mở khóa?". Tôi nhẹ nhàng: "Anh sẽ không chạm tới chiếc khóa này nhưng vẫn giúp em mở được. Nhà em có chiếc khóa nào cũng nhỏ như chiếc khóa này không? Anh sẽ dùng chiếc khóa của em khóa thêm vào chiếc hộp và chiếc hộp sẽ bị khóa bởi 2 chiếc khóa!" Nghe tôi nói thế, cô bạn ngạc nhiên: "Em nhờ anh mở khóa mà anh lại còn khóa thêm chiếc hộp bằng chiếc khóa của em nữa sao?". Mặc dù băn khoăn nhưng cô bạn vẫn chạy đi lấy một chiếc khóa có cả chìa còn đang cắm trong ổ khóa. Tôi đã dùng chiếc khóa đó khóa thêm vào chiếc hộp rồi nói với cô ta.

Nghe tôi nói xong, cô ta khoái chí reo lên: "Đúng là Sê Lốc Cốc tài ba!".

Nào... anh bạn có biết tôi nói gì với cô ấy không?

Tôi lập tức suy nghĩ để đoán câu nói đó. Thám tử cười:

- Có thể anh cũng sẽ nghĩ ra thôi... Nhưng cứ đăng lên Toán Tuổi thơ để xem các bạn nhỏ của chúng ta có nghĩ ra được không nhé! Người gửi món quà cho cô bạn mình đã gửi kèm cho cô ấy một "bài toán" khá thú vị đấy!

Câu chuyện kì này chỉ có thế thôi... Tôi cũng đã đoán ra câu nói của thám tử. Còn các bạn? Hãy gửi ngay câu nói đó về Toán Tuổi thơ để nhận được món quà đầu năm nhé!

Kết quả **(TTT2 số 200+201)**

THỦ PHẠM VỤ CƯỚP NGÂN HÀNG

Nếu chúng ta để ý kĩ sẽ thấy khoảng thời gian vụ cướp ngân hàng xảy ra là buổi chiều. Thế mà John lại trả lời với cảnh sát trưởng thị trấn rằng: *"Lúc ấy tôi đang xem hoa quỳnh nở. Tôi còn chụp ảnh bên bông hoa để làm kỉ niệm. Tôi có bằng chứng là tấm ảnh này với thời gian chụp còn lưu trên ảnh. Thời gian này trùng với thời gian vụ cướp xảy ra"*. Chúng ta đều biết rằng hoa quỳnh (tên chính xác là "chi quỳnh") là một loài cây thuộc họ xương rồng, có nguồn gốc từ Trung Mỹ. Hoa quỳnh chỉ nở vào ban đêm (khoảng 8 - 9 giờ tối) nên được mệnh danh là nữ hoàng bóng đêm. Do vậy John không thể xem hoa quỳnh nở vào buổi chiều được. Không những vậy John còn rất "cao tay" khi đưa ra bằng chứng là bức ảnh chụp bông hoa quỳnh. Thực chất anh ta đã chụp ảnh bông hoa từ trước, rồi chỉnh sửa thời gian chụp thành buổi chiều, sau đó chỉnh sửa độ sáng của ảnh để giống như ảnh chụp ban ngày. Rõ ràng John đã lên kế hoạch từ trước cho vụ cướp ngân hàng, nhưng không qua nổi con mắt "nhà nghề" của thám tử Sê Lốc Cốc. Vậy thủ phạm không ai khác chính là anh chàng John.

Nhận xét. Kì này có rất nhiều "thám tử Tuổi Hồng" tham gia phá án, tuy nhiên số lượng thám tử chỉ ra đầy đủ những chứng cứ thuyết phục thì chưa nhiều. Các bạn sau được nhận quà của thám tử Sê Lốc Cốc: *Nguyễn Minh Trí*, 6A4, THCS Ngô Sĩ Liên, Q. Hoàn Kiếm, **Hà Nội**; *Tô Nam Phương*, 6A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Minh Thái*, 7D, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, **Nam Định**; *Hà Việt Anh*, 6A5, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**; *Vương Thị Thùy Trang*, 9D, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

Các "thám tử nhí" sau cũng rất đáng khen: *Nguyễn Ngân Giang*, *Nguyễn Tiến Đạt*, *Bùi Hồng Hà*, 7A2, THCS Trưng Vương, Đại Thịnh, Mê Linh, **Hà Nội**; *Lê Hương Thảo*, 6C, THCS Hàn Thuyên, Lương Tài; *Đinh Hoàng Thái Sơn*, 9A, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình, **Bắc Ninh**; *Bạch Thái Sơn*, 7A1, THCS Vĩnh Yên, Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Đoàn Cát Thảo Nguyên*, 6B, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

Thám tử Sê Lốc Cốc

NHỮNG YÊU CẦU CẦN ĐẠT Ở LỚP 6

MẠCH KIẾN THỨC "HÌNH HỌC VÀ ĐO LƯỜNG"

1. Hình học trực quan

Các hình phẳng trong thực tiễn

+ Tam giác đều, hình vuông, lục giác đều

- Nhận dạng được tam giác đều, hình vuông, lục giác đều.
- Mô tả được một số yếu tố cơ bản (cạnh, góc, đường chéo) của: tam giác đều (ví dụ: ba cạnh bằng nhau, ba góc bằng nhau); hình vuông (ví dụ: bốn cạnh bằng nhau, mỗi góc là góc vuông, hai đường chéo bằng nhau); lục giác đều (ví dụ: sáu cạnh bằng nhau, sáu góc bằng nhau, ba đường chéo chính bằng nhau).
- Vẽ được tam giác đều, hình vuông bằng dụng cụ học tập.
- Tạo lập được lục giác đều thông qua việc lắp ghép các tam giác đều.

+ Hình chữ nhật, hình thoi, hình bình hành, hình thang cân

- Mô tả được một số yếu tố cơ bản (cạnh, góc, đường chéo) của hình chữ nhật, hình thoi, hình bình hành, hình thang cân.
- Vẽ được hình chữ nhật, hình thoi, hình bình hành bằng các dụng cụ học tập.
- Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với việc tính chu vi và diện tích của các hình đặc biệt nói trên (ví dụ: tính chu vi hoặc diện tích của một số đối tượng có dạng đặc biệt nói trên,...).

Tính đối xứng của hình phẳng trong thế giới tự nhiên

+ Hình có trục đối xứng

- Nhận biết được trục đối xứng của một hình phẳng.
- Nhận biết được những hình phẳng trong tự nhiên có trục đối xứng (khi quan sát trên hình ảnh 2 chiều).

+ Hình có tâm đối xứng

- Nhận biết được tâm đối xứng của một hình phẳng.
- Nhận biết được những hình phẳng trong thế giới tự nhiên có tâm đối xứng (khi quan sát trên hình ảnh 2 chiều).

+ Vai trò của đối xứng trong thế giới tự nhiên

- Nhận biết được tính đối xứng trong Toán học, tự nhiên, nghệ thuật, kiến trúc, công nghệ chế tạo,...
- Nhận biết được vẻ đẹp của thế giới tự nhiên biểu hiện qua tính đối xứng (ví dụ: nhận biết vẻ đẹp của một số loài thực vật, động vật trong tự nhiên có tâm đối xứng hoặc có trục đối xứng).

2. Hình học phẳng

Các hình hình học cơ bản

+ Điểm, đường thẳng, tia

- Nhận biết được những quan hệ cơ bản giữa điểm, đường thẳng: điểm thuộc đường thẳng, điểm không thuộc đường thẳng; tiên đề về đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt.
- Nhận biết được khái niệm hai đường thẳng cắt nhau, song song.
- Nhận biết được khái niệm ba điểm thẳng hàng, ba điểm không thẳng hàng.
- Nhận biết được khái niệm điểm nằm giữa hai điểm.
- Nhận biết được khái niệm tia.

+ Đoạn thẳng. Độ dài đoạn thẳng

Nhận biết được khái niệm đoạn thẳng, trung điểm của đoạn thẳng, độ dài đoạn thẳng.

+ Góc. Các góc đặc biệt. Số đo góc

- Nhận biết được khái niệm góc, điểm trong của góc (không đề cập đến góc lõm).
- Nhận biết được các góc đặc biệt (góc vuông, góc nhọn, góc tù, góc bẹt).
- Nhận biết được khái niệm số đo góc.

3. Thực hành trong phòng máy tính với phần mềm toán học (nếu nhà trường có điều kiện thực hiện)

- Sử dụng phần mềm để hỗ trợ việc học các kiến thức hình học.
- Thực hành sử dụng phần mềm để vẽ hình và thiết kế đồ hoạ liên quan đến các khái niệm: tam giác đều, hình vuông, hình chữ nhật, hình thoi, hình bình hành, hình thang cân, hình đối xứng.

MẠCH KIẾN THỨC "THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT"

1. Một số yếu tố thống kê

Thu thập và tổ chức dữ liệu

+ Thu thập, phân loại, biểu diễn dữ liệu theo các tiêu chí cho trước

- Thực hiện được việc thu thập, phân loại dữ liệu theo các tiêu chí cho trước từ những nguồn: bảng biểu, kiến thức trong các môn học khác.
- Nhận biết được tính hợp lí của dữ liệu theo các tiêu chí đơn giản.

+ Mô tả và biểu diễn dữ liệu trên các bảng, biểu đồ

- Đọc và mô tả thành thạo các dữ liệu ở dạng: bảng thống kê; biểu đồ tranh; biểu đồ dạng cột/cột kép (*column chart*).
- Lựa chọn và biểu diễn được dữ liệu vào bảng, biểu đồ thích hợp ở dạng: bảng thống kê; biểu đồ tranh; biểu đồ dạng cột/cột kép (*column chart*).

Phân tích và xử lí dữ liệu

Hình thành và giải quyết vấn đề đơn giản xuất hiện từ các số liệu và biểu đồ thống kê đã có

- Nhận ra được vấn đề hoặc quy luật đơn giản dựa trên phân tích các số liệu thu được ở dạng: bảng thống kê; biểu đồ tranh; biểu đồ dạng cột/cột kép (*column chart*).
- Giải quyết được những vấn đề đơn giản liên quan đến các số liệu thu được ở dạng: bảng thống kê; biểu đồ tranh; biểu đồ dạng cột/cột kép (*column chart*).
- Nhận biết được mối liên hệ giữa thống kê với những kiến thức trong các môn học trong Chương trình lớp 6 (ví dụ: Lịch sử và Địa lí lớp 6, Khoa học tự nhiên lớp 6,...) và trong thực tiễn (ví dụ: khí hậu, giá cả thị trường,...).

2. Một số yếu tố xác suất

+ Làm quen với một số mô hình xác suất đơn giản. Làm quen với việc mô tả xác suất (thực nghiệm) của khả năng xảy ra nhiều lần của một sự kiện trong một số mô hình xác suất đơn giản

- Làm quen với mô hình xác suất trong một số trò chơi, thí nghiệm đơn giản (ví dụ: ở trò chơi tung đồng xu thì mô hình xác suất gồm hai khả năng ứng với mặt xuất hiện của đồng xu,...).
- Làm quen với việc mô tả xác suất (thực nghiệm) của khả năng xảy ra nhiều lần của một sự kiện trong một số mô hình xác suất đơn giản.

+ Mô tả xác suất (thực nghiệm) của khả năng xảy ra nhiều lần của một sự kiện trong một số mô hình xác suất đơn giản

Sử dụng được phân số để mô tả xác suất (thực nghiệm) của khả năng xảy ra nhiều lần thông qua kiểm đếm số lần lặp lại của khả năng đó trong một số mô hình xác suất đơn giản.

3. Thực hành trong phòng máy tính với phần mềm toán học (nếu nhà trường có điều kiện thực hiện)

Sử dụng được phần mềm để vẽ biểu đồ tranh; biểu đồ dạng cột/cột kép.

TTT *(Tổng hợp)*

Nguồn: Bộ Giáo dục và Đào tạo

Chữ & Chữ số

Kì này KÌ 47

Nhân dịp năm mới, biết rằng $\overline{CANH}$ là số chính phương, bạn hãy thay các chữ cái khác nhau bởi các chữ số khác nhau sao cho

$$\overline{CANH} + \overline{TY} = 2020.$$

LÊ ANH TUẤN *(Quỳnh Đôi, Quỳnh Lưu, Nghệ An)*

Kết quả KÌ 45 (TTT2 số 200+201)

Phân tích 99999 ra tích của hai số có ba chữ số $99999 = 3^2 \times 41 \times 271 = 369 \times 271$

$= 123 \times 813 = \overline{THO} \times \overline{VAN}$.

Vì các chữ khác nhau biểu diễn các chữ số khác nhau nên ta có hai đáp số $\overline{THO} = 369$; $\overline{VAN} = 271$ hoặc $\overline{THO} = 271$; $\overline{VAN} = 369$.

HONG HA

Nhận xét. Các bạn sau đây giải đúng và được thưởng kì này: *Lê Mai Anh,* 7A1, THCS Trưng Vương, Mê Linh, **Hà Nội**; *Nguyễn Đức Dũng*, 6E, THCS Trần Mai Ninh, TP. Thanh Hóa, **Thanh Hóa**; *Hoàng Minh Vũ*, 7D, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Võ Trần Ngọc Hữu*, 9/1, THCS Lý Tự Trọng, Tiên Phước, **Quảng Nam**; *Trần Trung Phúc*, 8A4, THCS Ngô Gia Tự, Hồng Bàng, **Hải Phòng**.

Các bạn sau được khen: *Quản Tiến Anh; Nguyễn Thị Trà Giang*, 7A3; *Hà Quang Tùng*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Nguyễn Mạnh Hùng*, 9A3; *Vũ Trà My*, 7A1, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**; *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**; *Đặng Quang Huy*, 8G; *Nguyễn Lê Hưng*, 9D; *Nguyễn Văn Khải*, 8G; *Đinh Xuân Linh*, 8A; *Phan Quang Triết*, 7B, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Nguyễn Trung Kiên*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong; *Lê Công Nam,* 9A, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Minh Trí*, 6A4, THCS Ngô Sĩ Liên, Q. Hoàn Kiếm, **Hà Nội**.

TTT

(Tiếp theo trang 27)

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI...

Bài 5. Trước hết ta chứng minh mọi cách chọn 2000 ô trên bảng đã cho luôn tồn tại một bảng con 2×2 chứa đúng 1 trong 2000 ô này.

Thật vậy, vì số hàng lớn hơn số ô nên tồn tại hai hàng liền nhau H1, H2 mà H1 không chứa ô nào và H2 có chứa ít nhất một ô đã chọn. Vì số cột cũng lớn hơn số ô được chọn nên tồn tại hai ô A, B cạnh nhau trên H2 mà có đúng một ô đã chọn. Gọi C, D là 2 ô nằm trên H1 và cùng cột với A, B. Bảng con gồm 4 ô A, B, C, D chỉ có đúng một ô được chọn.

Giả sử ta có thể thu được bảng gồm đúng 2000 ô màu đỏ sau hữu hạn lần đổi màu. Khi đó theo chứng minh trên, tồn tại một bảng con 2×2 chứa đúng một ô màu đỏ, 3 ô màu xanh.

Vì ở trạng thái ban đầu tất cả các bảng con 2×2 đều gồm 4 ô màu xanh nên mỗi lần đổi màu hàng hoặc cột số ô màu đỏ và số ô màu xanh trong bảng vuông 2×2 luôn luôn là số chẵn. Do đó không thể thu được một bảng vuông con 2×2 có 1 ô màu đỏ và 3 ô màu xanh (vô lí).

Vậy không thể thu được một bảng chứa đúng 2000 ô màu đỏ sau hữu hạn lần đổi màu.



Kì này TRUNG ĐIỂM VÀ TRUNG TRỰC

Bài toán. Cho tam giác ABC cân tại A, D và E thay đổi trên AB và AC sao cho AD + AE = AB. Vui nói rằng trung điểm của DE nằm trên 1 đường thẳng cố định, Vẻ nói thêm trung trực của DE đi qua một điểm cố định, điểm cố định này cùng với ba điểm A, D, E nằm trên một đường tròn.

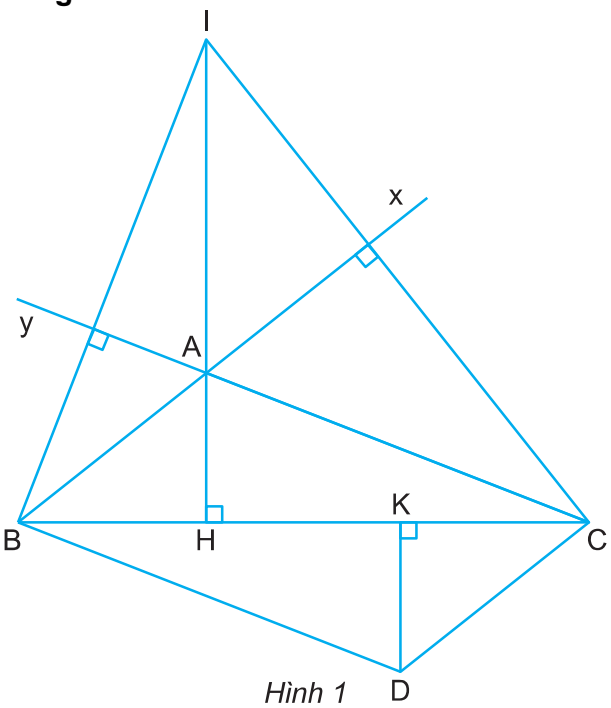
Bạn hãy cho biết: Ai đúng? Ai sai?

PHẠM TUẤN KHẢI *(Hà Nội)*

Kết quả **(TTT2 số 200+201)**

DỰNG ĐƯỜNG CAO THẾ NÀO?

Lời giải.



Hình 1

Phân tích *(Hình 1)*: Vì tam giác ABC là tam giác tù nên trực tâm I nằm ngoài tam giác ABC. Vẽ hình bình hành ABDC thì BD ⊥ BI và CD ⊥ CI.

Kẻ DK vuông góc với BC.

Dễ thấy ΔAHB = ΔDKC nên BH = CK.

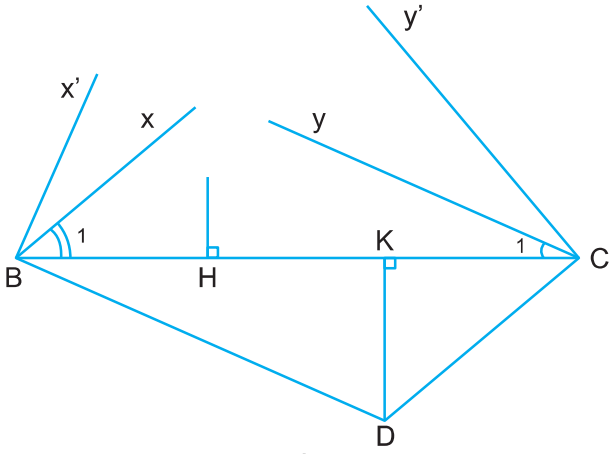
Từ đó ta có cách dựng như sau *(Hình 2)*:

Do các góc B và C của tam giác ABC đều nhỏ hơn 90° nên ta vẽ trong nửa mặt phẳng bờ BC chứa điểm A các tia Bx' và Cy' sao cho $\widehat{CBx'} = 90^o - \widehat{C_1}$; $\widehat{BCy'} = 90^o - \widehat{B_1}$.

Đường vuông góc với Bx' tại B và đường vuông góc với Cy' tại C cắt nhau ở D.

Hạ BK ⊥ BC (K ∈ BC).

Trên tia BC lấy điểm H sao cho BH = CK. Điểm H đó là hình chiếu của A trên BC.



Hình 2

Ta cũng có thể giải bài toán trên theo phép đối xứng trục như sau.

Từ B và C dựng các đường thẳng đối xứng với BA qua BC và đường thẳng đối xứng với CA qua BC.

Giao điểm của chúng là A', khi đó A' đối xứng với A qua BC nên AA' vuông góc với BC. AA' cắt BC tại H, khi đó H là chân đường vuông góc hạ từ A xuống BC.

HONG HA

Nhận xét. Các bạn sau đây có lời giải đúng, được thưởng: *Võ Trần Ngọc Hải*, 9/1, THCS Lý Tự Trọng, Tiên Kỳ, Tiên Phước, **Quảng Nam**; *Trần Nam Hải*, 8A3, THCS Trần Đăng Ninh, TP. Nam Định, **Nam Định**; *Ngô Thị An Bình*, 8E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Nguyễn Phạm Thanh Nga*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

VŨ ĐÌNH HÒA

Kết quả

Giải toán qua thư



Bài 1(200+201). Tìm tất cả các cặp số nguyên tố p, q thỏa mãn các số 5p + q và pq + 7 đều là số nguyên tố.

Lời giải. Dễ thấy 5p + q và pq + 7 là các số nguyên tố lớn hơn 3 nên chúng đều là số lẻ và không chia hết cho 3. Suy ra pq chẵn, nên trong 2 số này phải có ít nhất một số chẵn.

• *Trường hợp 1*: Nếu p chẵn suy ra p = 2 nên 5p + q = 10 + q = 9 + (q + 1).

Do 5p + q không chia hết cho 3 nên q + 1 không chia hết cho 3.

Lại có pq + 7 = 2q + 7 = 3(q + 3) − (q + 2).

Do pq + 7 không chia hết cho 3 nên q + 2 không chia hết cho 3.

Trong 3 số tự nhiên liên tiếp q, q + 1, q + 2 có 1 số chia hết cho 3 nên q chia hết cho 3, suy ra q = 3.

• *Trường hợp 2*: Nếu q chẵn suy ra q = 2 nên 5p + q = 5p + 2 = 3(2p + 1) − (p + 1).

Do 5p + q không chia hết cho 3 nên p + 1 không chia hết cho 3.

Lại có pq + 7 = 2p + 7 = 3(p + 3) − (p + 2).

Do pq + 7 không chia hết cho 3 nên p + 2 không chia hết cho 3.

Trong 3 số tự nhiên liên tiếp p, p + 1, p + 2 có 1 số chia hết cho 3 nên p chia hết cho 3, suy ra p = 3.

Vậy có 2 cặp số (p, q) = (2, 3); (3, 2).

Nhận xét. Đây là một bài toán số học của chương trình lớp 6 hay không quá xa lạ nên nhiều bạn tham gia giải bài. Các bạn sau có lời giải đúng và đầy đủ: *Nguyễn Trung Kiên, Nguyễn Thị Trà Giang, Nguyễn Phương Linh*, 7A3; *Kiều Minh Vương*, 6A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Trần Phương Linh*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân; *Lê Văn Huân*, 6B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Hàn Thái Dương*, 7C1, THCS Archimedes Academy, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**.

PHÙNG KIM DUNG

Bài 2(200+201). Tìm số tự nhiên $\overline{abc}$ thỏa mãn $\overline{abc} = (a+b+c)^3$.

Lời giải. Ta có $99 < \overline{abc} < 1000$ nên suy ra $125 = 5^3 \le \overline{abc} = (a+b+c)^3 < 10^3 = 1000$.

• Với a + b + c = 5 thì $\overline{abc} = 5^3 = 125$

$\Rightarrow a = 1; b = 2; c = 5$ (loại) vì $125 \ne (1+2+5)^3$.

• Với a + b + c = 6 thì $\overline{abc} = 6^3 = 216$

$\Rightarrow a = 2; b = 1; c = 6$ (loại) vì $216 \ne (2+1+6)^3$.

• Với a + b + c = 7 thì $\overline{abc} = 7^3 = 343$.

$\Rightarrow a = 3; b = 4; c = 3$ (loại) vì $343 \ne (3+4+3)^3$

• Với a + b + c = 8 thì $\overline{abc} = 8^3 = 512$

$\Rightarrow$ a = 5; b = 1; c = 2 (thỏa mãn) vì 512 $= (5 + 1 + 2)^3$.

• Với a + b + c = 9 thì $\overline{abc} = 9^3 = 729$

$\Rightarrow a = 7; b = 2; c = 9$ (loại) vì $729 \ne (7+2+9)^3$.

Vậy số tự nhiên cần tìm là 512.

Nhận xét. Đây là một bài toán không khó nhưng một số bạn có thể xét không đủ trường hợp. Các bạn sau có lời giải đúng và đầy đủ: *Trần Bình Minh*, 7E, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì; *Quách Thùy Dương, Kiều Minh Vương*, 6A3; *Dương Nguyên Khánh*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**;

Nguyễn Gia Bảo, 7C1; *Phạm Đăng Việt Bách*, 6C4; *Nguyễn Quang Nhật, Nguyễn Trần Kiên, Vũ Nam Đức Trung, Nguyễn Quang Minh, Hoàng Anh Khôi*, 7C1, THCS Archimedes Academy, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Lê Văn Huân*, 6B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Hữu Tuấn Anh*, 7C, THCS Nguyễn Cao, Quế Võ, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Kim Mạnh, Nguyễn Tất Quân*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Trần Phương Linh*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Đỗ Thành Nam*, 6A, THCS Lập Thạch, Lập Thạch, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Minh Thái*, 7D, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, **Nam Định**.

LÊ ĐỨC THUẬN

Bài 3(200+201). Cho các số thực không âm a, b, c, d thỏa mãn $3a+2b+4c+6d\le 24$. Chứng minh rằng:

$a^2+b^2+c^2+d^2-7a-15b-5c-2d\le 8.$

Lời giải. Vì a, b, c, d không âm và $3a+2b+4c+6d\le 24$.

Do đó $3a\le 24, 2b\le 24, 4c\le 24, 6d\le 24$.

Nên $a\le 8, b\le 12, c\le 6, d\le 4$

$\Rightarrow a(a-8)+b(b-12)+c(c-6)+d(d-4)\le 0.$

Ta có $a^2+b^2+c^2+d^2-7a-15b-5c-2d$

$=a(a-8)+b(b-12)+c(c-6)+d(d-4)$

$-\frac{11}{3}b-\frac{1}{3}c+\frac{1}{3}(3a+2b+4c+6d)$

$\le\frac{1}{3}.24=8.$

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt: *Bạch Thái Sơn*, 7A1, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên; *Nguyễn Duy Thành*, 6A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**; *Lương Minh Hiếu*, 9C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Nguyễn Công Phúc*, 8C, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Nguyễn Gia Bảo*, 7B, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

CAO VĂN DŨNG

Bài 4(200+201). Cho hai tam giác ABC và BCD có cạnh BC chung, A và D nằm khác phía đối với đường thẳng BC, biết $\widehat{ABC}=36^o;\ \widehat{CBD}=30^o;\ \widehat{BAD}=81^o;\ \widehat{CAD}=27^o.$ Tính các góc của tam giác ACD.

Lời giải. Từ giả thiết đề bài ta có

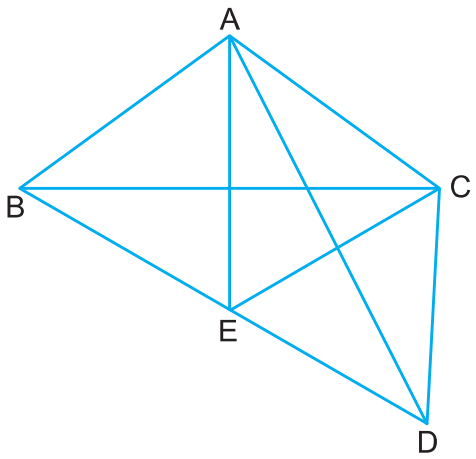
$\widehat{BAC}=\widehat{BAD}+\widehat{CAD}=81^o+27^o=108^o$

$\Rightarrow\widehat{ACB}=180^o-\widehat{ABC}-\widehat{BAC}$

$=180^o-36^o-108^o=36^o.$

Do đó tam giác ABC cân tại A.

Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với BC cắt BD tại E.



Khi đó AE là đường trung trực của cạnh BC nên $\widehat{EBC}=\widehat{ECB}=30^o$.

$\Rightarrow\widehat{BEA}=\widehat{CEA}=60^o\Rightarrow\widehat{CED}=60^o.$ Do đó ED là tia phân giác ngoài của tam giác AEC.

Mặt khác $\widehat{BAE}=90^o-\widehat{ABC}=90^o-36^o=54^o;$

$\widehat{DAE}=\widehat{BAD}-\widehat{BAE}=81^o-54^o=27^o.$

Nên AD là phân giác của góc EAC. Từ đó CD là tia phân giác ngoài của tam giác AEC.

Suy ra $\widehat{ADC}=180^o-\widehat{CAD}-\widehat{ACD}$

$=180^o-\frac{1}{2}\widehat{CAE}-\widehat{ACE}-\widehat{ECD}$

$=180^o-\frac{1}{2}\widehat{CAE}-\widehat{ACE}-\frac{1}{2}(180^o-\widehat{ACE})$

$=90^o-\frac{1}{2}\widehat{CAE}-\frac{1}{2}\widehat{ACE}=\frac{1}{2}\widehat{AEC}=30^o.$

Do đó $\widehat{ACD}=180^o-\widehat{CAD}-\widehat{ADC}$

$=180^o-27^o-30^o=123^o.$

Vậy $\widehat{CAD} = 27^o; \widehat{ADC} = 30^o; \widehat{ACD} = 123^o$.

Nhận xét. Số bài giải gửi về tòa soạn không nhiều. Các bạn sau có lời giải tốt: *Nguyễn Thị Trà Giang*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Lê Khắc Hưng*, 7A; *Nguyễn Cảnh Nam Khánh*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Phan Quang Triết*, 7B; *Trần Chí Đạt*, 8E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

HỒ QUANG VINH

Bài 5(200+201). Giải phương trình

$$\sqrt{4x^2+4y^2-8x-12y+113} = 4(\sqrt{2x-x^2}+\sqrt{3y-y^2}).$$

Lời giải. Điều kiện

$$\begin{cases} 4x^2+4y^2-8x-12y+113 \ge 0 \\ 2x-x^2 \ge 0 \\ 3y-y^2 \ge 0 \end{cases}$$

Ta có

- $\sqrt{4x^2+4y^2-8x-12y+113}$

$= \sqrt{(4x^2-8x+4)+(4y^2-12y+9)+100}$

$= \sqrt{4(x-1)^2+(2y-3)^2+100} \ge \sqrt{100} = 10.$

- $4(\sqrt{2x-x^2}+\sqrt{3y-y^2})$

$= 4\left(\sqrt{1-(x-1)^2}+\sqrt{\frac{9}{4}-(y-\frac{3}{2})^2}\right)$

$\le 4\left(\sqrt{1}+\sqrt{\frac{9}{4}}\right) = 10.$

Do đó $\sqrt{4x^2+4y^2-8x-12y+113}$

$\ge 4(\sqrt{2x-x^2}+\sqrt{3y-y^2}).$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$(x-1)^2 = (2y-3)^2 = \left(y-\frac{3}{2}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=\frac{3}{2}. \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y) = \left(1;\frac{3}{2}\right)$.

Nhận xét. Ta có một phương trình và hai ẩn số, suy ra một bất đẳng thức nào đó đã có dấu đẳng thức là mấu chốt để giải bài toán trên. Các bạn sau có lời giải đúng, trình bày tốt: *Nguyễn Thị Huyền My*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Trương Đức Tài; Vũ Đình Hoàng*, 9A3, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**; *Trần Thế Công*, 9A, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình, **Bắc Ninh**; *Phạm Vũ Hoàng*, 9A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Đặng Vũ Cường*, 9A5, THCS Cầu Giấy; *Lê Duy Anh*, 9C1, THCS Archimedes Academy, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Ngô Thị An Bình*, 8E; *Nguyễn Thị Chi Mai, Nguyễn Thanh Tuấn*, 8G; *Đậu Đình Huy Khánh*; *Nguyễn Quốc Bảo Long*, 9C, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Phạm Ngọc Trinh*, 9B, THCS Hồ Xuân Hương, Quỳnh Lưu, **Nghệ An**.

NGUYỄN MINH ĐỨC

Bài 6(200+201). Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn x + y + z = 1. Chứng minh rằng

$$\frac{xy}{x+y}+\frac{yz}{y+z}+\frac{zx}{z+x} \le \frac{1}{4}\left(1+\frac{yz}{x}+\frac{xz}{y}+\frac{xy}{z}\right).$$

Lời giải. Sử dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có

$$\frac{xy}{x+y} \le \frac{xy}{2\sqrt{xy}} = \frac{1}{2}\sqrt{xy} = \frac{1}{2}\sqrt{z\cdot\frac{xy}{z}} \le \frac{1}{4}\left(z+\frac{xy}{z}\right).$$

Chứng minh tương tự, ta cũng có

$$\frac{yz}{y+z} \le \frac{1}{4}\left(x+\frac{yz}{x}\right), \quad \frac{zx}{z+x} \le \frac{1}{4}\left(y+\frac{zx}{y}\right).$$

Cộng theo vế các đánh giá trên lại, ta được

$$\frac{xy}{x+y}+\frac{yz}{y+z}+\frac{zx}{z+x}$$

$$\le \frac{1}{4}\left(x+y+z+\frac{yz}{x}+\frac{zx}{y}+\frac{xy}{z}\right)$$

$$= \frac{1}{4}\left(1+\frac{yz}{x}+\frac{zx}{y}+\frac{xy}{z}\right).$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$x = y = z = \frac{1}{3}$.

Nhận xét. Ngoài cách giải trên, ta cũng có thể giải bài toán bằng cách chứng minh bất đẳng thức chặt hơn:

$$\frac{xy}{x+y} + \frac{yz}{y+z} + \frac{zx}{z+x} \le \frac{1}{2} \le \frac{1}{4}\left(1 + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y} + \frac{xy}{z}\right).$$

Trong đó, bất đẳng thức vế trái có thể được chứng minh bằng cách sử dụng các đánh giá

$$\frac{xy}{x+y} \le \frac{x+y}{4}, \frac{yz}{y+z} \le \frac{y+z}{4}, \frac{zx}{z+x} \le \frac{z+x}{4}.$$

Còn bất đẳng thức vế phải có thể được chứng minh bằng cách sử dụng các đánh giá

$$\frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} \ge 2y, \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y} \ge 2z, \frac{zx}{y} + \frac{xy}{z} \ge 2x.$$

Các bạn sau đây có lời giải tốt: *Nguyễn Trung Kiên; Nguyễn Hữu Niêm; Lê Đăng Quang*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong; *Đỗ Trung Hiếu*, 9A, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình, **Bắc Ninh**; *Huỳnh Nguyên Phát*, 8A1, THCS Mỹ Lộc, Phù Mỹ, **Bình Định**; *Đặng Vũ Cường*, 9A5, THCS Cầu Giấy; *Lê Duy Anh; Trần Hằng Linh; Nguyễn Trường Minh; Đỗ Hoàng Nhật Nam; Nguyễn Minh Phương; Nguyễn Quang Thái; Nguyễn Lương Uy*, 9C1, THCS Archimedes Academy, Q. Cầu Giấy; *Phạm Duy Nguyên Lâm*, 8A1, THCS Thanh Xuân, Q. Thanh Xuân, **Hà Nội**; *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**; *Đinh Xuân Linh*, 8A; *Nguyễn Thanh Tuấn*, 8G, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Phạm Ngọc Trinh*, 9B, THCS Hồ Xuân Hương, Quỳnh Lưu, **Nghệ An**; *Đỗ Ngọc Hải*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Nguyễn Tuấn Đạt*, 9B, THCS Nguyễn Quang Bích, Tam Nông, *Bùi Kim Chúc*; *Nguyễn Mạnh Hùng*, 9A3, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**; *Bạch Thái Sơn*, 7A1, THCS Vĩnh Yên, Vĩnh Yên; *Nguyễn Hải Yến Nhi*, 8A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**.

VÕ QUỐC BÁ CẨN

Bài 7(200+201). Tìm các cặp số nguyên dương (x, y) thỏa mãn phương trình $(2019x + 2020)^2 = y^3 + 1$.

Lời giải. Ta có

$$(2019x + 2020)^2 = y^3 + 1$$

$$\Leftrightarrow (2019x + 2020)^2 = (y + 1)(y^2 - y + 1).$$

Gọi ƯCLN $(y + 1; y^2 - y + 1) = d$

$$\Rightarrow \begin{cases} y + 1 \vdots d \\ y^2 - y + 1 \vdots d \end{cases}$$

$$\Rightarrow y^2 - y + 1 = \left[y(y + 1) - 2(y + 1) + 3\right] \vdots d \Rightarrow 3 \vdots d.$$

Mà $(2019x + 2020)^2$ không chia hết cho 3, do đó $d = 1$. Suy ra $y + 1$ và $y^2 - y + 1$ là hai số nguyên tố cùng nhau có tích là số chính phương.

Đặt $\begin{cases} y + 1 = a^2 \\ y^2 - y + 1 = b^2 \end{cases}$ $(a, b \in \mathbb{N}^*, a^2 > 2)$.

Suy ra

$$b^2 = (a^2 - 1)^2 - (a^2 - 1) + 1 < (a^2 - 1)^2.$$

Mặt khác

$$(a^2 - 1)^2 - (a^2 - 1) + 1 - (a^2 - 2)^2 = a^2 - 1 > 0$$

nên $b^2 = (a^2 - 1)^2 - (a^2 - 1) + 1 > (a^2 - 2)^2$.

Do đó $(a^2 - 2)^2 < b^2 < (a^2 - 1)^2$ (không tồn tại số nguyên dương b thỏa mãn).

Vậy phương trình đã cho không có nghiệm nguyên dương.

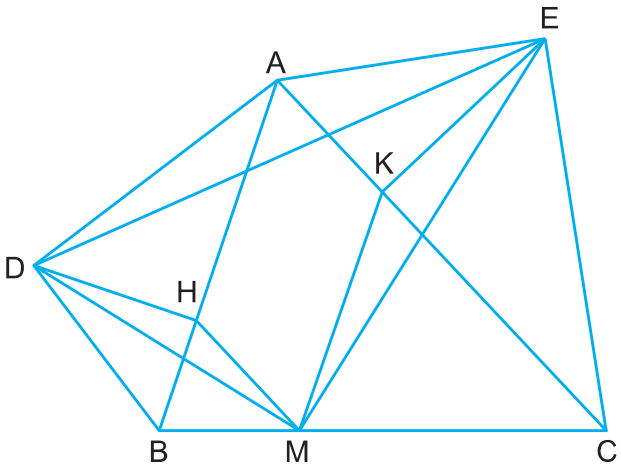
Nhận xét. Bài toán trên thuộc dạng cơ bản, không quá khó. Các bạn sau có lời giải tốt: *Phạm Duy Nguyên Lâm*, 8A1, THCS Thanh Xuân, Q. Thanh Xuân; *Đặng Vũ Cường*, 9A5, THCS Cầu Giấy; *Nguyễn Minh Phương*; *Lê Duy Anh; Đỗ Hoàng Nhật Nam*, 9C1, THCS Archimedes Academy, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Phạm Ngọc Trinh*, 9B, THCS Hồ Xuân Hương, Quỳnh Lưu; *Ngô Thị An Bình*, 8E; *Nguyễn Duy Khôi Nguyên*, 8G, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Trần Minh Khôi; Hán Vũ Long*, 9C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì; *Nguyễn Thị Huyền My*, 9A3,

THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Hải Yến Nhi*, 8A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Đỗ Văn Tài*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**.

NGUYỄN QUANG TUẤN

Bài 8(200+201). Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC} < 90^o$. Về phía ngoài tam giác ABC, vẽ hai tam giác vuông DAB và EAC thỏa mãn $\Delta DAB \backsim \Delta ECA$ và $\widehat{ADB} = \widehat{CEA} = 90^o$. Lấy điểm M nằm trên cạnh BC sao cho $\frac{MB}{MC} = \frac{DB^2}{DA^2}$. Tính $\widehat{DME}$.

Lời giải.



Gọi H, K theo thứ tự là hình chiếu của D, E trên AB, AC. Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông và kết hợp giả thiết, ta có

$$\frac{HB}{HA} = \frac{HB.BA}{HA.AB} = \frac{DB^2}{DA^2} = \frac{MB}{MC}.$$

Theo định lí Thales đảo, ta suy ra MH // AC.

Chứng minh tương tự thì MK // AB.

Từ đó AHMK là hình bình hành.

Suy ra KM = AH, HM = AK. (1)

Do các tam giác vuông DAB và ECA đồng dạng, có đường cao tương ứng là DH, EK.

Suy ra hai tam giác vuông DHA và AKE đồng dạng.

Kết hợp với (1), ta có

$$\frac{HM}{EK} = \frac{AK}{EK} = \frac{DH}{AH} = \frac{DH}{MK}. \quad (2)$$

Do AHMK là hình bình hành nên ta có

$$\widehat{DHM} = 90^o + \widehat{BHM} = 90^o + \widehat{BAC}$$

$$= 90^o + \widehat{MKC} = \widehat{MKE}. \quad (3)$$

Từ (2) và (3), suy ra $\Delta HDM \backsim \Delta KME$, dẫn tới $\widehat{HDM} = \widehat{KME}$.

Lại có $DH \perp MK$, ta suy ra $MD \perp ME$ hay $\widehat{DME} = 90^o$.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng: *Huỳnh Nguyên Phát,* 8A1, THCS Mỹ Lộc, Phú Mỹ, **Bình Định**; *Nguyễn Quang Đức*; *Lê Đức Chính*; *Nguyễn Trường Minh,* 9B, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Lê Duy Anh*; *Nguyễn Bích Đạt,* 9C1, THCS Archimedes Academy, Q. Cầu Giấy; *Phạm Duy Nguyên Lâm*, 8A1, THCS Thanh Xuân, Q. Thanh Xuân, **Hà Nội**; *Nguyễn Đức An*, 9A, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình; *Đỗ Văn Tài*; *Lê Đăng Quang*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**.

TRẦN QUANG HÙNG

ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY

Thi giải toán qua thư

Nguyễn Hữu Tuấn Anh, 7C, THCS Nguyễn Cao, Quế Võ, **Bắc Ninh**; *Huỳnh Nguyên Phát*, 8A, THCS Mỹ Lộc, Phù Mỹ, **Bình Định**; *Đặng Vũ Cường*, 9A5, THCS Cầu Giấy; *Lê Duy Anh*, 9C1, THCS Archimedes Academy, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Lê Văn Huân*, 6B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ; *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**; *Phạm Ngọc Trinh*, 9B, THCS Hồ Xuân Hương, Quỳnh Lưu, **Nghệ An**; *Kiều Minh Vương*, 6A3; *Nguyễn Thị Huyền My*, 9A3; *Nguyễn Thị Trà Giang*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Bạch Thái Sơn*, 7A1, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên; *Nguyễn Hải Yến Nhi*, 8A, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**.

THÁCH ĐẤU

TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM SÁU MƯƠI TÁM

Người thách đấu: *Đoàn Cát Nhơn*, Trường THCS Phường Bình Định, TX. An Nhơn, **Bình Định**.

Bài toán thách đấu: Giải phương trình

$$7x^2 - 13x + 8 = 2x^2\sqrt[3]{-3x^3 + 3x^2 + x}$$

Thời hạn: Trước ngày 08.02.2020 theo dấu bưu điện.

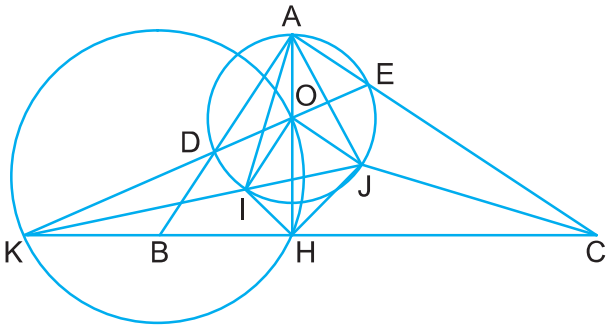
Kết quả TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM SÁU MƯƠI SÁU (TTT2 số 200+201)

Đề bài. Cho tam giác ABC vuông tại A có AB < AC. Kẻ đường cao AH của tam giác ABC. Gọi I và J theo thứ tự là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác AHB và AHC. Đường tròn ngoại tiếp tam giác AIJ cắt các cạnh AB, AC thứ tự tại D, E. Đường thẳng DE cắt đường thẳng BC tại K. Gọi O là trung điểm của DE. Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác OHK đi qua trung điểm của IJ.

Lời giải. Bổ đề. Cho tam giác ABC, (O) là đường tròn ngoại tiếp, I, I_A theo thứ tự là tâm đường tròn nội tiếp và tâm đường tròn bàng tiếp đối diện đỉnh A. Khi đó đường tròn (O) đi qua trung điểm của II_A.

Phép chứng minh bổ đề trên rất đơn giản, bạn đọc tự chứng minh.

Trở lại giải bài toán thách đấu.



Ta có $\widehat{DAE} = \widehat{BAC} = 90^\circ$.

Suy ra DE là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác AIJ.

Do đó O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AIJ.

Từ đó, chú ý rằng I, J theo thứ tự là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác ABH, ACH, suy ra

$\widehat{KOI} = \widehat{DOI} = 2\widehat{DAI} = 2\widehat{IAH} = \widehat{IOH}$;

$\widehat{IOJ} = 2\widehat{IAJ} = 2\widehat{IAH} + 2\widehat{HAJ}$

$= \widehat{BAH} + \widehat{HAC} = \widehat{BAC} = 90^\circ$.

Mặt khác $\widehat{KHI} = \widehat{BHI} = \widehat{AHI} = \widehat{OHI}$.

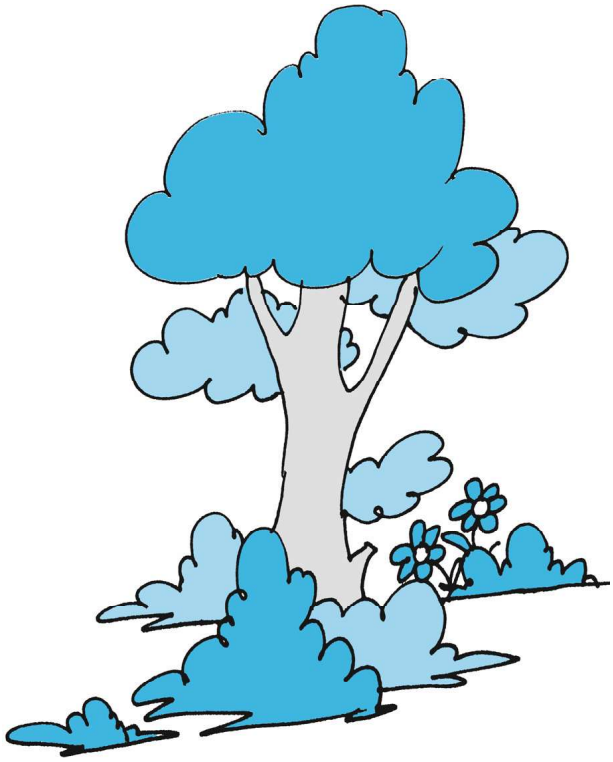
Suy ra I, J theo thứ tự là tâm đường tròn nội tiếp và tâm đường tròn bàng tiếp đối diện đỉnh K của tam giác KOH.

Vậy theo bổ đề trên, đường tròn ngoại tiếp tam giác KOH đi qua trung điểm của IJ.

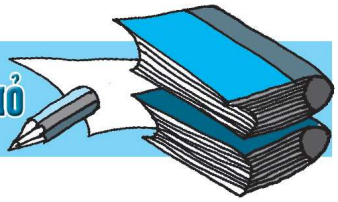
HONG HA

Nhận xét. Bài toán này không khó nhưng chỉ có võ sĩ *Đỗ Văn Tài,* 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh** nhận lời thách đấu và đăng quang trong trận đấu này.

NGUYỄN MINH HÀ







PHƯƠNG TRÌNH NGHIỆM NGUYÊN

LÊ ANH TUẤN *(Quỳnh Lưu, Nghệ An)*

(Tiếp theo kì trước)

4. Tìm tập giá trị của một ẩn

Cho phương trình F(x; y) = 0 thì tập giá trị của x là các giá trị của x để tồn tại y thỏa mãn F(x; y) = 0. Tương tự tập giá trị của y là các giá trị của y để tồn tại x thỏa mãn F(x; y) = 0.

Bài toán 14. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 - xy = 3$.

Lời giải. Phương trình đã cho tương đương với $x^2 - yx + (y^2 - 3) = 0$. (1)

Coi phương trình (1) là phương trình bậc hai ẩn x có nghiệm khi

$\Delta \ge 0 \Leftrightarrow -3y^2 + 12 \ge 0 \Leftrightarrow -2 \le y \le 2$.

Vì y là số nguyên nên $y \in \{\pm 2; \pm 1; 0\}$.

Từ đó ta tìm được các nghiệm nguyên của phương trình là (x, y) ∈ {(1 ; 2); (–1; –2); (–1 ; 1); (2 ; 1); (1 ; –1); (–2 ; –1)}.

Bài toán 15. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $2y + 1 = \sqrt{3 - 2x - x^2}$. (1)

Lời giải. Vì $2y + 1 = \sqrt{4 - (x+1)^2}$ nên

$0 \le 2y + 1 \le 2 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \le y \le \frac{1}{2}$.

Mà y là số nguyên nên y = 0.

Thay y = 0 vào (1) ta có $1 = \sqrt{4 - (x+1)^2}$

$\Leftrightarrow (x+1)^2 = 3 \Leftrightarrow x = -1 \pm \sqrt{3}$ (loại).

Vậy phương trình đã cho không có nghiệm nguyên.

Bài toán 16. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $(x+1)(x+y) = 2y(x-y)$. (1)

Lời giải. Phương trình (1) tương đương với

$x^2 - (y-1)x + 2y^2 + y = 0$. (2)

Phương trình (2) là phương trình bậc hai ẩn x có nghiệm khi

$\Delta = (y-1)^2 - 4(2y^2 + y) \ge 0$

$\Leftrightarrow -7y^2 - 6y + 1 \ge 0 \Leftrightarrow -1 \le y \le \frac{1}{7}$.

Từ đó suy ra y ∈ {–1; 0}.

✻ Nếu y = –1 thì $x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

✻ Nếu y = 0 thì $x^2 + x = 0$

$\Leftrightarrow$ x = 0 hoặc x = – 1.

Phương trình có các nghiệm nguyên là

(x; y) ∈ {(–1; –1); (0; 0); (–1; 0)}.

5. Sử dụng bất đẳng thức

Trong một số bài toán giải phương trình nghiệm nguyên ta chứng minh được vế này lớn hơn hoặc bằng vế kia của phương trình, khi đó nghiệm nguyên của phương trình là các giá trị nguyên của biến để hai vế bằng nhau; có một số bài lại sử dụng bất đẳng thức để tìm miền giá trị của biến sau đó thử chọn.

Bài toán 17. Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình $(x^2 + y^2)(x^2 + 1) = 4x^2y$.

Lời giải. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho hai số dương ta có

$(x^2 + y^2)(x^2 + 1) \ge 2xy.2x = 4x^2y$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$\begin{cases} x = y \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = 1$.

Vậy phương trình có nghiệm nguyên dương (x; y) = (1; 1).

Bài toán 18. Tìm các nghiệm nguyên dương của phương trình $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=\frac{4}{z}$. (1)

Lời giải. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có $\frac{4}{z}=\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\geq 2\Rightarrow z\leq 2$.

Suy ra $z=1$ hoặc $z=2$.

✻ Nếu $z=1$, thay vào (1) ta có $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=4$. (2)

Đặt $t=\frac{x}{y}$ thì (2) trở thành

$t+\frac{1}{t}=4\Rightarrow t^2-4t+1=0\Rightarrow t=2\pm\sqrt{3}$ (loại).

✻ Nếu $z=2$, thay vào (1) ta có

$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=2\Rightarrow x=y=1$.

Vậy phương trình có nghiệm nguyên dương duy nhất là (x, y, z) = (1, 1, 2).

Bài toán 19. Chứng minh rằng phương trình sau không có nghiệm nguyên dương

$x^{17}+y^{17}=19^{17}$. (1)

Lời giải. Giả sử tồn tại các số nguyên dương x, y thỏa mãn (1), dễ suy ra $1\leq x\leq y<19$.

Ta có $x^{17}+y^{17}=19^{17}$

$\geq (y+1)^{17}>y^{17}+17y^{16}>y^{17}+17x^{16}$.

Suy ra $x>17$.

Do đó $x=y=18$.

Thử lại, $x=y=18$ không thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho không có nghiệm nguyên dương.

Bài toán 20. Tìm nghiệm nguyên của phương trình $(x^2+4y^2+28)^2=17(x^4+y^4+14y^2+49)$.

Lời giải. Áp dụng bất đẳng thức Bunyakovsky ta có $17(x^4+y^4+14y^2+49)$

$=\left[x^4+(y^2+7)^2\right]\left[1^2+4^2\right]$

$\geq\left[x^2.1+4.(y^2+7)\right]^2=(x^2+4y^2+28)^2$.

Đẳng thức xảy ra khi

$\frac{x^2}{1}=\frac{y^2+7}{4}\Leftrightarrow 4x^2=y^2+7$.

Từ đó ta tìm được phương trình có nghiệm nguyên (x; y) = (2; 3).

6. Nguyên lí kẹp

Với các số nguyên dương n, k thì:

✻ Nếu $n<k<n+2$ thì $k=n+1$.

✻ Nếu $n(n+1)<k(k+1)<(n+2)(n+3)$ thì $k=n+1$.

✻ Nếu $n^2<k^2<(n+2)^2$ thì $k=n+1$.

✻ Nếu $n^3<k^3<(n+2)^3$ thì $k=n+1$.

Bài toán 21. Tìm nghiệm nguyên của phương trình $(x+1)^4-(x-1)^4=y^3$.

Lời giải. Ta có $(x+1)^4-(x-1)^4=y^3$

$\Leftrightarrow 4x(2x^2+2)=y^3\Leftrightarrow 8x^3+8x=y^3$.

✻ Nếu $x\geq 1$

$8x^3<8x^3+8x<(2x+1)^3=8x^3+12x^2+6x+1$

(Do $12x^2-2x+1>0$).

Hay $(2x)^3<y^3<(2x+1)^3$ (không tồn tại số nguyên y thỏa mãn).

✻ Nếu $x\leq -1$, chứng minh tương tự suy ra y không tồn tại.

✻ Nếu $x=0\Rightarrow y=0$.

Vậy phương trình có nghiệm nguyên

(x; y) = (0; 0)

Bài toán 22. Tìm nghiệm nguyên của phương trình $x^4-y^4=3y^2+1$.

Lời giải. Ta có

$x^4-y^4=3y^2+1\Leftrightarrow x^4=y^4+3y^2+1$.

Mà $(y^2+1)^2\leq y^4+3y^2+1<(y^2+2)^2$

$\Rightarrow y^4+3y^2+1=(y^2+1)^2\Leftrightarrow y=0$.

Từ đó $x^4=1\Leftrightarrow x=\pm 1$.

Vậy phương trình có nghiệm nguyên

$(x; y)\in\{(1; 0); (-1; 0)\}$.

Bài toán 23. Tìm số nguyên x để $P=x^4+2x^3+2x^2+x+3$ là một số chính phương.

Lời giải. Đặt $P=y^2$, $y\in\mathbb{N}$.

Ta có $y^2 = x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x + 3$

$= (x^2 + x)^2 + (x^2 + x + 3) > (x^2 + x)^2.$

Lại có $y^2 = x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x + 3$

$= (x^2 + x)^2 + 4(x^2 + x) + 4 - 3x^2 - 3x - 1$

$< (x^2 + x + 2)^2.$

Do đó $(x^2 + x)^2 < y^2 < (x^2 + x + 2)^2.$

Suy ra $y^2 = (x^2 + x + 1)^2.$

Từ đó ta có

$(x^2 + x + 1)^2 = x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x + 3$

$\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 1. \end{array}\right.$

Thay $x = -2$; $x = 1$ vào biểu thức P đều cho P = 9 là một số chính phương.

Vậy $x = -2$ và $x = 1$ thỏa mãn đề bài toán.

7. Phương pháp cực hạn

Khi giả sử phương trình có nghiệm nguyên nào đó mà có thể dẫn đến giá trị của ẩn chia hết cho mọi lũy thừa của một số khác 0 thì giá trị đó chỉ có thể là 0.

Bài toán 24. Tìm nghiệm nguyên của phương trình $x^2 + y^2 = 3z^2$. (1)

Lời giải. Nếu x không chia hết cho 3 thì $x^2 \equiv 1 \pmod 3 \Rightarrow y^2 \equiv 2 \pmod 3$: vô lí.

Do đó x chia hết cho 3 nên $x = 3x_1$ ($x_1 \in \mathbb{Z}$).

Thay vào (1) ta có

$9x_1^2 + y^2 = 3z^2$. (2)

Suy ra y chia hết cho 3 nên $y = 3y_1$ với ($y_1 \in \mathbb{Z}$). Thay vào (2) ta có

$9x_1^2 + 9y_1^2 = 3z^2 \Leftrightarrow 3x_1^2 + 3y_1^2 = z^2$. (3)

Do đó z chia hết cho 3 nên $z = 3z_1$ ($z_1 \in \mathbb{Z}$).

Thay vào (3) ta có

$3x_1^2 + 3y_1^2 = 9z_1^2 \Leftrightarrow x_1^2 + y_1^2 = 3z_1^2$

nên $(x_1; y_1; z_1)$ là nghiệm. Tiếp tục quá trình này ta thấy nếu $(x_o; y_o; z_o)$ là nghiệm thì $\left(\frac{x_o}{2^k}; \frac{y_o}{2^k}; \frac{z_o}{2^k}\right)$ cũng là nghiệm của phương trình với mọi số tự nhiên k.

Do đó phương trình chỉ có nghiệm nguyên là (x, y, z) = (0; 0; 0).

Bài toán 25. Tìm nghiệm nguyên của phương trình $8x^4 + 4y^4 + 2z^2 = t^4$.

Lời giải. Giả sử (x_o, y_o, z_o, t_o) là một nghiệm của phương trình thì $8x_o^4 + 4y_o^4 + 2z_o^4 = t_o^4$

$\Rightarrow t_o \vdots 2 \Rightarrow t_o = 2t_1$ ($t_1 \in \mathbb{Z}$).

Ta được $4x_o^4 + 2y_o^4 + z_o^4 = 8t_1^4$

$\Rightarrow z_o \vdots 2 \Rightarrow z_o = 2z_1$ ($z_1 \in \mathbb{Z}$).

Ta được $2x_o^4 + y_o^4 + 8z_1^4 = 4t_1^4$

$\Rightarrow y_o \vdots 2 \Rightarrow y_o = 2y_1$ ($y_1 \in \mathbb{Z}$).

Ta được $x_o^4 + 8y_1^4 + 4z_1^4 = 2t_1^4$

$\Rightarrow x_o \vdots 2 \Rightarrow x_o = 2x_1$ ($x_1 \in \mathbb{Z}$).

Ta được $8x_1^4 + 4y_1^4 + 2z_1^4 = t_1^4$.

Suy ra (x_1, y_1, z_1, t_1) cũng là nghiệm nguyên của phương trình.

Tương tự $\left(\frac{x_o}{2^k}, \frac{y_o}{2^k}, \frac{z_o}{2^k}, \frac{t_o}{2^k}\right)$ cũng là nghiệm nguyên của phương trình với mọi số tự nhiên k.

Do đó phương trình chỉ có nghiệm nguyên là (x, y, z, t) = (0; 0; 0; 0).

Chắc chắn còn nhiều phương pháp để giải phương trình nghiệm nguyên và còn nhiều bài tập hấp dẫn khác. Mong các bạn tiếp tục trao đổi vấn đề này. Mời các bạn giải một số bài tập sau:

Bài 1. Giải các phương trình nghiệm nguyên

a) $2y^2x + x + y + 1 = x^2 + 2y^2 + xy$.

b) $y^3 - x^3 = 2x + 1$.

c) $x^3 + 2y^3 = 4z^3$.

Bài 2. Tìm các số nguyên dương đôi một khác nhau x, y, z thỏa mãn $x^3 + y^3 + z^3 = (x + y + z)^2$.

Bài 3. Tìm các số nguyên m để phương trình $x^2 - mx + m^2 - 3 = 0$ có nghiệm nguyên. Tìm nghiệm nguyên ứng với các giá trị của m vừa tìm được.

THỬ SỨC TRƯỚC KÌ THI VÀO 10 THPT CHUYÊN

Năm học 2020 - 2021

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 150 phút

NGUYỄN ĐỨC TẤN

Bài 1. *(2 điểm)*

1. Cho a, b, c thỏa mãn $\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}=\frac{4}{a+b+c}$. Tính giá trị của biểu thức

$$M=\frac{3a^2+2b^2-2c^2}{b+c}+\frac{3b^2+2c^2-2a^2}{c+a}+\frac{3c^2+2a^2-2b^2}{a+b}.$$

2. Tìm các số nguyên tố p sao cho p^2+59 có đúng 6 ước dương.

Bài 2. *(2 điểm)*

1. Giải phương trình $\left(1+\frac{1}{x}\right)^3(1+x^3)=16$.

2. Tìm tham số m để phương trình ẩn x sau $(x^2+4x-12)(x^2+12x+20)=m$ có 4 nghiệm phân biệt.

Bài 3. *(2 điểm)*

1. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a+b+c\le 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$M=\frac{bc}{\sqrt{a^2+3}}+\frac{ca}{\sqrt{b^2+3}}+\frac{ab}{\sqrt{c^2+3}}.$$

2. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn abc = 1. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{a^3(7b+3c)}+\frac{1}{b^3(7c+3a)}+\frac{1}{c^3(7a+3b)}\ge\frac{1}{10}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right).$$

Bài 4. *(2 điểm)*

Cho tam giác nhọn ABC (AB < AC) nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H. Gọi P, Q là giao điểm của EF với đường tròn (O) (F nằm giữa E và P), M là giao điểm của BQ và DF, N là giao điểm của CP và DE. Chứng minh rằng tam giác APQ cân và bốn điểm M, N, P, Q cùng thuộc một đường tròn.

Bài 5. *(2 điểm)*

1. Cho n là một số tự nhiên. Tìm dư của phép chia 5^n+4 cho 31.

2. Tại mỗi đỉnh của đa giác đều 2019 cạnh ta ghi một số bất kì trong các số 367; 673. Chứng minh rằng tồn tại ba đỉnh của đa giác là ba đỉnh của một tam giác cân và tổng các số ghi trên các đỉnh là 2019 hoặc 1101.

ĐẶT MUA TẠP CHÍ CẢ NĂM HỌC TẠI CÁC CƠ SỞ BƯU ĐIỆN TRONG CẢ NƯỚC
MÃ ẤN PHẨM: C 169.1

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI
CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 QUẬN CẦU GIẤY, TP. HÀ NỘI

Năm học 2019 - 2020

Môn thi: Toán

(Đề đăng trên TTT2 số 202)

Bài 1. **1.** a) ĐKXĐ $x \ge 0;\ x \ne 1;\ x \ne \frac{1}{4}$.

Ta có

$$P = \left(\frac{\sqrt{x}(2\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} - \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \right)$$

$$\cdot \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{(2\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} + \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}-1}$$

$$= \left(\frac{\sqrt{x}(2\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}-1}$$

$$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}-1} = \frac{x+\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}.$$

b) $P \ge 0\ \forall x \ge 0$. Vậy $P_{min} = 0$ khi $x = 0$.

2. a) Từ $x^2 + y^2 + z^2$

$= (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2$.

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 = 2xy + 2yz + 2zx$ hay

$(x+y+z)^2 = 4(xy+yz+zx) = 4.9 = 36$

Từ đó suy ra $x + y + z = 6$ (vì x, y, z dương).

b) $x^2 + y^2 + z^2 = (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2$

$\Leftrightarrow (z-x-y)^2 = 4xy$.

Không mất tính tổng quát, giả sử $z \ge x \ge y$.

Khi đó ta có $(z-x-y)^2 = 4xy \ge 4y^2$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z-x-y \ge 2y \quad (1) \\ z-x-y \le -2y \quad (2). \end{array} \right.$$

Từ (1) suy ra $z - x - y > 0 \Leftrightarrow z > x + y$.

Từ (2) suy ra $z - x + y \le 0$

$\Leftrightarrow z \le x - y < x$ (vô lí). Vậy $z > x + y$.

Bài 2. **1.** Điều kiện: $x \ge \frac{3}{4}$.

Đặt $a = \sqrt{3x+4}; b = \sqrt{3x+7}; c = \sqrt{4x-3}$.

Phương trình trở thành

$$ab + 5c = 5a + bc \Leftrightarrow (a-c)(b-5) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = c \\ b = 5. \end{array} \right.$$

✻ $a = c \Leftrightarrow \sqrt{3x+4} = \sqrt{4x-3} \Leftrightarrow x = 7$ (TM).

✻ $b = 5 \Leftrightarrow \sqrt{3x+7} = 5 \Leftrightarrow x = 6$ (TM).

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{6; 7\}$.

2. Phương trình tương đương với

$(x + 3y + 1)(x + y + 3) = 15$.

Vì $x \ge 0; y \ge 0$ nên ta có 4 trường hợp

✻ TH1. $\begin{cases} x+3y+1=5 \\ x+y+3=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=2 \end{cases}$ (loại).

✻ TH2. $\begin{cases} x+3y+1=3 \\ x+y+3=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$ (TM).

✻ TH3. $\begin{cases} x+3y+1=15 \\ x+y+3=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-10 \\ y=8 \end{cases}$ (loại).

✻ TH4. $\begin{cases} x+3y+1=1 \\ x+y+3=15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=18 \\ y=-6 \end{cases}$ (loại).

Vậy $(x; y) = (2; 0)$.

Bài 3. **1.** Từ giả thiết $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ suy ra

$0 \le a; b; c \le 1$, do đó $b^{2011} \le b;\ c^{1954} \le c$.

Suy ra $T \le a + b + c - ab - bc - ac$.

Lại có $(1-a)(1-b)(1-c) \ge 0$.

$\Leftrightarrow 1 - abc - a - b - c + ab + bc + ac \ge 0$

$\Leftrightarrow a + b + c - ab - bc - ac \le 1 - abc \le 1$.

Do đó $T \le 1$. Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} a = 1 \\ b = c = 0. \end{cases}$

Vậy $T_{min} = 1$ khi $\begin{cases} a = 1 \\ b = c = 0. \end{cases}$

2. Vì $4x^3 + 14x^2 + 9x - 6$ là số chính phương,

nên ta có $4x^3 + 14x^2 + 9x - 6$

$= (x+2)(4x^2 + 6x - 3) = k^2$ với $k \in \mathbb{N}$.

Đặt $(x + 2, 4x^2 + 6x - 3) = d$ $(d \in \mathbb{N}^*)$.

Ta có $\begin{cases} x+2 \vdots d \\ 4x^2+6x-3 \vdots d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x+2)(4x-2) \vdots d \\ 4x^2+6x-3 \vdots d \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 4x^2+6x-4 \vdots d \\ 4x^2+6x-3 \vdots d \end{cases} \Rightarrow 1 \vdots d \Rightarrow d = 1.$

Vậy $(x+2,\ 4x^2+6x-3)=1$.

Mà $(x+2)(4x^2+6x-3)=k^2$ nên ta có $x+2$ và $4x^2+6x-3$ là số chính phương

$$\Rightarrow \begin{cases} x+2=a^2 \\ 4x^2+6x-3=b^2 \end{cases} (a,b\in\mathbb{N}^*).$$

Vì $x>0$ nên ta có

$4x^2<b^2<4x^2+12x+9$

$\Leftrightarrow (2x)^2<b^2<(2x+3)^2$.

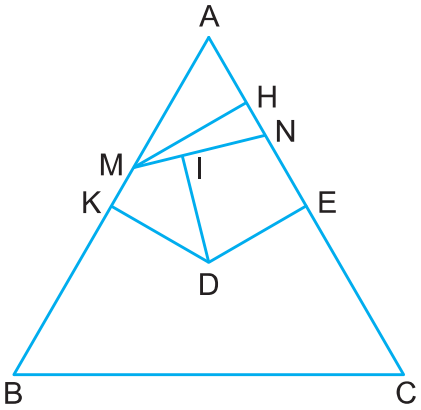
Vì b lẻ nên $b^2=(2x+1)^2$

$\Leftrightarrow 4x^2+6x-3=4x^2+4x+1$

$\Leftrightarrow x=2$.

Với $x=2$ ta có $4x^3+14x^2+9x-6=100=10^2$ là số chính phương. Vậy $x=2$.

Bài 4.



a) Ta có $\frac{AM}{AB}=\frac{1}{5}\Leftrightarrow\frac{AM}{MB}=\frac{1}{4}$,

mà $\frac{AM}{MB}+\frac{AN}{NC}=1$ do đó

$\frac{AN}{NC}=\frac{3}{4}\Leftrightarrow\frac{AN}{AC}=\frac{3}{7}\Leftrightarrow AN=\frac{3}{7}a$.

Vẽ $MH\perp AN$. Xét tam giác AMH có

$$MH=AM.\sin A=AM.\sin 60^o=\frac{AM\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{10}.$$

Vậy $S_{AMN}=\frac{1}{2}MH.AN$

$=\frac{1}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{10}.\frac{3}{7}a=\frac{3\sqrt{3}a^2}{140}$ (đvdt).

b) Vì $\frac{AM}{MB}+\frac{AN}{NC}=1\Rightarrow\begin{cases}\frac{AM}{MB}<1\\ \frac{AN}{NC}<1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}AM<MB\\ AN<NC\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x<a-x\\ y<a-y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<\frac{a}{2}\\ y<\frac{a}{2}\end{cases}\Leftrightarrow x+y<a.$

Xét tam giác AMH có

$$AH=AM.\cos A=AM.\cos 60^o=\frac{AM}{2}.$$

Áp dụng định lí Pythagoras vào tam giác MHN vuông tại H ta có

$MN^2=MH^2+HN^2=AM^2-AH^2+(AN-AH)^2$

$=AM^2+AN^2-2AN.AH=AM^2+AN^2-AM.AN$

$=x^2+y^2-xy=(x+y)^2-3xy$.

Theo đề bài ta có

$\frac{AM}{MB}+\frac{AN}{NC}=1\Leftrightarrow\frac{AB}{MB}+\frac{AC}{NC}=3$

$\Leftrightarrow\frac{a}{a-x}+\frac{a}{a-y}=3$

$\Leftrightarrow a^2-2a(x+y)=-3xy.$ (*)

Do đó

$MN^2=(x+y)^2-2a(x+y)+a^2=(a-x-y)^2$

Suy ra $MN=a-x-y$ vì $x+y<a$.

c) Gọi E là trung điểm AC. Ta có

$DK=DE=\frac{a\sqrt{3}}{6}$; $MK=\frac{a}{2}-x;NE=\frac{a}{2}-y$.

Do đó $MK+NE=MN$.

Từ (*) ta có $ax+ay-3xy=a(a-x-y)$.

$S_{DMN}=2S_{AKD}-S_{MKD}-S_{NDE}-S_{AMN}$

$=DK.AK-\frac{KD.MK}{2}-\frac{DE.EN}{2}-\frac{MH.AN}{2}$

$=DK.AK-\frac{KD.MN}{2}-\frac{(AM.\sin A).AN}{2}$

$=\frac{a^2\sqrt{3}}{12}-\frac{a\sqrt{3}}{12}(a-x-y)-\frac{\sqrt{3}xy}{4}$

$=\frac{\sqrt{3}}{12}(a^2-a(a-x-y)-3xy)$

$=\frac{\sqrt{3}}{12}(ax+ay-3xy)=\frac{a\sqrt{3}}{12}(a-x-y)=\frac{DK.MN}{2}$.

Mặt khác $S_{DMN}=\frac{DI.MN}{2}$.

Vậy $DI=DK$.

(Xem tiếp trang 14)



Kì này Tìm các căn bệnh

LÊ THỊ HOA
Trường Tiểu học Thạch Ngọc, Thạch Hà, Hà Tĩnh

Sức khỏe là vốn quý của mỗi người. Hãy giải ô chữ sau đây để tìm ra 9 căn bệnh chúng ta thường gặp. Bạn hãy dịch tên của các căn bệnh đó ra tiếng Việt nhé!



D	Z	E	K	C	O	L	D	M	P
C	O	Q	K	O	F	P	T	E	S
I	G	F	L	U	S	E	H	O	U
B	A	T	C	G	E	C	V	O	R
T	O	O	T	H	A	C	H	E	B
H	V	C	L	K	R	N	P	I	R
S	U	Y	C	H	A	P	N	A	E
H	E	A	D	A	C	H	E	R	S
N	B	W	O	Q	H	L	I	M	O
A	R	S	O	R	E	E	Y	E	S

Kết quả WHAT AM I? (TTT2 số 200+201)

Các từ bắt đầu bằng chữ cái H được định nghĩa lần lượt là:

1. HEART – Trái tim (cơ quan bơm máu)

2. HERO – Anh hùng (một người vĩ đại, được mọi người ngưỡng mộ)

3. HIGH – Cao (trái nghĩa của thấp)

4. HISTORY – Môn Lịch sử (môn học nghiên cứu về các sự kiện trong quá khứ)

5. HOLLAND – Nước Hà Lan (một đất nước được biết đến nhờ hoa tulips)

6. HAMBURGER – Bánh hamburger (món ăn được chế biến từ thịt bò băm)

7. HAY FEVER – Bệnh dị ứng cỏ (một loại dị ứng do cỏ và lá)

8. HAIL – Mưa đá (những quả bóng băng từ bầu trời rơi xuống)

9. HAIKU – Haiku (một thể thơ có 17 âm tiết của Nhật Bản)

10. HALF – Một nửa (không phải toàn bộ)

HONG HA®

Nhận xét. Năm bạn có đáp án đúng, trình bày đẹp sẽ được nhận quà tặng từ Chủ Vườn: *Nguyễn Quỳnh Anh*, 9C, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Kim Mạnh*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Lê Hoàng Thảo Anh*, 8E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Nguyễn Mạnh Hùng*, 9A3, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**; *Nguyễn Hoàng Minh Ngọc*, 7A2, THCS Trưng Vương, Đại Thịnh, Mê Linh, **Hà Nội**.

Xin chúc mừng các bạn.

Chủ Vườn

ĐỀ THI CÂU LẠC BỘ TTT

VÕ XUÂN MINH

Kì 31

CLB1. Find x, y and z such that $x - y - z = 20$, $y - z - x = 11$, $z - x - y = 2019$.

CLB2. Given three distinct numbers a, b and c. Find the value of the expression

$$M = \frac{(2a+b)(2b+c)}{(a-b)(b-c)} + \frac{(2b+c)(2c+a)}{(b-c)(c-a)} + \frac{(2c+a)(2a+b)}{(c-a)(a-b)} + \frac{2a+b}{b-a} + \frac{2b+c}{c-b} + \frac{2c+a}{a-c}.$$

CLB3. Find all of the couplets (m, n) such that $\frac{5m+5n}{3m^2+2n^2}$ is an integer.

CLB4. Solve the following equation $4x^3 + 6x^2 + 3x + 63 = 0$.

CLB5. Given triangle ABC with $\angle A = 15^\circ$ $\angle B = 45^\circ$. Point D is on the opposite side of ray CB such that CD = 2BC. Find the measure of angle BAD.

ĐỖ ĐỨC THÀNH *(dịch)*

Kết quả Kì 29 (TTT2 số 200+201)

CLB1. $y^2(x^2-1) = 2x(x-y)$

$\Leftrightarrow x^2(y^2-1) = (x-y)^2$.

✻ Nếu $x - y = 0$ thì $x = y = 0$ hoặc $x = y = \pm 1$.

✻ Nếu $x - y \neq 0$ thì $y^2 - 1 = z^2$ $(z \in \mathbb{Z})$

$\Leftrightarrow (y+z)(y-z) = 1$

$\Leftrightarrow y = \pm 1, z = 0 \Rightarrow x = y$ (loại).

Vậy các nghiệm (x; y) nguyên là (0; 0), (1; 1), (–1; –1).

CLB2. Khai triển và thu gọn A ta được

$A = 10x^2 + 20x + 20 = (x^2 + 8x + 16) + (9x^2 + 12x + 4) = (x+4)^2 + (3x+2)^2$. (đpcm)

CLB3. $x(x-y) + y(y-z) + z(z-x)$

$= x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx$

$= \frac{1}{2}\left[(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2\right]$

$\geq \frac{1}{2}\left[(x-y)^2 + \frac{1}{2}(y-z+z-x)^2\right] = \frac{3}{4}(x-y)^2$.

CLB4. $2xy = (x+y)^2 - (x^2+y^2) = (x+y)^2 - 1$

$x^3 + y^3 = 1 \Leftrightarrow (x+y)(x^2+y^2-xy) = 1$

$\Leftrightarrow (x+y)\left[1 - \frac{(x+y)^2-1}{2}\right] = 1$

$\Leftrightarrow (x+y)^3 - 3(x+y) + 2 = 0$

$\Leftrightarrow (x+y-1)^2(x+y+2) = 0$

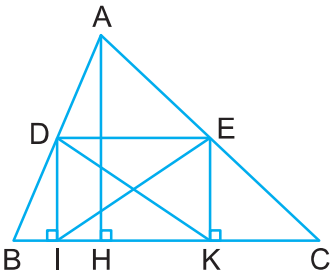
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+y=1 \\ x+y=-2. \end{array}\right.$

✻ Nếu $x + y = 1$ thì $xy = 0 \Rightarrow x = 0, y = 1$ hoặc $x = 1, y = 0$.

✻ Nếu $x + y = -2$ thì $xy = \frac{3}{2} \Rightarrow x, y \in \varnothing$.

Vậy (x; y) là (0; 1), (1; 0).

CLB5.



Kẻ $AH \perp BC \Rightarrow DI \,//\, AH$. Vì DA = DB nên $DI = \frac{AH}{2}$. Ta có DE // IK, DI // EK và $\widehat{DIK} = 90^\circ$ nên tứ giác IDEK là hình chữ nhật. Từ đó

$DK \perp EI \Leftrightarrow DI = DE \Leftrightarrow \frac{AH}{2} = \frac{BC}{2} \Leftrightarrow AH = BC$.

Vậy A nằm trên 2 đường thẳng song song với BC và cách BC một khoảng bằng BC.

Nhận xét. Các bạn có lời giải tốt và được thưởng kì này là: *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Thanh Tuấn*; *Đặng Quang Huy*, 8G; *Ngô Thị An Bình*, 8E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

THIỀU QUANG TÙNG



Hỏi: Nhân dịp bước sang năm 2020, anh có thể tặng chúng em mấy câu thơ được không ạ?

TRẦN T. A
(Lớp 6A3, THCS Thanh Xuân, Q. Thanh Xuân, Hà Nội)

Đáp:

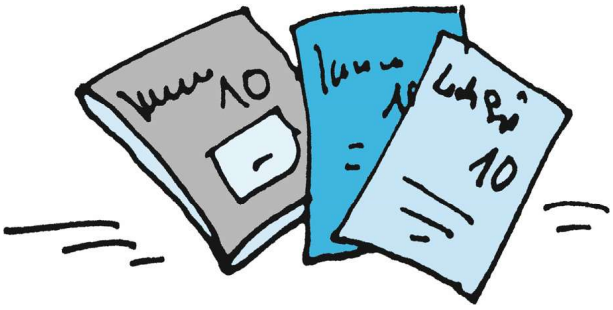
Bay lên nhé! Những ước mơ
Tương lai đất nước đang chờ, em ơi!
Bước sang năm mới tuyệt vời
Con ngoan, trò giỏi bao người yêu thương…

Hỏi: Chúng em đã học cấp THCS rồi thì không được học chương trình mới và sách giáo khoa mới có phải không anh?

HỒ V. T
(Lớp 7A, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, Nghệ An)

Đáp:

Lộ trình đã rõ con đường
Sau hai lớp nữa ra trường, học lên
Lớp 10 danh sách gọi tên
Sách giáo khoa mới ở bên em mà…



Hỏi: Anh ơi! Số nguyên tố là số chỉ chia hết cho mỗi mình nó và số 1. Vậy số 1 có phải là số nguyên tố không?

NGUYỄN T. T
(Lớp 6A1, THCS Kế An, Kế Sách, Sóc Trăng)

Đáp:

Để tránh những chuyện phiền hà
Số 1 đã bị loại ra tức thì
Điều này em cố nhớ ghi
Số nguyên tố bé cực kì là 2.

Hỏi: Anh thử kể tên các họ có ở Việt Nam mình giúp em với…

LÊ K. T
(Lớp 8B, THCS Điện Biên, TP. Thanh Hóa, Thanh Hóa)

Đáp:

Lê, Trần, Hồ, Nguyễn, Vương, Mai
Phan, Hoàng, Chu, Phạm chẳng sai họ nào
Thái, Hà, Lò, Bạch, Ngô, Đào
Đặng, Tôn, Vũ, Võ, Đỗ,… bao họ rồi?

Hỏi: Lớp em có bạn chẳng thân với ai cả… Anh thấy thế nào?

NGUYỄN H. N
(Lớp 6A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, Bắc Ninh)

Đáp:

Giày, dép cũng phải có đôi
Tuổi hồng sao lại đơn côi một mình
Với nhau chia sẻ thân tình
Cùng nhau sát cánh hành trình mới vui.



ANH PHÓ GỠ XƯA



CÁC LỚP 6 & 7

Bài 1(203). Có bao nhiêu số tự nhiên là bội của 3, chỉ viết bởi các chữ số 0, 1, 2 và số đó có không quá 6 chữ số?

VŨ ĐÌNH HÒA
(Hà Nội)

Bài 2(203). Chứng minh rằng trong 1999 số tự nhiên liên tiếp có ít nhất một số mà tổng các chữ số của nó chia hết cho 27.

TẠ THẬP
(TP. Hồ Chí Minh)

Bài 3(203). Ba bạn Toán, Tuổi, Thơ phải hoàn thành một công việc. Để hoàn thành công việc này, nếu Toán làm một mình, số ngày cần thiết sẽ nhiều gấp a lần khi Tuổi và Thơ làm chung. Tương tự, nếu Tuổi làm một mình, số ngày cần thiết sẽ nhiều gấp b lần khi Toán và Thơ làm chung, nếu Thơ làm một mình, số ngày cần thiết sẽ nhiều gấp c lần khi Toán và Tuổi làm chung. Tính $T=\frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+1}+\frac{1}{c+1}$.

TRẦN QUANG VINH
(Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam)

Bài 4(203). Cho tam giác ABC cân tại A có $\widehat{A}=100^o$ và I là giao điểm các đường phân giác trong của tam giác ABC. Trên tia BA lấy điểm D sao cho BD = BC. Đường thẳng BI cắt AC tại E, DE cắt BC tại F. Chứng minh IF vuông góc với AB.

CAO NGỌC TOẢN
(Trường THPT Tam Giang, Phong Điền, Thừa Thiên - Huế)

SOLVE VIA MALL COMPETITION QUESTIONS

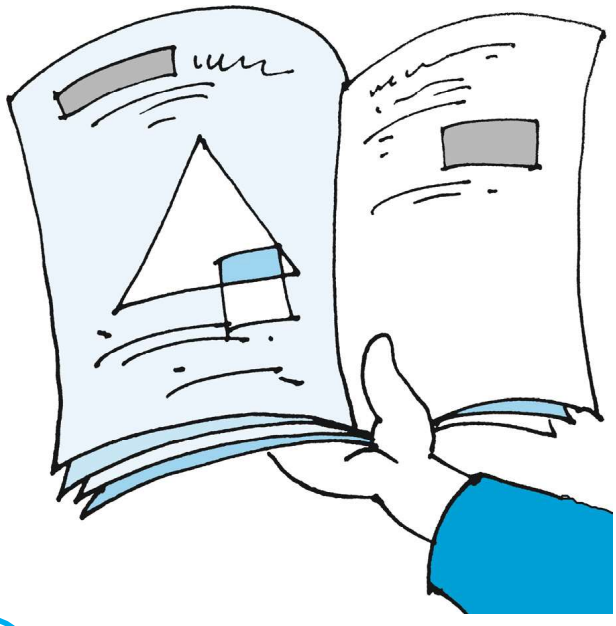
Translated by Thanh Do Duc

1(203). How many multiples of 3 that have no more than 6 digits and their digits can only be 0, 1 and 2?

2(203). Prove that among 1999 consecutive natural numbers, there exists a number whose sum of the digits is divisible by 27.

3(203). Toan, Tuoi and Tho do a job together. The number of days Toan finishes the job alone is a times the number of days Tuoi and Tho do the job altogether. The number of days Tuoi finishes the job alone is b times the number of days Toan and Tho do the job altogether. The number of days Tho finishes the job alone is c times the number of days Toan and and Tuoi do the job altogether. Find the value of the expression $T=\frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+1}+\frac{1}{c+1}$.

4(203). Given isosceles triangle ABC (AB = AC) where $\widehat{A}=100^o$ and I is the intersection point between the interior bisectors of triangle ABC. Point D is on the BA such that BD = BC. BI intersects AC at E and DE intersects BC at F. Prove that IF is perpendicular to AB.



CÁC LỚP THCS

Bài 5(203). Tìm số M lớn nhất sao cho ta có bất đẳng thức $x^2 \geq M.[x].\{x\}$ thỏa mãn với mọi số thực x (trong đó $[x], \{x\}$ tương ứng là kí hiệu phần nguyên và phần thập phân của x).

ĐÀO CHÍ THANH
(Trường THPT chuyên Vĩnh Phúc, Vĩnh Phúc)

Bài 6(203). Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 - 7x + \sqrt{x-2} = y + 4 \\ y^3 - 7y + \sqrt{y-2} = z + 4 \\ z^3 - 7z + \sqrt{z-2} = x + 4. \end{cases}$$

THÁI NHẬT PHƯỢNG
(Trường THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)

Bài 7(203). Cho các số thực dương a, b, c, d thỏa mãn abcd = 1. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{1+a^4+b^4+c^4} + \frac{1}{1+b^4+c^4+d^4} + \frac{1}{1+c^4+d^4+a^4} + \frac{1}{1+d^4+a^4+b^4} \leq 1.$$

NGUYỄN VĂN NHO
(Trường THPT Nguyễn Duy Trinh, Nghi Lộc, Nghệ An)

Bài 8(203). Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC} = 120^o$, (I) là đường tròn nội tiếp. Gọi D, E, F theo thứ tự là tiếp điểm của (I) với BC, CA, AB. L là điểm đối xứng của D qua EF. Chứng minh rằng $\widehat{BLC} = 90^o$.

NGUYỄN MINH HÀ
(Hà Nội)

SOLVE VIA MALL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Thanh Do Duc

5(203). Find the largest value of number M such that $x^2 \geq M.[x].\{x\}$ with any real number x (where $[x], \{x\}$ are the integral part and the decimal part of number x respectively).

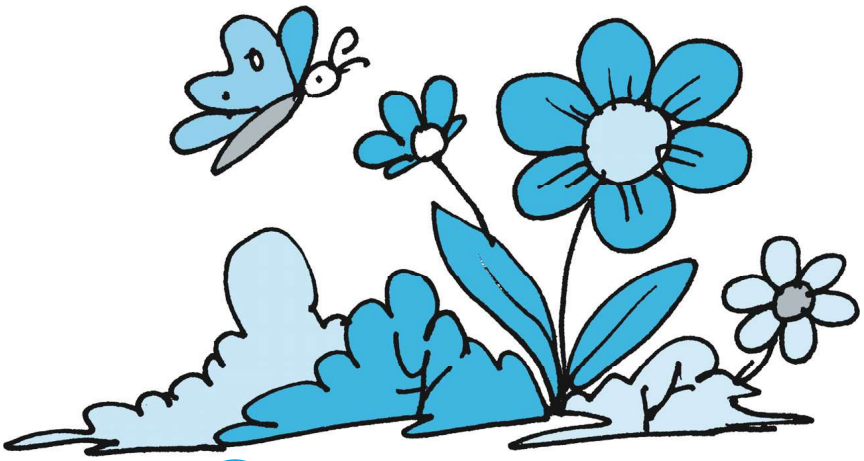
6(203). Solve the following system of equations

$$\begin{cases} x^3 - 7x + \sqrt{x-2} = y + 4 \\ y^3 - 7y + \sqrt{y-2} = z + 4 \\ z^3 - 7z + \sqrt{z-2} = x + 4. \end{cases}$$

7(203). Given positive real numbers a, b, c and d satisfying abcd = 1. Prove that:

$$\frac{1}{1+a^4+b^4+c^4} + \frac{1}{1+b^4+c^4+d^4} + \frac{1}{1+c^4+d^4+a^4} + \frac{1}{1+d^4+a^4+b^4} \leq 1.$$

8(203). Given triangle ABC where $\widehat{BAC} = 120^o$, (I) is the incircle of triangle ABC. D, E and F are the intersection points of circle (I) with BC, CA and AB. L is symmetric with respect to D about EF. Show that $\widehat{BLC} = 90^o$.



BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

BỘ SÁCH GIÁO KHOA
VÌ SỰ BÌNH ĐẲNG VÀ DÂN CHỦ TRONG GIÁO DỤC





DANH MỤC BỘ SÁCH LỚP 1

SÁCH HỌC SINH

1. Tiếng Việt 1, tập một
2. Tiếng Việt 1, tập hai
3. Toán 1, tập một
4. Toán 1, tập hai
5. Đạo đức 1
6. Hoạt động trải nghiệm 1 (Bùi Ngọc Diệp - Phó Đức Hoà)
7. Hoạt động trải nghiệm 1 (Đinh Thị Kim Thoa)
8. Mĩ thuật 1
9. Âm nhạc 1

SÁCH GIÁO VIÊN

1. Tiếng Việt 1, tập một - SGV
2. Tiếng Việt 1, tập hai - SGV
3. Toán 1 - SGV
4. Đạo đức 1 - SGV
5. Tổ chức Hoạt động trải nghiệm 1 - SGV
6. Hướng dẫn tổ chức Hoạt động trải nghiệm 1 - SGV
7. Mĩ thuật 1 - SGV
8. Âm nhạc 1 - SGV

Bạn đã có TỔNG TẬP TOÁN TUỔI THƠ NĂM 2019 ?

- Đóng tập 12 số tạp chí cả năm 2019.
- Đóng bìa cứng.
- Tiện tra cứu cho thầy cô.
- Bồi dưỡng học sinh giỏi.
- Lưu trữ trong thư viện.
- Quà tặng học sinh giỏi.
- Giá bìa: 170000 đồng.

Tạp chí còn có tổng tập các năm 2017, 2018. Các bạn có nhu cầu hãy liên hệ theo số điện thoại 024 35682701.





THÔNG BÁO

Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam đã có quyết định bổ nhiệm bà Trần Thị Kim Cương giữ chức vụ Phó Tổng biên tập phụ trách tạp chí Toán Tuổi thơ từ ngày 01/01/2020 thay ông Nguyễn Ngọc Hân chuyển công tác.

Tạp chí Toán Tuổi thơ chúc ông Nguyễn Ngọc Hân mạnh khỏe, hoàn thành tốt nhiệm vụ ở đơn vị mới.

TẠP CHÍ TOÁN TUỔI THƠ



Chú thích ảnh: *Ông Nguyễn Chí Bính, Phó Tổng Giám đốc NXBGDVN trao quyết định cho bà Trần Thị Kim Cương*

Dành cho giáo viên, phụ huynh và trẻ em từ 12 tuổi đến dưới 16 tuổi.
Giấy phép xuất bản: số 31/GP-BVHTT, cấp ngày 23/1/2003 của Bộ Văn hóa và Thông tin.
Mã số: 8BTT203M20. **In tại:** Công ty cổ phần in Công Đoàn Việt Nam, 167 Tây Sơn, Đống Đa, Hà Nội. In xong và nộp lưu chiểu tháng 01 năm 2020.

Giá: 10 000 đồng