NĂM THỨ
HAI MƯƠI
ISSN 1859-2740

Toán tuổi thơ 2

4/9
202
NĂM HỌC 2019 - 2020

TRUNG HỌC CƠ SỞ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

PHƯƠNG TRÌNH NGHIỆM NGUYÊN



MỘT VỤ ÁN LIÊN QUAN TỚI "SỐ VÀ HÌNH"







Sản phẩm Mới





HONG HA®

TRỤ SỞ CHÍNH
Cơ sở I: 25 Lý Thường Kiệt, Hoàn Kiếm, HN.
Cơ sở II: 672 Ngô Gia Tự, Long Biên, HN.
Tel: 024.36523330 * Fax: 024.36524157
Email: congty@vpphongha.com.vn
Website: www.vpphongha.com.vn

CHI NHÁNH ĐÀ NẴNG
23-25 Đường Yên Thế,
P. Hoà An, Q. Cẩm Lệ.
Điện thoại: 0236 3649 046
Fax: 0236 3649 046

CHI NHÁNH TP.HCM
C12/1 Ấp 3, Xã Tân Kiên,
Huyện Bình Chánh.
Điện thoại: 028 3756 2158
Fax: 028.3756 2157

Toán tuổi thơ 2 TRUNG HỌC CƠ SỞ

Children's Fun Maths Journal

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HỘI ĐỒNG BIÊN TẬP

Phó Tổng biên tập NXBGD Việt Nam:
TS. TRẦN QUANG VINH
Phó Tổng biên tập phụ trách tạp chí:
ThS. NGUYỄN NGỌC HÂN
Phó Tổng biên tập tạp chí:
TRẦN THỊ KIM CƯƠNG

ỦY VIÊN

NGND. VŨ HỮU BÌNH
TS. NGUYỄN MINH ĐỨC
ThS. ĐẶNG HIỆP GIANG
TS. NGUYỄN MINH HÀ
PGS. TS. VŨ ĐÌNH HÒA
ThS. TRẦN QUANG HÙNG
TS. LÊ THỐNG NHẤT
PGS. TS. TẠ DUY PHƯỢNG
ThS. PHẠM ĐỨC TÀI
NGND. PGS. TS. TÔN THÂN
PGS. TS. LÊ ANH VINH

TÒA SOẠN

Tầng 2, nhà A, số 187B Giảng Võ, phường Cát Linh, quận Đống Đa, Hà Nội
Điện thoại: 024.35682701 - Fax: 024.35682702
Email (Ban biên tập): bbttoantuoitho@gmail.com
Email (Trị sự - Phát hành): tapchitoantuoitho@gmail.com
Website: http://www.toantuoitho.vn

ĐỐI TÁC ĐẠI DIỆN PHÍA NAM

Công ty cổ phần Đầu tư và Phát triển Giáo dục Phương Nam
231 Nguyễn Văn Cừ, Q.5, TP. Hồ Chí Minh
ĐT: 028.73035556, Email: thitruong@phuongnam.edu.vn

Trị sự - Phát hành:
TRỊNH THỊ TUYẾT TRANG,
NGUYỄN THỊ HUYỀN THANH, NGUYỄN THỊ HẢI ANH
Biên tập - Chế bản: **VŨ THỊ MAI, ĐỖ TRUNG KIÊN**
Mĩ thuật: **TRẦN NGỌC TRƯỜNG**

CHỊU TRÁCH NHIỆM XUẤT BẢN

Chủ tịch Hội đồng Thành viên NXBGD Việt Nam:
NGUYỄN ĐỨC THÁI
Tổng Giám đốc NXBGD Việt Nam:
HOÀNG LÊ BÁCH
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NXBGD Việt Nam:
PHAN XUÂN THÀNH

TRONG SỐ NÀY

Giải toán thế nào? 2
Ba bài toán hay về chứng minh tam giác đều
Lê Quốc Hán, Nguyễn Thanh Tùng

Rừng cười 4
Loài chim nào?
Trần Thị Sen, Hồ Thị Thu Hường

Đo trí thông minh 5
Số nào thích hợp?
Đỗ Thị Thúy Ngọc

Sai ở đâu? Sửa cho đúng 7
Kết luận như thế đã đúng chưa?
Trần Anh Tuấn

Phá án cùng thám tử Sê Lốc Cốc 10
Những con số trên điện thoại của nạn nhân
Trần Phương Nam

Chữ & chữ số 14
Kì 46
Hà Anh Đức

Compa vui... tính 15
Góc sút lớn nhất
Vũ Đình Hòa

Thách đấu 21
Trận đấu thứ một trăm sáu mươi bảy
Nguyễn Duy Liên

Dành cho các nhà toán học nhỏ 22
Phương trình nghiệm nguyên
Lê Anh Tuấn

Vào thăm Vườn Anh 28
Magic words
Lê Thị Huệ

Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ 29
Kì 30
Võ Xuân Minh

Minh họa bìa 1: *Công ty cổ phần Mĩ thuật và Truyền thông*



BA BÀI TOÁN HAY VỀ CHỨNG MINH TAM GIÁC ĐỀU

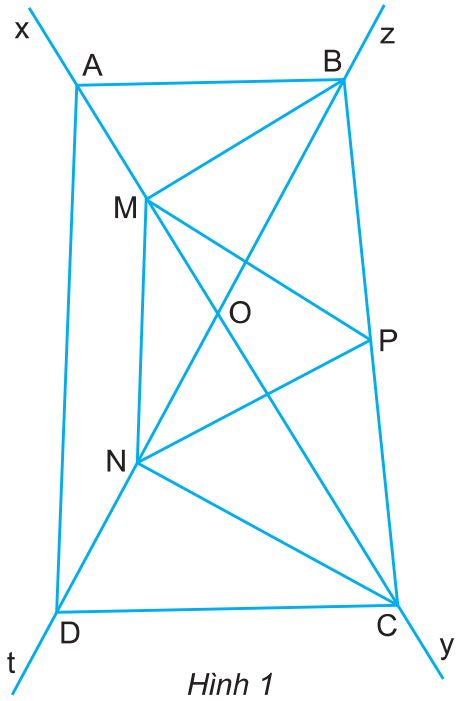
PGS. TS. LÊ QUỐC HÁN - *Khoa Toán, Đại học Vinh*

NGUYỄN THANH TÙNG - *Trường THCS Đức Long, Đức Thọ, Hà Tĩnh*

Bài viết này chúng tôi xin giới thiệu ba bài toán hay về chứng minh tam giác đều.

Bài toán 1. Cho hai đường thẳng xy, zt cắt nhau tại O sao cho $\widehat{xOz} = 60^o$. Trên các tia Ox, Oz, Oy, Ot thứ tự lấy các điểm A, B, C, D sao cho OA = OB, OC = OD. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của OA, OD, BC. Chứng minh rằng ΔMNP là tam giác đều.

Lời giải. *(Hình 1)*



Hình 1

Ta chứng minh được hai tam giác AOB và COD là các tam giác đều.

Suy ra BM ⊥ OA; CN ⊥ OD.

Trong tam giác vuông BMC có đường trung tuyến MP nên $MP = \frac{1}{2}BC$. (1)

Tương tự $NP = \frac{1}{2}BC$. (2)

Mặt khác, MN là đường trung bình tam giác AOD nên $MN = \frac{AD}{2}$. (3)

Xét hai tam giác AOD và BOC có OA = OB, OD = OC; $\widehat{AOD} = \widehat{BOC}$.

Suy ra ΔAOD = ΔBOC (c.g.c).

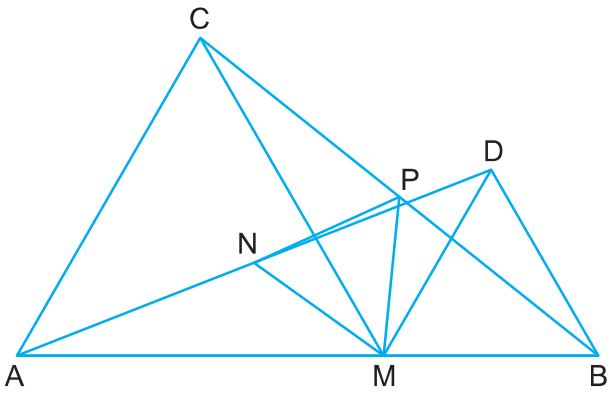
Do đó AD = BC. (4)

Từ (1), (2), (3) và (4) suy ra PM = PN = MN.

Vậy ΔMNP là tam giác đều.

Bài toán 2. Trên đoạn thẳng AB lấy điểm M khác A, B. Dựng các tam giác đều AMC, BMD ở về cùng một nửa mặt phẳng với bờ là đường thẳng AB. Gọi N, P lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AD, BC. Chứng minh rằng ΔMNP là tam giác đều.

Lời giải. *(Hình 2)*



Hình 2

Xét hai tam giác AMD và CMB có

AM = CM, $\widehat{AMD} = \widehat{CMB} (= 120^o)$, MD = MB.

Suy ra ΔAMD = ΔCMB (c.g.c).

Do đó AD = CB $\Rightarrow$ AN = CP.

Ta lại có MN và MP lần lượt là đường trung tuyến của các tam giác AMD và CMB nên MN = MP.

Xét hai tam giác AMN và CMP có

AM = CM, MN = MP, AN = CP.

Suy ra $\Delta AMN = \Delta CMP$ (c.c.c).

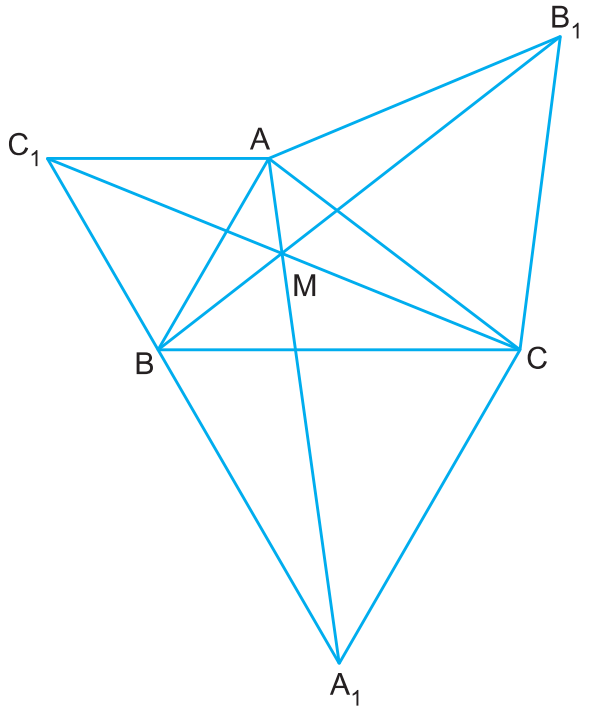
Từ đó suy ra $\widehat{AMN} = \widehat{CMP}$.

Do đó $\widehat{NMP} = \widehat{AMC} = 60^o$.

Vậy ΔMNP là tam giác đều.

Bài toán 3. Cho tam giác ABC có các góc nhỏ hơn 120°. Dựng ra ngoài tam giác ABC các tam giác đều BCA_1, CAB_1, ABC_1 và gọi I, J, K tương ứng là trực tâm của các tam giác đều đó. Chứng minh rằng ΔIJK là tam giác đều.

Lời giải. Trước hết ta nhận xét rằng AA_1, BB_1, CC_1 đồng quy tại điểm M trong tam giác ABC *(Hình 3a)* và ta có $\widehat{AMB} = \widehat{BMC} = \widehat{AMC} = 120^o$ (Xem TTT2 số 187, trang 7). Điểm M này được gọi là *điểm Torixenli* của tam giác ABC.



Hình 3a

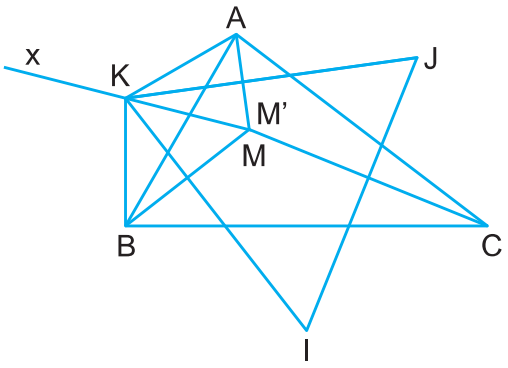
Trên tia KM lấy điểm M' sao cho KM' = KA = KB.

Gọi Kx là tia đối của tia KM *(Hình 3b)*.

Khi đó hai tam giác AKM', BKM' cân tại K nên $\widehat{AKx} = 2.\widehat{AM'K}$, $\widehat{BKx} = 2.\widehat{BM'K}$.

Do đó

$$\widehat{AM'B} = \frac{1}{2}(\widehat{AKx} + \widehat{BKx}) = \frac{1}{2}.240^o = 120^o = \widehat{AMB}.$$



Hình 3b

Kết hợp với M, M' đều thuộc tia KM nên M ≡ M'.

Từ đó suy ra KM = KA.

Tương tự ta có JA = JM nên KJ là đường trung trực của AM.

Do đó KJ ⊥ AM.

Tương tự ta có KI ⊥ BM.

Mà $\widehat{AMB} = 120^o$ nên suy ra $\widehat{IKJ} = 60^o$.

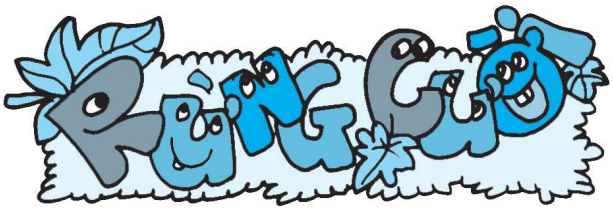
Tương tự ta có $\widehat{KIJ} = 60^o$.

Suy ra ΔIJK là tam giác đều.

Bài tập vận dụng

Bài 1. Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC} \neq 60^o$. Dựng ra phía ngoài tam giác ABC các tam giác đều ABD, ACE. Dựng hình bình hành DAEF. Chứng minh rằng ΔFBC là tam giác đều.

Bài 2. Cho hình vuông ABCD và điểm M nằm trong hình vuông sao cho $\widehat{MAB} = \widehat{MBA} = 15^o$. Chứng minh rằng ΔMCD là tam giác đều.



Kì này Loài chim nào?

Chim gì báo hiệu xuân sang
Chim gì biểu tượng thế gian hòa bình
Chim gì đội mũ rất xinh
Chim gì hay múa lung linh đuôi xòe
Chim gì tên có vần "oe"
Chim gì mà cứ mùa hè hay kêu
Chim gì chộp cá rất siêu
Chim gì có tính nghe nhiều nói theo
Chim gì mặt giống như mèo
Chim gì tên chỉ vần "eo" mới kì
Chim gì tiếng hót mê li
Chim gì chỉ bước, chẳng phi lên trời
Thảo dân đến với "Rừng Cười"
Đáp nhanh, đáp đúng ta thời thưởng ngay!

TRẦN THỊ SEN, HỒ THỊ THU HƯỜNG
(Trường TH Vượng Lộc, Can Lộc, Hà Tĩnh)

Kết quả **(TTT2 số 199)**

Hoa gì?

Hoa sim tím ngắt lưng đồi
Hoa bèo cũng tím hay trôi sông nhà
Hoa ly tên một danh ca
Hoa mai đón Tết, quê là phương nam
Mười giờ nói đến thời gian
Hoa quỳnh đêm nở chứa chan hương thầm
Hoa mắt làm bạn nhìn nhầm
Hoa tai đôi chiếc dành phần chị em
Loa kèn trông giống cái kèn
Hoa hậu danh hiệu để khen đẹp người
Hướng dương tên có mặt trời
Hoa tay ai khéo léo thời xứng danh

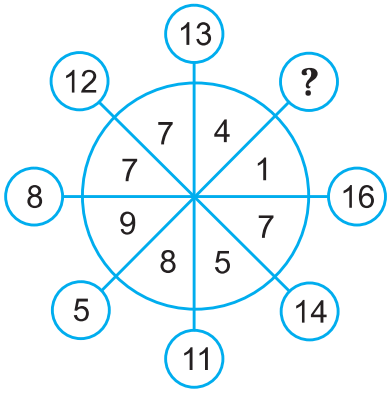
Nhận xét. Vua Tếu rất vui mừng khi nhận được rất nhiều câu trả lời của các thần dân trên khắp cả nước gửi về. Kì này có năm thần dân được Vua Tếu ban thưởng: *Nguyễn Hằng Nga*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Lã Hoàng Quế Đan*, 7A3, THCS Trưng Vương, Mê Linh, **Hà Nội**; *Trần Viết Hưng*, 8A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Phạm Bảo Kim Ngân*, 8A4, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**; *Nguyễn Ngọc Huyền Anh*, 8A, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, **Nam Định**.

VUA TẾU



Kì này SỐ NÀO THÍCH HỢP?

Theo bạn trong hình tròn (có dấu ?) sẽ là số nào thích hợp? Vì sao?



ĐỖ THỊ THÚY NGỌC - Phòng Giáo dục Trung học, Sở GD&ĐT Ninh Bình
(Sưu tầm và giới thiệu)

Kết quả CHỌN HÌNH NÀO ĐÚNG? (TTT2 số 199)

Quy luật. Sau mỗi bước, số chấm trắng tăng thêm một theo cả chiều dọc và chiều ngang, các chấm trắng được nối với nhau, không nối với chấm xanh.

Vậy hình được chọn thay vào chỗ dấu ? là hình E.

Nhận xét. Đa số các bạn chọn đáp án đúng. Một số bạn không nêu đủ các dấu hiệu của quy luật. Các bạn được thưởng kì này: *Bạch Thái Sơn*, 7A1, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Phạm Minh Châu*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Lê Văn Quang Hiếu*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Trần Nhật Huy*, 9B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ; *Nguyễn Duy Lộc*, 7/2, THCS Lê Văn Thiêm, TP. Hà Tĩnh, **Hà Tĩnh**.

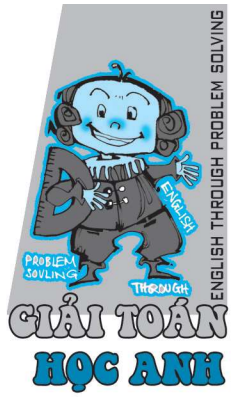
Các bạn sau được tuyên dương: *Nguyễn Quang Mạnh*, 7A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Như Ngọc*, 7D, THCS Nguyễn Cao, Quế Võ, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Đức Học*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Trần Nguyên Anh Kiệt*, 7I; *Đặng Quang Huy*, 8G, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

NGUYỄN XUÂN BÌNH

ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY

Thi giải toán qua thư

Dương Trung Quốc, *Đỗ Thành Nam*, 6D, THCS Lập Thạch, Lập Thạch, **Vĩnh Phúc**; *Chu Thanh Ngọc*, 7D, THCS Nhữ Bá Sỹ, thị trấn Bút Sơn, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Anh Thư*, 7A1, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Trần Minh Khôi*, 9C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì; *Phạm Minh Châu*, 7A3; *Hà Quang Tùng*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Phan Thùy Trâm*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành; *Phan Hữu Cường*, 7B; *Ngô Thị An Bình*, 8E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Nguyễn Cảnh Nam Khánh*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân; *Phạm Thị Thu Ngân*, 7C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Trần Trọng Trung*, 8A4, THCS Thanh Xuân, Q. Thanh Xuân; *Nguyễn Triết Khoa*, Archimedes Academy, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**.



Các bạn hãy giải bài toán sau bằng tiếng Anh và gửi về tòa soạn nhé! Năm bạn có bài giải tốt nhất sẽ được nhận quà.

Problem 10(202). The sum of two natural numbers is 100. Show that their product cannot be greater than 2500.

TS. ĐỖ ĐỨC THÀNH

Trường liên cấp Tiểu học và THCS Ngôi Sao Hà Nội

Kết quả

Problem 7(199).

Let x be his age on his last birthday and y ($y \le 12$) be the number of months elapsed after that birthday, we have:

$x(12x + y) = 1800$

$12x^2 \le 1800$ or $x^2 \le 150$.

The largest integral value of x satisfying this inequality is 12.

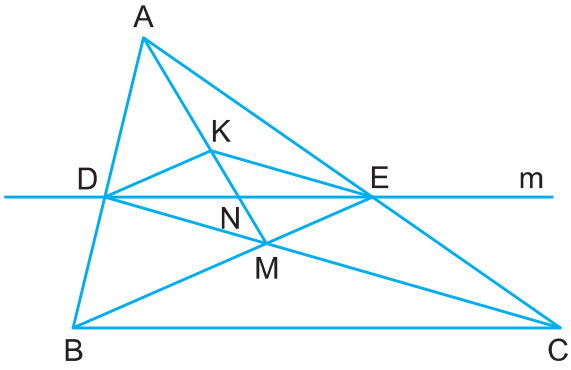
Thus, James' age on his last birthday is 12.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng, được thưởng kì này: *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**; *Trần Trung Phúc*, 8A4, THCS Ngô Gia Tự, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Trần Duy Hưng*, 8G, *Phan Hữu Cường*, 7B, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

ĐỖ ĐỨC THÀNH

(Tiếp theo trang 29)

CLB5.



Qua D vẽ đường thẳng song song với BE cắt AM tại K.

Tam giác ABM có DK // BM nên $\frac{AK}{AM} = \frac{AD}{AB}$ (định lí Thales).

Tam giác ABC có DE // BC nên $\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}$ (định lí Thales).

Do đó $\frac{AK}{AM} = \frac{AE}{AC}\left(= \frac{AD}{AB}\right)$.

Xét ΔAMC có $\frac{AK}{AM} = \frac{AE}{AC}$ nên KE // MC (định lí Thales đảo) hay KE // MD.

Mặt khác có DK // ME.

Do đó tứ giác DKEM là hình bình hành.

Vậy N là trung điểm của DE.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt và được thưởng kì này: *Nguyễn Phạm Thanh Nga*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**; *Trần Anh Vũ*, 9A, THCS Hợp Tiến, Nam Sách, **Hải Dương**; *Nguyễn Thanh Tuấn*, 8G; *Ngô Thị An Bình*, 8E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

THIỀU QUANG TÙNG

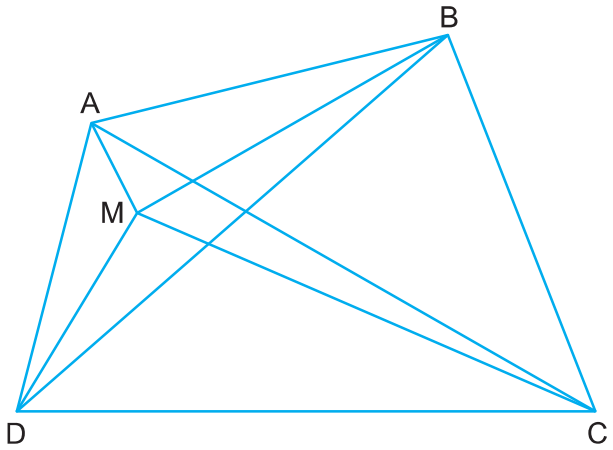


KẾT LUẬN NHƯ THẾ ĐÃ ĐÚNG CHƯA?

TRẦN ANH TUẤN
Trường THCS Phú Phúc, Lý Nhân, Hà Nam

Bài toán. Cho tứ giác lồi ABCD. Tìm vị trí điểm M nằm trong tứ giác ABCD sao cho MA + MB + MC + MD đạt giá trị nhỏ nhất.

Một bạn học sinh đã có lời giải như sau:



Xét tam giác MAC ta có MA + MC > AC.

Xét tam giác MBD ta có MB + MD > BD.

Do đó MA + MB + MC + MD > AC + BD.

Vậy không tồn tại điểm M nằm trong tứ giác ABCD để MA + MB + MC + MD đạt giá trị nhỏ nhất.

Các bạn có ý kiến gì về lời giải trên không?

Kết quả **(TTT2 số 199)**

MỘT LỜI GIẢI... NHƯ ĐÚNG

Lời giải này mắc lỗi sai ở phép biến đổi: Chia từng vế của 2 bất đẳng thức cùng chiều, lỗi sai này hầu hết các em phát hiện ra và đã sửa lại bằng lời giải đúng.

Lời giải đúng. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho 2 số dương ta có

$$\frac{\sqrt{bc}}{a+2\sqrt{bc}}=\frac{1}{2}\left(1-\frac{a}{a+2\sqrt{bc}}\right)\le\frac{1}{2}\left(1-\frac{a}{a+b+c}\right).$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi b = c.

Tương tự ta có: $\frac{\sqrt{ca}}{b+2\sqrt{ca}}\le\frac{1}{2}\left(1-\frac{b}{a+b+c}\right)$,

$$\frac{\sqrt{ab}}{c+2\sqrt{ab}}\le\frac{1}{2}\left(1-\frac{c}{a+b+c}\right).$$

Từ đó suy ra

$$P\le\frac{1}{2}\left(1-\frac{a}{a+b+c}\right)+\frac{1}{2}\left(1-\frac{b}{a+b+c}\right)$$
$$+\frac{1}{2}\left(1-\frac{c}{a+b+c}\right)=\frac{1}{2}\left(3-\frac{a+b+c}{a+b+c}\right)=1.$$

Suy ra P ≤ 1.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi a = b = c.

Vậy P_{max} là 1 khi a = b = c.

Nhận xét. Các bạn sau được thưởng kì này: *Phạm Ngọc Trinh*, 9B, THCS Hồ Xuân Hương, Quỳnh Lưu, **Nghệ An**; *Nguyễn Phạm Thanh Nga*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Đặng Vũ Cường*, 9A5, THCS Cầu Giấy, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Hoàng Thị Yến Linh*, 9A, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình, **Bắc Ninh**; *Lê Thị Diệu Thúy*, 9A, THCS Bình Thịnh, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

VI MẠNH TƯỜNG



HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI IMC 2019

VÕ QUỐC BÁ CẨN
Trường Archimedes Academy, Q. Cầu Giấy, Hà Nội
(Sưu tầm và dịch)

(Đề đăng trên TTT2 số 200+201)

Trong bài này, chúng tôi sẽ trình bày lời giải chi tiết cho một số câu hay và khó. Các câu còn lại, chúng tôi chỉ ghi đáp án.

Đáp án của phần trắc nghiệm:

1. A; **2.** A; **3.** C; **4.** C; **5.** B;
6. A; **7.** A; **8.** B; **9.** 9; **10.** 1;
11. $\frac{40}{105}$; **12.** 48.

Hướng dẫn giải chi tiết của các câu còn lại:

13. Gọi A là biểu thức đã cho.

Sử dụng bất đẳng thức $|a|+|b|\ge|a+b|$ ta có

$$|x-1|+|2019-x|\ge|x-1+2019-x|=2018,$$
$$|x-2|+|2018-x|\ge|x-2+2018-x|=2016,$$
$$\dots$$
$$|x-1009|+|1011-x|\ge|x-1009+1011-x|=2,$$
$$|x-1010|\ge 0.$$

Cộng các bất đẳng thức trên theo vế, ta được

$A\ge 2+4+\cdots+2018=1019090.$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x=1010.$

Vậy $A_{min}=1019090$ khi $x=1010.$

14. Gọi S là tổng cần tính. Mỗi số hạng của S (ngoại trừ số hạng đầu) có dạng $\frac{2^n-1}{2^n}=1-\frac{1}{2^n}$ với $n=1,\ 2,\ \dots,\ 11.$

Do đó $S=12-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{1}{2^{11}}\right).$

Từ đây, ta cũng có

$$2S=24-\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{1}{2^{10}}\right).$$

Suy ra

$$S=2S-S=12-\left(1-\frac{1}{2^{11}}\right)=11+\frac{1}{2^{11}}=\frac{22529}{2048}.$$

15. Theo đề bài, ta có

$(a-b)x-(a+b)y=a+b,\ \forall a,\ b\in\mathbb{R}.$

Suy ra

$a(x-y-1)-b(x+y+1)=0,\ \forall a,\ b\in\mathbb{R}.$

Điều này xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases}x-y-1=0\\x+y+1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=-1.\end{cases}$$

Vậy $x_o=0,\ y_o=-1.$

Suy ra $x_o+y_o=-1.$

16. Gọi A là biểu thức đã cho.

✻ Nếu $x > 0$ thì

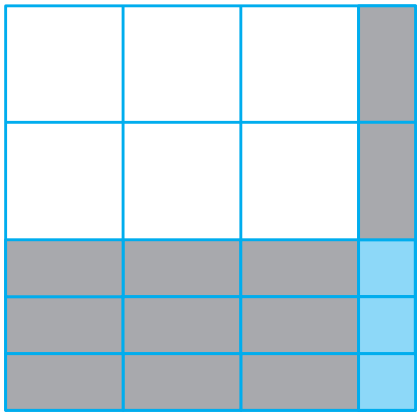
$$A = \frac{2x - 3x}{|2x - 5x|} = \frac{-x}{3x} = -\frac{1}{3}.$$

✻ Nếu $x < 0$ thì

$$A = \frac{(-2x) - 3x}{|2x - (-5x)|} = \frac{-5x}{-7x} = \frac{5}{7}.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức A là $-\frac{1}{3}$ đạt được khi $x > 0$.

17. Hình chữ nhật dưới đây thỏa mãn các yêu cầu của đề bài, trong đó các hình vuông màu trắng có cạnh a đơn vị, các hình chữ nhật màu xám có kích thước $a \times b$ và các hình vuông màu xanh có cạnh b đơn vị.



18. Theo giả thiết, ta có $8x - \frac{7}{2}$ là số nguyên.

Theo tính chất của phần nguyên, ta có

$$(2x - 1) + (3x - 1) < [2x] + [3x] \le 2x + 3x.$$

Suy ra $5x - 2 < 8x - \frac{7}{2} \le 5x.$

Giải bất phương trình này, ta được $\frac{1}{2} < x \le \frac{7}{6}$.

Suy ra $\frac{1}{2} < 8x - \frac{7}{2} \le \frac{35}{6}$.

Mặt khác $8x - \frac{7}{2}$ là số nguyên nên ta có

$$8x - \frac{7}{2} \in \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}.$$

Suy ra $x \in \left\{\frac{9}{16}, \frac{11}{16}, \frac{13}{16}, \frac{15}{16}, \frac{17}{16}\right\}$.

Bằng phép thử trực tiếp, ta tìm được các giá trị x thỏa mãn yêu cầu là $x = \frac{13}{16}$ và $x = \frac{17}{16}$.

CÁCH ĐẶT MUA TẠP CHÍ NĂM 2020

✻ Đặt tại bưu điện của VNPT: Tạp chí Toán Tuổi thơ 1: **C169**; Tạp chí Toán Tuổi thơ 2: **C169.1**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 1 năm 2018: **C169.2**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 2 năm 2018: **C169.3**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 1 năm 2017: **C169.4**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 2 năm 2017: **C169.5**.

✻ Các tập thể nhà trường có thể đặt qua Phòng GD và ĐT hoặc Sở GD và ĐT.

Thông tin chi tiết liên hệ qua số máy 0912268725 (gặp chị Trịnh Thị Tuyết Trang).



NHỮNG CON SỐ TRÊN ĐIỆN THOẠI CỦA NẠN NHÂN

TRẦN PHƯƠNG NAM *(ghi lại)*

Một lần tôi hỏi thám tử Sê Lốc Cốc:

Có khi nào nhờ những con số và các hình hình học mà thám tử tìm ra thủ phạm không?

Thám tử đi về phía chiếc đồng hồ treo tường ra hiệu tôi bước lại bên rồi kể:

Một lần cảnh sát trưởng nhờ tôi đến thẩm vấn 3 kẻ tình nghi là thủ phạm của một vụ án mạng. Cảnh sát trưởng cho biết: "Hiện trường vụ án có một chiếc đồng hồ treo ở tường đang chạy tốt và chiếc điện thoại của nạn nhân. Không hiểu vì lẽ gì mà thủ phạm lại không lấy đi chiếc điện thoại này."

Cả 3 kẻ tình nghi đều chối tội và cảnh sát trưởng chưa biết có cách gì để khẳng định ai là thủ phạm.

Tôi đề nghị cảnh sát trưởng cho xem chiếc điện thoại của nạn nhân. Cảnh sát trưởng cho biết nó đã được cho vào túi giấy bảo quản ngay lập tức. Tôi mở túi giấy và thấy trên màn hình có dãy số cùng dấu gạch nối: 2-4-8-10.

Tôi nhìn chiếc đồng hồ trong phòng của cảnh sát trưởng và đề nghị cho gặp 3 kẻ tình nghi.

Khi 3 kẻ tình nghi bước vào phòng, tôi đã phát hiện ra một điều đặc biệt: cả 3 người đều có vết xăm các hình ở tay, một người xăm hình tam giác, một người xăm hình chữ nhật và một người xăm hình vuông.

Tôi nói với cảnh sát trưởng: "Nạn nhân đã kịp nhắn cho chúng ta đặc điểm của thủ phạm!". Cảnh sát trưởng và cả 3 kẻ bị tình nghi đều tỏ thái độ ngạc nhiên khi nghe tôi nói.

Ngài cảnh sát trưởng nhìn 3 kẻ tình nghi mãi mà cũng chưa biết được điều gì hơn.

Còn bạn có biết thủ phạm là ai không? Nếu biết được chính xác thì bạn xứng đáng có một tư duy khá tốt đấy! Hãy gửi ngay ý kiến của bạn về tạp chí Toán Tuổi thơ nhé! Những phần quà đang chờ tặng cho bạn nào hiểu ra ý của thám tử Sê Lốc Cốc.



Kết quả **(TTT2 số 199)**

BÍ MẬT NẰM TRONG BÀI THƠ?

Con số cuối bài thơ chính là chìa khóa để tìm mật mã của bài thơ. Số 131151 gồm 6 chữ số, trong đó mỗi chữ số chính là số thứ tự của những từ cần lấy ở từng câu thơ (tính từ trên xuống). Do đó số 1 (câu 1) là "Bãi"; số 3 (câu 2) là "gửi"; số 1 (câu 3) là "xe"; số 1 (câu 4) là "đường"; số 5 (câu 5) là "ven"; số 1 câu 6 là "biển". Ghép các từ đó ta được "Bãi gửi xe đường ven biển". Đây chính là địa điểm mà gã chủ tiệm tạp hóa nhận hàng cấm. Với tài năng của thám tử Sê Lốc Cốc thì bài thơ của gã chủ tiệm tạp hóa đã được giải mã một cách nhanh chóng.

HONG HA

Nhận xét. Thám tử Sê Lốc Cốc rất vui vì kì này có nhiều bạn tham gia "phá án". Các "thám tử Tuổi Hồng" cũng rất tài tình khi đã phán đoán chính xác. Phần quà của Sê Lốc Cốc xin được gửi tới các bạn sau: *Nguyễn Ngân Giang, Đỗ Hữu Sơn*, 7A2, THCS Trưng Vương, Mê Linh, **Hà Nội**; *Nguyễn Thị Kim Yến*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Hồng Nam*, 7A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thị Kim Anh*, 8A, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, **Nam Định**; *Lê Thị Diệu Thúy*, 9A, THCS Bình Thịnh, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

Các "thám tử nhí" sau cũng rất đáng khen: *Nguyễn Kim Dung, Phạm Ngân Linh*, 9A5, THCS Cầu Giấy, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Nguyễn Như Ngọc*, 7C, THCS Nguyễn Cao, Quế Võ, **Bắc Ninh**; *Dương Quốc Bảo*, 6C, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Vũ Hồng Phúc*, 9A, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ; *Hoàng Đức Dương*, 7A1, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**; *Trịnh Ngọc Khanh*, 7A2, THCS Mộc Lỵ, Mộc Châu, **Sơn La**; *Nguyễn Đăng Quang*, 6B, *Trần Thị Khánh Ly*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Lê Duy Mạnh*, 7B, *Nguyễn Thị Ngọc Linh*, 9C, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Đặng Đình Khánh*, 8/2, THCS Lê Văn Thiêm, TP. Hà Tĩnh; *Phan Nguyễn Quốc Bảo, Trần Viết Hưng*, 8A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

Thám tử Sê Lốc Cốc



MẠCH KIẾN THỨC "SỐ VÀ ĐẠI SỐ"

NHỮNG YÊU CẦU CẦN ĐẠT Ở LỚP 6

1. SỐ TỰ NHIÊN

Số tự nhiên và tập hợp các số tự nhiên. Thứ tự trong tập hợp các số tự nhiên.

- Sử dụng được thuật ngữ tập hợp, phần tử thuộc (không thuộc) một tập hợp; sử dụng được cách cho tập hợp.
- Nhận biết được tập hợp các số tự nhiên.
- Biểu diễn được số tự nhiên trong hệ thập phân.
- Biểu diễn được các số tự nhiên từ 1 đến 30 bằng cách sử dụng các chữ số La Mã.
- Nhận biết được (quan hệ) thứ tự trong tập hợp các số tự nhiên; so sánh được hai số tự nhiên cho trước.

Các phép tính với số tự nhiên. Phép tính luỹ thừa với số mũ tự nhiên.

- Thực hiện được các phép tính: cộng, trừ, nhân, chia trong tập hợp số tự nhiên.
- Vận dụng được các tính chất giao hoán, kết hợp, phân phối của phép nhân đối với phép cộng trong tính toán.
- Thực hiện được phép tính luỹ thừa với số mũ tự nhiên; thực hiện được các phép nhân và phép chia hai luỹ thừa cùng cơ số với số mũ tự nhiên.
- Nhận biết được thứ tự thực hiện các phép tính.
- Vận dụng được các tính chất của phép tính (kể cả phép tính luỹ thừa với số mũ tự nhiên) để tính nhẩm, tính nhanh một cách hợp lí.
- Giải quyết được những vấn đề thực tiễn gắn với thực hiện các phép tính (ví dụ: tính tiền mua sắm, tính lượng hàng mua được từ số tiền đã có, ...).

Tính chia hết trong tập hợp các số tự nhiên. Số nguyên tố. Ước chung và bội chung.

- Nhận biết được quan hệ chia hết, khái niệm ước và bội.
- Vận dụng được dấu hiệu chia hết cho 2, 5, 9, 3 để xác định một số đã cho có chia hết cho 2, 5, 9, 3 hay không.
- Nhận biết được khái niệm số nguyên tố, hợp số.
- Thực hiện được việc phân tích một số tự nhiên lớn hơn 1 thành tích của các thừa số nguyên tố trong những trường hợp đơn giản.
- Xác định được ước chung, ước chung lớn nhất; xác định được bội chung, bội chung nhỏ nhất của hai hoặc ba số tự nhiên; nhận biết được phân số tối giản; thực hiện được phép cộng, phép trừ phân số bằng cách sử dụng ước chung lớn nhất, bội chung nhỏ nhất.
- Nhận biết được phép chia có dư, định lí về phép chia có dư.
- Vận dụng được kiến thức số học vào giải quyết những vấn đề thực tiễn (ví dụ: tính toán tiền hay lượng hàng hoá khi mua sắm, xác định số đồ vật cần thiết để sắp xếp chúng theo những quy tắc cho trước, ...).

2. SỐ NGUYÊN

Số nguyên âm và tập hợp các số nguyên. Thứ tự trong tập hợp các số nguyên.

- Nhận biết được số nguyên âm, tập hợp các số nguyên.
- Biểu diễn được số nguyên trên trục số.
- Nhận biết được số đối của một số nguyên.
- Nhận biết được thứ tự trong tập hợp các số nguyên. So sánh được hai số nguyên cho trước.
- Nhận biết được ý nghĩa của số nguyên âm trong một số bài toán thực tiễn.

Các phép tính với số nguyên. Tính chia hết trong tập hợp các số nguyên.

- Thực hiện được các phép tính: cộng, trừ, nhân, chia (chia hết) trong tập hợp các số nguyên.
- Vận dụng được các tính chất giao hoán, kết hợp, phân phối của phép nhân đối với phép cộng, quy tắc dấu ngoặc trong tập hợp các số nguyên trong tính toán (tính viết và tính nhẩm, tính nhanh một cách hợp lí).
- Nhận biết được quan hệ chia hết, khái niệm ước và bội trong tập hợp các số nguyên.
- Giải quyết được những vấn đề thực tiễn gắn với thực hiện các phép tính về số nguyên (ví dụ: tính lỗ lãi khi buôn bán, ...).

3. PHÂN SỐ

Phân số. Tính chất cơ bản của phân số. So sánh phân số.

- Nhận biết được phân số với tử số hoặc mẫu số là số nguyên âm.
- Nhận biết được khái niệm hai phân số bằng nhau và nhận biết được quy tắc bằng nhau của hai phân số.
- Nêu được hai tính chất cơ bản của phân số.
- So sánh được hai phân số cho trước.
- Nhận biết được số đối của một phân số.
- Nhận biết được hỗn số dương.

Các phép tính với phân số.

- Thực hiện được các phép tính cộng, trừ, nhân, chia với phân số.
- Vận dụng được các tính chất giao hoán, kết hợp, phân phối của phép nhân đối với phép cộng, quy tắc dấu ngoặc với phân số trong tính toán (tính viết và tính nhẩm, tính nhanh một cách hợp lí).
- Tính được giá trị phân số của một số cho trước và tính được một số biết giá trị phân số của số đó.
- Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với các phép tính về phân số (ví dụ: các bài toán liên quan đến chuyển động trong Vật lí, ...).

4. SỐ THẬP PHÂN

Số thập phân và các phép tính với số thập phân. Tỉ số và tỉ số phần trăm.

- Nhận biết được số thập phân âm, số đối của một số thập phân.
- So sánh được hai số thập phân cho trước.
- Thực hiện được các phép tính cộng, trừ, nhân, chia với số thập phân.
- Vận dụng được các tính chất giao hoán, kết hợp, phân phối của phép nhân đối với phép cộng, quy tắc dấu ngoặc với số thập phân trong tính toán (tính viết và tính nhẩm, tính nhanh một cách hợp lí).
- Thực hiện được ước lượng và làm tròn số thập phân.
- Tính được tỉ số và tỉ số phần trăm của hai đại lượng.
- Tính được giá trị phần trăm của một số cho trước và tính được một số biết giá trị phần trăm của số đó.
- Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với các phép tính về số thập phân, tỉ số và tỉ số phần trăm (ví dụ: các bài toán liên quan đến lãi suất tín dụng, liên quan đến thành phần các chất trong Hoá học, ...).

TTT *(Tổng hợp)*

Nguồn: Bộ Giáo dục và Đào tạo

Chữ & Chữ số

Kì này KÌ 46

Hãy thay các chữ cái khác nhau bởi các chữ số khác 0 và khác nhau sao cho:

$$\overline{TOAN} \times \overline{TOAN} = \overline{TUOITHO}.$$

HÀ ANH ĐỨC *(Hà Nội)*

Kết quả KÌ 44 (TTT2 số 199)

Vì $\overline{MMGBBT} = \overline{TTT}^2$ nên $T \neq 0$.

Vì T^2 có chữ số tận cùng là T nên chỉ có thể xảy ra T = 1 hoặc T = 5 hoặc T = 6.

- Với T = 1, ta có

$\overline{TTT}^2 = 111^2 = 12321 \neq \overline{MMGBBT}$.

Vậy T = 1 không thỏa mãn.

- Với T = 5, ta có

$\overline{TTT}^2 = 555^2 = 308025 \neq \overline{MMGBBT}$.

Vậy T = 5 không thỏa mãn.

- Với T = 6, ta có

$\overline{TTT}^2 = 666^2 = 443556 = \overline{MMGBBT}$.

Vậy T = 6 thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Đáp số: M = 4, G = 3, B = 5, T = 6.

HONG HA®

Nhận xét. Các bạn sau đây giải tốt được thưởng kì này: *Phạm Minh Châu*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Đức Dũng*, 6E, THCS Trần Mai Ninh, Ba Đình, **Thanh Hóa**; *Trần Viết Hưng*, 8A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Hồng Nam*, 7A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Bùi Thị Linh Nhi*, 7D, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, **Nam Định**.

Các bạn sau có lời giải đúng được khen: *Đồng Quốc Khánh*, 7B, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Thái Thị Mỹ Hạnh*, *Nguyễn Đăng Quang*, *Thái Minh Quân*, *Lê Văn Thắng*, *Nguyễn Hải Triều*, 6B; *Lê Văn Quang Hiếu*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Nguyễn Hữu Niêm*, *Nguyễn Thị Kim Yến*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Bảo Linh*, 9A3; *Phạm Thị Thanh Loan*, *Lương Hà Phúc*, 6A5, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh; *Hoàng Minh Vũ*, 7D, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì; *Hà Quang Tùng*, 9A3, *Đỗ Ngọc Tiến*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Huy Hoàng Sơn*, 6A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Bạch Thái Sơn*, 7A1, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Anh Thư*, 7A1, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**.

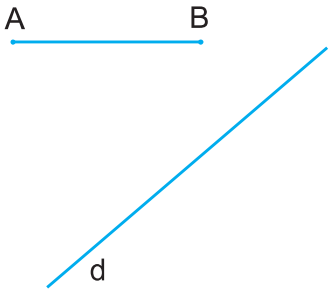
TTT



Kì này GÓC SÚT LỚN NHẤT

Bài toán. Trong một trận thi đấu, cầu thủ tiền đạo dẫn bóng theo đường thẳng d. Vị trí cầu môn của đối phương là AB.

Các em hãy giúp cầu thủ đó tìm trên đường thẳng d vị trí để có góc sút lớn nhất giúp anh dễ dàng sút bóng vào cầu môn đối phương nhé.



VŨ ĐÌNH HÒA *(Hà Nội)*

Kết quả **(TTT2 số 199)**

CÓ TỒN TẠI HAY KHÔNG?

Ta đặt $x + 1996 = a$ (a là số tự nhiên).

Khi đó ta có

$30^x + 4 = (x + 1975)(x + 2020 - 3.45^o)$

$= (x + 1975)(x + 2017)$

$= (a - 21)(a + 21) = a^2 - 441.$

Ta có $30^x + 445 = a^2$.

Xét các trường hợp:

✻ Nếu $x = 0$ thì $446 = a^2$ không thỏa mãn.

✻ Nếu $x = 1$ thì $475 = a^2$ không thỏa mãn.

✻ Nếu $x > 1$ thì $30^x + 445$ là bội của 5 nhưng không phải là bội của 25, trong khi đó nếu a^2 là bội của 5 thì a^2 phải là bội của 25.

Do đó không tồn tại x và a thỏa mãn $30^x + 445 = a^2$.

Vậy không tồn tại số tự nhiên x thỏa mãn yêu cầu đề bài.

HONG HA

Nhận xét. Các bạn sau đây có lời giải đúng, được thưởng: *Đỗ Ngọc Tiến,* 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Thanh Tuấn,* 8G, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Nguyễn Đức Dũng*, 6E, THCS Trần Mai Ninh, Ba Đình, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Trung Kiên,* 8A, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, **Nam Định**; *Trần Minh Hoàng,* 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**.

Các bạn sau được khen: *Nguyễn Phạm Thanh Nga, Hà Quang Tùng,* 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, *Bùi Kim Chúc,* 9A3 THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**; *Phạm Ngọc Trinh*, 9B, THCS Hồ Xuân Hương, Quỳnh Lưu, *Ngô Thị An Bình*, 8E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Nguyễn Hữu Niêm, Ngô Gia Đức*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Anh Thư,* 7A1, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Nguyễn Quang Huy*, 9B, THCS Hoàng Xuân Hãn, *Lê Thị Diệu Thúy,* 9A, THCS Bình Thịnh, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

VŨ ĐÌNH HÒA

Kết quả

Giải toán qua thư



Bài 1(199). Tính:

$$M=\frac{20182018\times2017}{2^5\times3^3\times7\times673}\times\frac{2017\times2018-2}{2018\times20172017}.$$

Lời giải. Ta có

$$M=\frac{20182018\times2017}{2^5\times3^3\times7\times673}\times\frac{2017\times2018-2}{2018\times20172017}$$
$$=\frac{2018\times10001\times2017}{(2^5\times3^2\times7)\times(3\times673)}\times\frac{(2016+1)\times2018-2}{2018\times10001\times2017}$$
$$=\frac{(2016+1)\times2018-2}{(2^5\times3^2\times7)\times(3\times673)}$$
$$=\frac{2016\times2018+2018-2}{2016\times2019}$$
$$=\frac{2016\times2018+2016}{2016\times2019}$$
$$=\frac{2016\times(2018+1)}{2016\times2019}$$
$$=\frac{2016\times2019}{2016\times2019}$$
$$=1.$$

Vậy M = 1.

Nhận xét. Đây là một bài toán cơ bản nên rất nhiều em tham gia giải và giải đúng. Các bạn sau trình bày đẹp và giải bài hoàn chỉnh hơn cả: *Bạch Thái Sơn*, 7A1, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thị Trà My*, *Lê Thị Phương Thảo*, *Nguyễn Thị Phương Nhi*, *Nguyễn Thị Thảo*, 7A, THCS Bình An Thịnh, Lộc Hà; *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**; *Đỗ Ngọc Tiến*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Văn Việt*, *Nguyễn Đăng Quang*, *Nguyễn Hải Triều*, 6B; *Nguyễn Hằng Nga*, *Lê Thị Khánh Hằng*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Nguyễn Gia Bảo*, 7B; *Trần Chí Đạt*, 8E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Phạm Trung Kiên*, 7B, THCS Hàn Thuyên, Lương Tài, **Bắc Ninh**.

PHÙNG KIM DUNG

Bài 2(199). Tìm các số thực x, y thỏa mãn $2019|x-1|+2020|y-2|+2021|y-3|+2022|y-4|=4042$.

Lời giải. Sử dụng tính chất $|a|\geq a$, ta có

$2019|x-1|+2020|y-2|+2021|y-3|+2022|4-y|=2019|x-1|+2020|y-2|+2019|y-3|+2|y-3|+2022|4-y|$.

$\geq 2019.0+2020(y-2)+2019.0+2(y-3)+2022(4-y)=2020y-4040+2y-6+8088-2022y=4042$.

Do đẳng thức xảy ra nên

$x-1=0$, $y-2\geq 0$; $y-3\geq 0$; $y-3=0$.

Vậy $x=1$ và $y=3$.

Nhận xét. Nhiều bạn có lời giải đúng. Các bạn sau có lời giải tốt: *Dương Trung Quốc*, 6D, THCS Lập Thạch, Lập Thạch; *Bạch Thái Sơn*, 7A1, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Văn Hùng*, *Vương Viết Lượng*, 7A; *Nguyễn Hằng Nga*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Nguyễn Gia Bảo*, 7B, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Anh Thư*, 7A1, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**.

HỒ QUANG VINH

Bài 3(199). Tính tổng tất cả các số tự nhiên có hai chữ số, không chia hết cho 5 và không chia hết cho 9.

Lời giải. Gọi S là tổng cần tìm; S_1 là tổng các số có hai chữ số; S_2 là tổng các số có hai chữ số chia hết cho 5; S_3 là tổng các số có hai chữ số chia hết cho 9; S_4 là tổng các số có hai chữ số chia hết cho cả 5 và 9.

• Ta có: $S_1 = 10 + 11 + 12 + ... + 99$.

Số các số hạng của tổng S_1 là
$(99 - 10) : 1 + 1 = 90$ số hạng.

$S_1 = (10 + 99).90 : 2 = 4905$.

• Ta có $S_2 = 10 + 15 + 20 + ... + 95$.

Số các số hạng của tổng S_2 là
$(95 - 10) : 5 + 1 = 18$ số hạng.

$S_2 = (95 + 10).18 : 2 = 945$.

• Ta có $S_3 = 18 + 27 + 36 + ... + 99$.

Số các số hạng của tổng S_3 là
$(99 - 18) : 9 + 1 = 10$ số hạng.

$S_3 = (99 + 18).10 : 2 = 585$.

• Ta có $S_4 = 45 + 90 = 135$.

Do các số hạng chia hết cho cả 5 và 9 được tính 2 lần trong tổng của S_2 và S_3 nên
$S = S_1 - (S_2 + S_3 - S_4)$
$= 4905 - (945 + 585 - 135) = 3510$.

Vậy tổng cần tìm là 3510.

Nhận xét. Đây là bài toán không khó nhưng nhiều bạn quên không tính S_4 nên dẫn đến kết quả sai. Có nhiều bạn tham gia giải bài và có lời giải đúng: *Phan Thùy Trâm*, 7C, THCS Bạch Liêu, thị trấn Yên Thành; *Phan Hữu Cường*, *Nguyễn Gia Bảo*, 7B, *Trần Chí Đạt*, 8E, *Phạm Văn Đại*, 6D, THCS Đặng Thai Mai, Đô Lương; *Trần Phương Mai*, 7B, THCS Hồ Xuân Hương, Quỳnh Lưu; *Lê Thị Khánh Hằng, Nguyễn Đức Học, Trần Thị Khánh Ly, Vũ Ánh Dương, Nguyễn Cảnh Nam Khánh, Hoàng Văn Hùng, Lê Thị Khánh Hằng,* 7D, *Nguyễn Danh Tiến Nam*, 8C, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Bạch Thái Sơn*, 7A1, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên; *Đào Quang Minh*, *Đỗ Thành Nam*, 6A; *Dương Trung Quốc*, 6D; *Đỗ Thị Kiều Oanh*, 6A, THCS Lập Thạch, Lập Thạch, **Vĩnh Phúc**; *Trần Minh Hoàng*, 7E, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân; *Phạm Thị Thu Ngân*, 7C; *Trần Gia Huy*, 8C, THCS Hoàng Xân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Lê Hồng Hạnh*, 7A4, THCS Giấy Châu Phong, Phù Ninh; *Phạm Minh Châu*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Đoàn Nguyễn Vũ*, 6B, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, **Nam Định**; *Chu Thanh Ngọc*, 7D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Anh Thư*, 7A1, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Hoàng Anh Khôi*, *Nguyễn Triết Khoa*, 7C, THCS Achimedes Academy, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**.

LÊ ĐỨC THUẬN

Bài 4(199). Tìm số nguyên tố có hai chữ số, biết rằng nếu viết các chữ số của số đó theo thứ tự ngược lại ta cũng được một số nguyên tố và tổng của hai số này là một số có hai chữ số.

Lời giải. ✻ Số nguyên tố phải tìm có hai chữ nên các chữ số của nó không thể là 2, 3, 5, 6, 8 vì khi đó số viết ngược lại sẽ là hợp số. Một trong hai chữ số của nó cũng không thể là 9 vì khi đó tổng của hai số sẽ là số có 3 chữ số, trái với đề ra. Suy ra các chữ số của số nguyên tố phải tìm chỉ có thể là 1, 3, 7.

✻ Nếu lấy chữ số hàng chục là 1, ta có số nguyên tố 13, 17. Số viết ngược lại là 31, 71 cũng là số nguyên tố và tổng của chúng là 44, 88, thỏa mãn bài toán.

✻ Nếu lấy chữ số hàng chục là 3, ta có số nguyên tố 31, 37. Số viết ngược lại là 13, 73 cũng là số nguyên tố nhưng 37 bị loại vì 37 + 73 = 110, là số có 3 chữ số trái với yêu cầu bài toán.

✻ Nếu lấy chữ số hàng chục là 7, ta có số nguyên tố 71, 73. Số viết ngược lại là 17, 37 cũng là số nguyên tố nhưng 73 bị loại vì 73 + 37 = 110 là số có 3 chữ số.

Vậy các số nguyên tố phải tìm là: 13, 17, 31, 71.

Nhận xét. Có nhiều bạn tham gia giải bài. Các bạn sau đây có lời giải tốt: *Nguyễn Triết Khoa*, *Hoàng Anh Khôi*, 7C1, Archimedes Academy, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Nguyễn Anh Thư*, 7A1, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Phạm Minh Châu*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Trần Đức Quang*, 6B, *Phạm Thị Thu Ngân*, 7C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Lê Đức Thắng*, 6B, *Đỗ Thành Nam*, 6A, THCS Lập Thạch, Lập Thạch; *Dương Như Quỳnh*, 7A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Phan Hữu Cường*, 7B, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Nguyễn Cảnh Nam Khánh*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Phan Thùy Trâm*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**.

CAO VĂN DŨNG

Bài 5(199). Tìm tất cả các số chính phương sao cho nếu đổi chỗ chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị của số đó thì ta được một số chính phương khác số ban đầu.

Lời giải. Gọi số phải tìm là $A = \overline{Xab}$ với a, b là các chữ số khác nhau và X là một số tự nhiên (có thể bằng 0).

Theo giả thiết $\overline{Xab} = x^2$, $\overline{Xba} = y^2$ $(x, y \in \mathbb{N})$.

Ta có thể giả sử $a > b$.

Ta thấy $a, b \in \{0; 1; 4; 5; 6; 9\}$.

✻ Nếu $b = 0$ thì x^2 chia hết cho 2 và 5 suy ra x cũng chia hết cho 2 và 5.

Do đó x chia hết cho 10.

Suy ra $\overline{Xa0} = x^2$ chia hết cho 100

$\Rightarrow a = 0$ (loại).

✻ Nếu $b = 5$ thì $x^2 \vdots 5$ suy ra $x \vdots 5$

$\Rightarrow \overline{Xa5} = x^2 \vdots 25 \Rightarrow \overline{a5} \vdots 25$.

Suy ra $a = 2$ hoặc $a = 7$ (loại).

✻ Nếu $b = 4$ thì x là số chẵn nên $\overline{Xa4} = x^2 \vdots 4$.

Suy ra $\overline{a4} \vdots 4 \Rightarrow a$ là số chẵn.

Do đó $a = 6$ (loại vì $y^2 = \overline{X46}$ không chia hết cho 4).

✻ Nếu $b = 6$ thì $a = 9$.

Khi đó $x^2 - y^2 = \overline{X96} - \overline{X69} = 27$.

Suy ra $(x - y)(x + y) = 1.27 = 3.9$.

Từ đó tìm được $x = 6$ (loại) hoặc $x = 14$.

Từ đó $A = 196$ (thỏa mãn).

✻ Nếu $b = 1$ thì a là số chẵn (vì nếu a là số lẻ thì $x^2 = \overline{Xa1} \equiv \overline{a1} \equiv 10a + 1 \equiv 10(a - 1) + 11 \equiv 3 \pmod 4$.

Điều này vô lí nên suy ra $a \in \{4, 6\}$.

• Với $a = 4$ thì $y^2 = \overline{X14} \equiv 14 \equiv 2 \pmod 4$: vô lí.

• Với $a = 6$ thì $x^2 - y^2 = \overline{X61} - \overline{X16} = 45$.

Suy ra $(x - y)(x + y) = 1.45 = 3.15 = 5.9$.

Từ đó ta tìm được $x \in \{23; 9; 7\}$.

Các giá trị này đều không thỏa mãn.

Vậy chỉ có hai số thỏa mãn đề bài là 169 và 196.

Nhận xét. Có nhiều bạn gửi bài đến tòa soạn. Hầu hết các bạn đều có lời giải đúng. Các bạn sau có lời giải đúng, trình bày tốt: *Nguyễn Danh Tiến Nam*, 8C, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Ngô Thị An Bình*, 8E, THCS Đặng Thanh Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Nguyễn Anh Thư*, 7A1, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Trần Minh Khôi*, 9C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì; *Vũ Minh Đức*, *Tạ Đức Quý*, 7A3; *Nguyễn Phạm Thanh Nga*, *Hoàng Thị Yến Nhi*, *Hà Quang Tùng*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

TRỊNH HOÀI DƯƠNG

Bài 6(199). Giải phương trình

$$\frac{1}{\sqrt{x+3}} + \frac{1}{\sqrt{3x+1}} = \frac{2}{1+\sqrt{x}}.$$

Lời giải. (Dựa theo lời giải của bạn *Lê Duy Anh*, 9C1, THCS Archimedes Academy, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**).

ĐKXĐ $x \geq 0$.

Ta thấy $x = 1$ là một nghiệm của phương trình.

Xét $x \neq 1$.

Với các số thực a, b ta có

$$2(a^2+b^2) = (a+b)^2 + (a-b)^2 \geq (a+b)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{a^2+b^2} \geq \frac{a+b}{\sqrt{2}}. \quad (1)$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b$.

Áp dụng (1), ta có

$$\frac{1}{\sqrt{x+3}} \leq \frac{1}{\frac{\sqrt{x+1}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x+1}+\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}(\sqrt{x+1}-\sqrt{2})}{x-1},$$

$$\frac{1}{\sqrt{3x+1}} \leq \frac{1}{\frac{\sqrt{2x}+\sqrt{x+1}}{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2x}+\sqrt{x+1}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2x}-\sqrt{x+1})}{x-1}.$$

Suy ra $\frac{1}{\sqrt{x+3}} + \frac{1}{\sqrt{3x+1}}$

$$\leq \frac{\sqrt{2}(\sqrt{x+1}-\sqrt{2})}{x-1} + \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2x}-\sqrt{x+1})}{x-1}$$

$$= \frac{2(\sqrt{x}-1)}{x-1} = \frac{2}{\sqrt{x}+1}. \quad (2)$$

Đẳng thức ở (2) xảy ra khi

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} = \sqrt{2} \\ \sqrt{2x} = \sqrt{x+1} \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 \text{ (loại vì } x \neq 1).$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x = 1$.

Nhận xét. Ngoài lời giải trên, ta cũng có thể tiếp cận bài toán theo cách khác như sau: Trước hết, sử dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có $\frac{1}{\sqrt{x+3}} \leq \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{x+3}\right)$,

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}} \leq \frac{1}{2}\left(\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+3}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}} \leq \frac{1}{2}\left(\frac{x}{x+1} + \frac{3}{2}\right).$$

Một cách tương tự, ta có

$$\frac{1}{\sqrt{3x+1}} \leq \frac{1}{2}\left(\frac{1}{x+1} + \frac{x+1}{3x+1}\right);$$

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{3x+1}} \leq \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} + \frac{2x}{3x+1}\right);$$

Suy ra

$$\frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{3x+1}} \leq \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{x+1}\right).$$

Do đó

$$(1+\sqrt{x})\left(\frac{1}{\sqrt{x+3}} + \frac{1}{\sqrt{3x+1}}\right) \leq 2.$$

Bài toán được đưa về xét dấu đẳng thức trong các đánh giá và ta cũng thu được nghiệm $x = 1$ như trong lời giải trên.

Ngoài bạn *Lê Duy Anh*, các bạn sau cũng có lời giải tốt: *Trần Trọng Trung*, 8A4, THCS Thanh Xuân, Q. Thanh Xuân, **Hà Nội**; *Trần Quang Đạt*, *Triệu Hoàng Ánh Dương*, *Trần Thị Yến Khanh*, *Hà Quang Tùng*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

VÕ QUỐC BÁ CẨN

Bài 7(199). Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $0 \leq x, y, z \leq 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \sqrt{\frac{x}{1+yz}} + \sqrt{\frac{y}{1+xz}} + \frac{z}{2+2xy}$.

Lời giải. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho hai số dương ta có

$$P = \sqrt{1.\frac{x}{1+yz}} + \sqrt{1.\frac{y}{1+xz}} + \frac{z}{2+2xy}$$

$$\leq \frac{1}{2}\left(1 + \frac{x}{1+yz}\right) + \frac{1}{2}\left(1 + \frac{y}{1+xz}\right) + \frac{z}{2+2xy}$$

$$\Rightarrow 2P - 2 \leq \frac{x}{1+yz} + \frac{y}{1+xz} + \frac{z}{1+xy}$$

$$\leq \frac{2x}{1+yz+x} + \frac{2y}{1+xz+y} + \frac{2z}{1+xy+z}.$$

Mặt khác $(1-x)(1-y) \geq 0 \Rightarrow 1+xy \geq x+y$.

Tương tự $1+yz \geq y+z$; $1+zx \geq z+x$.

Suy ra

$$2P-2\le \frac{2x}{x+y+z}+\frac{2y}{x+y+z}+\frac{2z}{x+y+z}=2$$

$\Rightarrow P\le 2.$

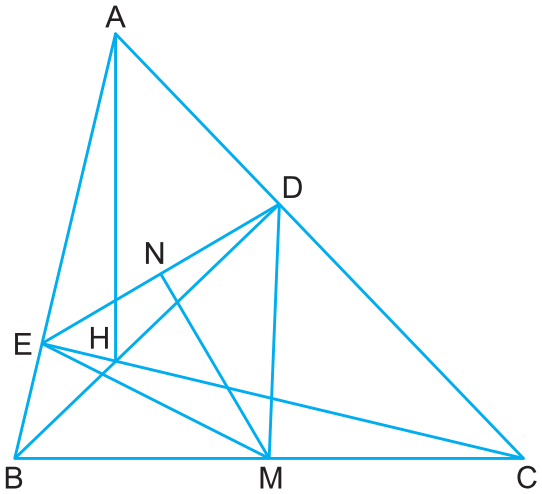
Vậy $P_{max}=2$ khi chẳng hạn $x=y=1, z=0$.

Nhận xét. Bài toán bất đẳng thức trên thuộc dạng cơ bản, không quá khó. Các bạn sau có lời giải tốt: *Trần Quang Đạt*; *Hà Quang Tùng*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Bùi Hà Linh*, 9D; *Nguyễn Quốc Bảo Long*, 9C, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Đặng Vũ Cường*, 9A5, THCS Cầu Giấy, Q. Cầu Giấy; *Phạm Duy Nguyên Lâm*, 8A1; *Trần Trọng Trung*, 8A4, THCS Thanh Xuân, Q. Thanh Xuân, **Hà Nội**.

NGUYỄN QUANG TUẤN

Bài 8(199). Cho tam giác nhọn ABC với hai đường cao BD và CE cắt nhau tại H. Gọi M, N thứ tự là trung điểm của BC, DE. Chứng minh rằng $\frac{2MN}{AH}=\frac{BC}{DE}-\frac{DE}{BC}$.

Lời giải.



Do các tam giác DBC và EBC vuông tại D và E tương ứng có các đường trung tuyến DM, EM nên $MD=\frac{BC}{2}=ME$.

Suy ra MN vuông góc với DE (vì N là trung điểm của DE).

Ta có

$$\frac{BC}{DE}-\frac{DE}{BC}=\frac{BC^2-DE^2}{DE\cdot BC}$$

$$=\frac{4MD^2-4ND^2}{DE\cdot 2MD}=\frac{2MN^2}{DE\cdot MD}. \quad (1)$$

Ta chứng minh được

$\Delta MND \backsim \Delta CEA$ (g.g); $\Delta DEC \backsim \Delta HAC$ (g.g).

Do đó

$$\frac{MN}{MD}=\frac{CE}{CA}=\frac{DE}{AH}. \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta suy ra

$$\frac{BC}{DE}-\frac{DE}{BC}=2\frac{DE}{AH}\cdot\frac{MN}{DE}=\frac{2MN}{AH}.$$

Đó là điều phải chứng minh.

Nhận xét. Bài toán này có thể tổng quát cho một tứ giác nội tiếp bất kì. Các bạn sau đây có lời giải ngắn gọn, trình bày xúc tích và không dùng lượng giác: *Bùi Hà Linh*, 9D; *Ngô Thị An Bình*, 8E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Nguyễn Anh Thư*, 7A1, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Nguyễn Tuấn Dương*, 9D5, THCS Chu Văn An, *Ngô Quyền*, **Hải Phòng**; *Trần Minh Khôi*, 9C THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**.

TRẦN QUANG HÙNG

THÁCH ĐẤU

TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM SÁU MƯƠI BẢY

Người thách đấu: *Nguyễn Duy Liên*, GV. THPT chuyên Vĩnh Phúc.

Bài toán thách đấu: Có n đội bóng tham gia một giải thi đấu bóng đá ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$). Giải đấu tổ chức theo thể thức thi đấu vòng tròn một lượt. Cách tính điểm mỗi trận đấu như sau: Đội thắng được 3 điểm, đội thua được 0 điểm, trận đấu có kết quả hòa thì mỗi đội được 1 điểm. Khi kết thúc giải không có hai đội nào có điểm bằng nhau. Hỏi đội đứng đầu ít nhất hơn đội xếp cuối bao nhiêu điểm?

Thời hạn: Trước ngày 08.01.2020 theo dấu bưu điện.

Kết quả TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM SÁU MƯƠI LĂM (TTT2 số 199)

Đề bài. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 3abc$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{ab}{c+2} + \frac{bc}{a+2} + \frac{ca}{b+2} + \frac{2(a+b+c)}{ab+bc+ca}.$$

Lời giải. Trước hết ta có nhận xét sau:

Với mọi số thực dương a, b, x, y thì

$$1)\ a^2 + \frac{2}{a} - 3 = \frac{a^3 - 3a + 2}{a} = \frac{(a-1)(a^2+a-2)}{a}$$

$$= \frac{(a-1)^2(a+2)}{a} \geq 0.$$

Suy ra $a^2 + \frac{2}{a} \geq 3$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = 1$.

$$2)\left(\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y}\right)(x+y) = a^2 + b^2 + \frac{a^2y}{x} + \frac{b^2x}{y}$$

$$= a^2 + b^2 + \frac{(ay-bx)^2 + 2abxy}{xy}$$

$$\geq a^2 + b^2 + 2ab = (a+b)^2.$$

Suy ra $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y}$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $ay = bx$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{x} = \frac{b}{y}.$$

Áp dụng các nhận xét trên ta được

$$P = \frac{ab}{c+2} + \frac{bc}{a+2} + \frac{ca}{b+2} + \frac{2(a+b+c)}{ab+bc+ca}$$

$$= \frac{(ab)^2}{ab(c+2)} + \frac{(bc)^2}{bc(a+2)} + \frac{(ca)^2}{ca(b+2)} + \frac{2(a+b+c)}{ab+bc+ca}$$

$$\geq \frac{(ab+bc)^2}{ab(c+2)+bc(a+2)} + \frac{(ca)^2}{ca(b+2)} + \frac{2(a+b+c)}{ab+bc+ca}$$

$$\geq \frac{(ab+bc+ca)^2}{ab(c+2)+bc(a+2)+ca(b+2)} + \frac{2(a+b+c)}{ab+bc+ca}$$

$$= \frac{(ab+bc+ca)^2}{3abc+2(ab+bc+ca)} + \frac{2(a+b+c)}{ab+bc+ca}$$

$$= \frac{(ab+bc+ca)^2}{(a+b+c)^2} + 2.\frac{(a+b+c)}{ab+bc+ca} \geq 3.$$

$$P = 3 \Leftrightarrow \frac{ab}{ab(c+2)} = \frac{bc}{bc(a+2)} = \frac{ca}{ca(b+2)},$$

$$\frac{a+b+c}{ab+bc+ca} = 1 \Leftrightarrow a = b = c = 1.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 3 khi $a = b = c = 1$.

HONG HA

Nhận xét. Học sinh Trung học cơ sở chỉ được dùng trực tiếp bất đẳng thức AM-GM cho hai số thực không âm, các bất đẳng thức cổ điển khác khi dùng phải kèm theo chứng minh lại bất đẳng thức đó. Trên tinh thần đó, trong các võ sĩ gửi lời giải tới tòa soạn, võ sĩ *Lê Thành Trung*, 9D, THCS Điện Biên, TP. Thanh Hóa, **Thanh Hóa** là võ sĩ được đăng quang trong trận đấu này.

NGUYỄN MINH ĐỨC

PHƯƠNG TRÌNH NGHIỆM NGUYÊN

LÊ ANH TUẤN *(Quỳnh Lưu, Nghệ An)*

Phương trình nghiệm nguyên là một chuyên đề hay và quan trọng với học sinh giỏi bởi các kiến thức để giải quyết bài toán này rất phong phú. Những kiến thức nào thường được sử dụng để giải phương trình nghiệm nguyên?

1. Đưa biểu thức chứa ẩn về dạng tích

Nhiều phương trình nghiệm nguyên có thể đưa về dạng tích các thừa số chứa ẩn bằng một số nguyên.

Bài toán 1. Tìm nghiệm nguyên của phương trình $y^3 - x^3 = 91$. (1)

Lời giải. Phương trình (1) tương đương với

$(y - x)(x^2 + xy + y^2) = 91$. (2)

Vì $x^2 + xy + y^2 > 0$ với mọi x, y nên từ (2) suy ra $y - x > 0$.

Mặt khác $91 = 1.91 = 7.13$ và $x^2 + xy + y^2$, $y - x$ đều là số nguyên dương nên ta có các trường hợp sau:

✻ TH1. $\begin{cases} y - x = 1 \\ x^2 + xy + y^2 = 91. \end{cases}$

Giải ra ta được (x, y) = (–6; –5); (5; 6).

✻ TH2. $\begin{cases} y - x = 91 \\ x^2 + xy + y^2 = 1 \end{cases}$ (vô nghiệm).

✻ TH3. $\begin{cases} y - x = 7 \\ x^2 + xy + y^2 = 13. \end{cases}$

Giải ra ta được (x, y) = (–3; 4); (–4; 3).

✻ TH4. $\begin{cases} y - x = 13 \\ x^2 + xy + y^2 = 7 \end{cases}$ (vô nghiệm).

Vậy phương trình có nghiệm nguyên

$(x; y) \in \{(-6; -5); (5; 6); (-3; 4); (-4; 3)\}$.

Bài toán 2. Tìm nghiệm nguyên của phương trình $x^2 + 4x + 1 = y^4$. (1)

Lời giải. Phương trình (1) tương đương với

$(x+2)^2 - y^4 = 3 \Leftrightarrow (x + 2 - y^2)(x + 2 + y^2) = 3.$

Kết hợp với $x + 2 - y^2 \le x + 2 + y^2$ nên ta có

$\begin{cases} x + 2 - y^2 = -3 \\ x + 2 + y^2 = -1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x + 2 - y^2 = 1 \\ x + 2 + y^2 = 3. \end{cases}$

Giải các hệ trên ta được

$(x; y) \in \{(-4; 1); (-4; -1); (0; 1); (0; -1)\}$.

Bài toán 3. Tìm nghiệm nguyên của phương trình $x^2 = y(y+1)(y+2)(y+3)$. (1)

Lời giải. Phương trình (1) tương đương với

$x^2 = (y^2 + 3y)(y^2 + 3y + 2).$

Đặt $t = y^2 + 3y$ ta được

$t(t+2) - x^2 = 0 \Leftrightarrow (t+1)^2 - x^2 = 1$

$\Leftrightarrow (t + 1 - x)(t + 1 + x) = 1.$

Từ đó dễ dàng tìm được nghiệm nguyên của phương trình

$(x; y) \in \{(0; 0); (0; -1); (0; -2); (0; -3)\}$.

Bài toán 4. Tìm nghiệm nguyên không âm của phương trình

$(y+1)^4 + y^4 = (x+1)^2 + x^2$. (1)

Lời giải. Phương trình (1) tương đương với

$y^4 + 2y^3 + 3y^2 + 2y = x^2 + x$

$\Leftrightarrow (y^4 + 2y^3 + y^2) + 2(y^2 + y) + 1 = x^2 + x + 1$

$\Leftrightarrow (y^2 + y + 1)^2 = x^2 + x + 1.$

Đặt $t = y^2 + y + 1$ thì $t \in \mathbb{N}; t \ge 1$ ta được

$t^2 = x^2 + x + 1 \Leftrightarrow 4t^2 = 4x^2 + 4x + 4$

$\Leftrightarrow 4t^2 - (2x+1)^2 = 3$

$\Leftrightarrow (2t - 2x - 1)(2t + 2x + 1) = 3.$

Chú ý rằng $2t + 2x + 1 \geq 3$ nên ta có
$2t + 2x + 1 = 3$ và $2t - 2x - 1 = 1$.
Từ đó phương trình có nghiệm nguyên không âm là $(x; y) = (0; 0)$.

2. Sử dụng tính chia hết

Ngoài các quy tắc chia hết cho các số, cần lưu ý thêm về số dư của số chính phương khi chia cho một số.

Bài toán 5. Giải phương trình nghiệm nguyên $x^2 + 4y^2 = 2019$.

Lời giải. Một số chính phương khi chia cho 4 có số dư là 0 hoặc 1.
Mà x^2; $(2y)^2$ là các số chính phương nên khi chia các số này cho 4 chỉ có các số dư là 0 hoặc 1.
Do đó $x^2 + 4y^2$ chia cho 4 chỉ có các số dư là 0; 1; 2.
Mặt khác 2019 chia cho 4 dư 3 nên phương trình đã cho không có nghiệm nguyên.

Bài toán 6. Giải phương trình nghiệm nguyên
$x(x+1)(x+2)(x+3) + y(y+1)(y+2)(y+3) = 2019$.

Lời giải. Tích của n số nguyên liên tiếp luôn chia hết cho n mà $x(x+1)(x+2)(x+3)$ và $y(y+1)(y+2)(y+3)$ đều là tích của 4 số nguyên liên tiếp nên chúng chia hết cho 4.
Từ đó ta có tổng
$x(x+1)(x+2)(x+3) + y(y+1)(y+2)(y+3)$ chia hết cho 4.
Mặt khác 2019 không chia hết cho 4.
Vậy phương trình đã cho không có nghiệm nguyên.

Bài toán 7. Giải phương trình nghiệm nguyên $x^2 - 2y^2 = 5$. (1)

Lời giải. Vì $2y^2$ là số chẵn, 5 là số lẻ nên x là số lẻ.

Đặt $x = 2k + 1$ ($k \in \mathbb{Z}$), thay vào (1) ta được

$$4k^2 + 4k + 1 - 2y^2 = 5 \Leftrightarrow 2(k^2 + k - 1) = y^2.$$

Suy ra y là số chẵn.

Đặt $y = 2t$ ($t \in \mathbb{Z}$), ta có

$$2(k^2 + k - 1) = 4t^2 \Leftrightarrow k(k+1) = 2t^2 + 1. \quad (2)$$

Ta thấy $k(k + 1)$ là số chẵn, $2t^2 + 1$ là số lẻ nên phương trình (2) vô nghiệm.

Bài toán 8. Tìm nghiệm nguyên của phương trình $6x^2 + 5y^2 = 74$.

Lời giải. Ta thấy nếu $(x_o; y_o)$ là nghiệm của phương trình thì $(x_o; -y_o)$; $(-x_o; -y_o)$; $(-x_o; y_o)$ cũng là nghiệm của phương trình. Bởi vậy ta chỉ cần tìm nghiệm $(x_o; y_o)$ với $x_o, y_o \geq 0$.
Ta có $6(x^2 - 4) = 5(10 - y^2)$.
Suy ra $x^2 - 4 \vdots 5 \Rightarrow x^2 + 1 \vdots 5$.
Mặt khác $6x^2 < 74$ nên

$$\Rightarrow 0 < x^2 < \frac{74}{6} = 12\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 0 < x^2 \leq 12$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 = 4 \\ x^2 = 9 \end{array}\right. \text{ (vì } x^2 + 1 \vdots 5).$$

✻ Nếu $x^2 = 4 \Rightarrow y^2 = 10$ (loại).
✻ Nếu $x^2 = 9 \Rightarrow y^2 = 4$.
Vậy phương trình có nghiệm nguyên
$(x; y) \in \{(3; 2);(3; -2);(-3; 2);(-3; -2)\}$.

Bài toán 9. Tìm nghiệm nguyên của phương trình $xy^2 + 2xy - 243y + x = 0$.

Hướng dẫn giải. Ta viết phương trình đã cho về dạng $x(y+1)^2 = 243y$.
✻ Nếu $y = -1$ thì phương trình trở thành
$0 = -243$ (không thỏa mãn).
✻ Nếu $y \neq -1$ thì phương trình tương đương với $x = \dfrac{243y}{(y+1)^2}$.

Vì x là số nguyên nên $243y \vdots (y+1)^2$.
Mà $(y ; y + 1) = 1$ nên $243 \vdots (y+1)^2$.

Suy ra $\left[\begin{array}{l} (y+1)^2 = 1 \\ (y+1)^2 = 3^2 \\ (y+1)^2 = 3^4 \end{array}\right.$

Từ đó ta tìm được các nghiệm nguyên của phương trình.

Bài toán 10. Tìm các số nguyên x để giá trị của y là số nguyên, biết rằng $y = \dfrac{x^2 - x + 3}{x + 2}$.

Hướng dẫn giải. Ta viết phương trình đã cho về dạng $y = x - 3 + \dfrac{9}{x+2}$.

Vì x, y là số nguyên nên $\dfrac{9}{x+2}$ là số nguyên $\Leftrightarrow x + 2$ là ước của 9.

Từ đó suy ra $x+2\in\{\pm1;\pm3;\pm9\}$

$\Leftrightarrow x\in\{-1;-3;1;-5;7;-11\}$.

Từ đó ta tìm được nghiệm nguyên của phương trình.

3. Sắp thứ tự các ẩn

Nếu các ẩn x, y, z,… có vai trò bình đẳng, ta có thể giả sử $x\ge y\ge z\ge\ldots$ để tìm nghiệm thỏa mãn điều kiện này. Từ đó, dùng phép hoán vị để suy ra các nghiệm còn lại của phương trình đã cho.

Bài toán 11. Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình $x+y+z=xyz$. (1)

Lời giải. Không mất tính tổng quát ta giả sử $x\ge y\ge z\ge1\Rightarrow 3x\ge xyz\Rightarrow yz\le 3$.

✻ Nếu $yz=1\Rightarrow y=z=1$.

Thay vào (1) ta có $x+2=x$ (vô lí).

✻ Nếu $yz=2\Rightarrow z=1, y=2$.

Thay vào (1) ta có $x+3=2x\Rightarrow x=3$.

✻ Nếu $yz=3$ do $y\ge z\Rightarrow z=1, y=3$.

Thay vào (1) ta có $x+4=3x\Rightarrow x=2$ (mâu thuẫn với giả thiết).

Do đó $x=3; y=2; z=1$.

Vì vai trò bình đẳng của x, y, z nên nghiệm nguyên dương của phương trình là các hoán vị của (1, 2, 3).

Bài toán 12. Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=2$.(1)

Lời giải. Không mất tính tổng quát giả sử $x\ge y\ge z\ge1$.

Ta có $2=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\le\frac{3}{z}\Rightarrow z\le\frac{3}{2}\Rightarrow z=1$.

Thay vào (1) ta có

$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+1=2\Rightarrow 1=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\le\frac{2}{y}\Rightarrow y\le2$.

✻ Nếu $y=1\Rightarrow\frac{1}{x}=0$ (vô lí).

✻ Nếu $y=2\Rightarrow\frac{1}{x}=\frac{1}{2}\Rightarrow x=2$.

Vậy $x=y=2, z=1$.

Vì vai trò bình đẳng của x, y, z nên nghiệm nguyên dương của phương trình là các hoán vị của (1, 2, 2).

Bài toán 13. Tìm các số nguyên dương x, y thoả mãn $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{3}$. (1)

Lời giải. Do vai trò bình đẳng của x, y nên giả sử $x\ge y\ge1$.

Từ (1) ta có $\frac{1}{y}<\frac{1}{3}\Leftrightarrow y>3$. (2)

Mặt khác $x\ge y\ge1$ nên $\frac{1}{x}\le\frac{1}{y}\le1$

$\Rightarrow\frac{1}{3}=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\le\frac{1}{y}+\frac{1}{y}=\frac{2}{y}$

$\Rightarrow y\le6$. (3)

Vì y là số nguyên nên từ (2) và (3) ta có $4\le y\le6$.

Từ đó ta có các nghiệm nguyên dương của phương trình là

$(x;y)\in\{(4;12);(12;4);(6;6)\}$.

Bài tập vận dụng

Bài 1. Giải các phương trình nghiệm nguyên:

a) $x^2-4xy=23$;

b) $3x-3y+2=0$;

Bài 2. Tìm nghiệm nguyên dương của các phương trình sau:

a) $4xy-3(x+y)=59$;

b) $5(xy+yz+zx)=4xyz$;

Bài 3. Chứng minh rằng các phương trình sau không có nghiệm nguyên.

a) $x^3+y^3+z^3=x+y+z+2020$;

b) $19x^2+28y^2=729$;

c) $x^2+4y^2+9z^2=2015$.

(Kì sau đăng tiếp)

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9
QUẬN CẦU GIẤY, TP. HÀ NỘI

Năm học 2019 - 2020

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 150 phút

Bài 1. *(5 điểm)*

1. Cho biểu thức $P = \left(\dfrac{2x\sqrt{x} + x - \sqrt{x}}{x\sqrt{x} - 1} - \dfrac{x + \sqrt{x}}{x - 1} \right) . \dfrac{x - 1}{2x + \sqrt{x} - 1} + \dfrac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x} - 1}.$

a) Tìm điều kiện của x để biểu thức P có nghĩa và rút gọn P.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

2. Cho 3 số dương x, y, z thỏa mãn: $x^2 + y^2 + z^2 = (x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2$.

a) Tính $x + y + z$ biết $xy + yz + zx = 9$.

b) Chứng minh rằng nếu $z \geq x$; $z \geq y$ thì $z > x + y$.

Bài 2. *(5 điểm)*

1. Giải phương trình $\sqrt{9x^2 + 33x + 28} + 5\sqrt{4x - 3} = 5\sqrt{3x + 4} + \sqrt{12x^2 + 19x - 21}$.

2. Tìm các số nguyên (x, y) với $x \geq 0$; $y \geq 0$ thỏa mãn $x^2 + 3y^2 + 4xy + 4x + 10y - 12 = 0$.

Bài 3. *(3 điểm)*

1. Cho 3 số thực không âm a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = a + b^{2011} + c^{1954} - ab - bc - ac$.

2. Tìm số nguyên dương x để $4x^3 + 14x^2 + 9x - 6$ là số chính phương.

Bài 4. *(6 điểm)*

Cho tam giác đều ABC cạnh a, hai điểm M, N lần lượt di động trên hai đoạn AB, AC sao cho $\dfrac{AM}{MB} + \dfrac{AN}{NC} = 1$. Đặt $AM = x$, $AN = y$.

a) Biết $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{1}{5}$, tính diện tích tam giác AMN theo a.

b) Chứng minh rằng $MN = a - x - y$.

c) Gọi D là trọng tâm tam giác ABC, K là trung điểm của AB. Vẽ $DI \perp MN$, chứng minh rằng $DI = DK$.

Bài 5. *(1 điểm)*

Cho một bảng ô vuông 2019×2020, mỗi ô vuông con có thể tô một trong hai màu xanh hoặc đỏ. Biết rằng ban đầu tất cả các ô đều được tô màu xanh. Cho phép mỗi lần ta chọn một hàng hoặc một cột và thay đổi màu của tất cả các ô thuộc hàng hoặc cột đó. Hỏi sau một số hữu hạn lần đổi màu ta có thể thu được một bảng gồm đúng 2000 ô vuông màu đỏ không?

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI
TUYỂN SINH LỚP 10 THPT TP. HỒ CHÍ MINH

Năm học 2019-2020

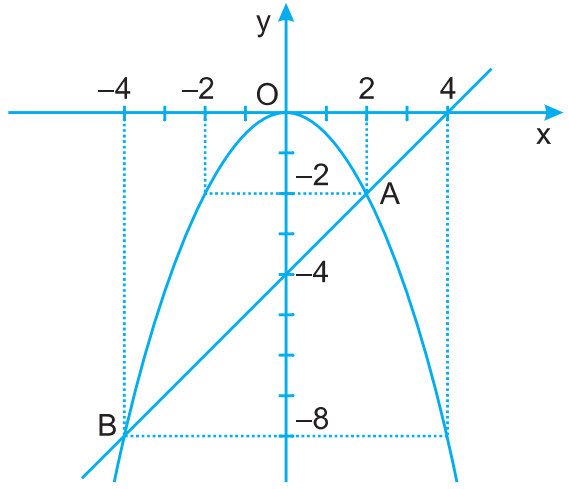
Môn thi: Toán

(Đề đăng trên TTT2 số 200+201)

Bài 1. a) Bảng giá trị

x	–4	–2	0	2	4
$y=-\frac{1}{2}x^2$	–8	–2	0	–2	–8

x	0	4
y = x – 4	–4	0



b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình:

$$-\frac{1}{2}x^2=x-4\Leftrightarrow -x^2=2x-8\Leftrightarrow x^2+2x-8=0.$$

Suy ra $x_1=2$; $x_2=-4$.

- Với $x_1=2$ thì $y_1=-2$.
- Với $x_2=-4$ thì $y_2=-8$.

Vậy giao điểm của (P) và (d) là A(2; –2); B(–4; –8).

Bài 2. Phương trình đã cho có dạng

$ax^2+bx+c=0$, $a=2>0$, $c=-1<0$.

Vì a và c trái dấu nhau nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2.

Mặt khác $2(-1)^2-3(-1)-1=2+3-1=4\neq 0$.

Phương trình có nghiệm khác –1 nên x_1, x_2 khác –1. Theo hệ thức Vi-ét ta có

$x_1+x_2=\frac{3}{2}$; $x_1.x_2=\frac{-1}{2}$. Do đó

$$A=\frac{x_1-1}{x_2+1}+\frac{x_2-1}{x_1+1}=\frac{(x_1-1)(x_1+1)+(x_2-1)(x_2+1)}{(x_1+1)(x_2+1)}$$

$$=\frac{x_1^2-1+x_2^2-1}{x_1x_2+x_1+x_2+1}=\frac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2-2}{x_1x_2+x_1+x_2+1}$$

$$=\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^2-2\left(-\frac{1}{2}\right)-2}{\frac{-1}{2}+\frac{3}{2}+1}=\frac{5}{8}.$$

Bài 3. a) Với ngày 02 tháng 9 năm 2019 thì ta có n = 2, t = 9 và H = 0.

Do đó T = 2 + 0 = 2. Số 2 chia cho 7 có số dư là 2 nên ngày 02 tháng 9 năm 2019 là ngày thứ Hai.

Với ngày 20 tháng 11 năm 2019 thì ta có n = 20, t = 11 và H = –2.

Do đó T = 20 + (–2) = 18.

Số 18 chia cho 7 dư 4 nên ngày 20 tháng 11 năm 2019 là ngày thứ Tư.

b) Hằng có ngày sinh nhật vào tháng 10 nên t = 10, do đó H = 2.

Ngày sinh của Hằng là bội của 3 nên ngày sinh của Hằng có dạng n = 3k với $k\in\{1; 2; ...; 10\}$.

Ta có T = n + H = 3k + 2.

Mà ngày sinh của Hằng là thứ Hai nên ta có

$3k+2=7\ell+2$ (với $\ell\in\mathbb{N}$)

$\Rightarrow 3k=7\ell\Rightarrow 3k\vdots 7\Rightarrow k\vdots 7$.

Do vậy k = 7, suy ra n = 3k = 21.

Vậy ngày sinh nhật của Hằng là ngày 21.

Bài 4. a) Theo đề bài ta có

$$\begin{cases}1=a.0+b\\2=a.10+b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a.10=1\\b=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{1}{10}\\b=1.\end{cases}$$

Vậy $a=\frac{1}{10}$, $b=1$.

b) $y_1 = 2{,}85$ (atm). Mặt khác $y_1 = \frac{x_1}{10} + 1$.

Do đó $\frac{x_1}{10} + 1 = 2{,}85 \Rightarrow x_1 = 18{,}5$ (m).

Vậy người thợ lặn đang ở độ sâu 18,5 m.

Bài 5. Tổng số tiền ba bạn theo hợp đồng phải đóng góp là:

$18000.(31 - 3) = 504000$ (đồng).

Chi phí cho 1 bạn theo hợp đồng phải đóng góp là: $504000 : 3 = 168000$ (đồng).

Vậy tổng chi phí cho chuyến đi là:

$168000 . 31 = 5208000$ (đồng).

Bài 6. Ta có

a) $\widehat{AOB} = \widehat{BOX} - \widehat{AOX} = 72^o - 47^o = 25^o$.

Khoảng cách giữa hai vị trí đó là:

$20000.\frac{25}{180} \approx 2800$ (km).

b) Gọi R là bán kính của Trái Đất.

Ta có $\pi R = 20000 \Rightarrow R = \frac{20000}{\pi} \approx 6400$ (km).

Độ dài đường xích đạo là $2\pi R \approx 40000$ (km).

Thể tích của Trái Đất là:

$\frac{4}{3}.3{,}14.6400^3 \approx 1097509546700$ (km^3).

Bài 7. Đổi 1,5 giờ = 90 phút.

Gọi thời gian hôm nay cho hoạt động bơi của Dũng là x (phút), cho hoạt động chạy của Dũng là y (phút), (điều kiện $x, y > 0$).

Theo đề bài ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 90 \\ 15x + 10y = 1200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x + 10y = 900 \\ 15x + 10y = 1200 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 300 \\ x + y = 90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 \\ y = 30 \end{cases} \text{ (nhận).}$$

Vậy hôm nay bạn Dũng mất 60 phút để bơi và mất 30 phút để chạy.

Bài 8. a) Tứ giác BEDC có $\widehat{BEC} = \widehat{BDC} = 90^o$

Suy ra tứ giác BEDC là tứ giác nội tiếp.

Tam giác DBA vuông tại D có đường cao DL nên suy ra $BD^2 = BL.BA$.

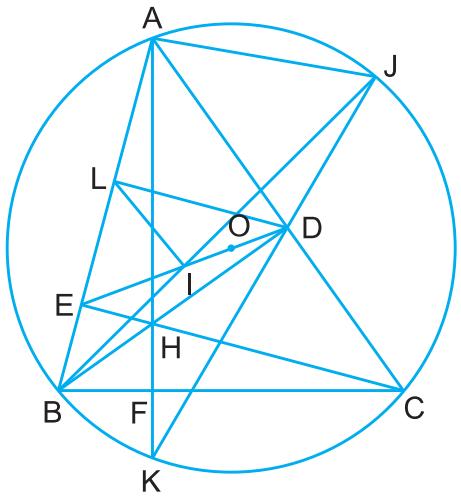
b) Tứ giác ADHE có

$\widehat{ADH} + \widehat{AEH} = 90^o + 90^o = 180^o$ nên tứ giác ADHE nội tiếp.

Từ đó $\widehat{BAK} = \widehat{BDE}$.

Mà $\widehat{BJK} = \widehat{BAK}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn một cung).

Do đó $\widehat{BJK} = \widehat{BDE}$.



c) Xét ΔBJD và ΔBDI có

$\widehat{JBD}$ chung, $\widehat{BJD} = \widehat{BDI}$.

Do đó $\Delta BJD \backsim \Delta BDI$ (g.g).

Suy ra $\frac{BJ}{BD} = \frac{BD}{BI} \Rightarrow BD^2 = BJ.BI$.

Do đó $BJ.BI = BL.BA$ ($= BD^2$).

Xét ΔBIL và ΔBAJ có $\widehat{IBL}$ là góc chung,

$\frac{BI}{BA} = \frac{BL}{BJ}$ (vì $BJ.BI = BL.BA$).

Do đó $\Delta BIL \backsim \Delta BAJ$ (c.g.c).

Suy ra $\widehat{BIL} = \widehat{BAJ}$.

Từ đó tứ giác ALIJ là tứ giác nội tiếp.

Suy ra $\widehat{ELI} = \widehat{AJB}$.

Mà $\widehat{AJB} = \widehat{ACB}$, $\widehat{ACB} = \widehat{LEI}$ (vì tứ giác BEDC nội tiếp).

Suy ra $\widehat{ELI} = \widehat{LEI}$.

Do đó ΔIEL cân tại $I \Rightarrow IE = IL$.

Mà $\widehat{ELI} + \widehat{ILD} = \widehat{LEI} + \widehat{IDL} = 90^o$.

Do đó $\widehat{ILD} = \widehat{IDL}$.

Từ đó tam giác IDL cân tại I.

Suy ra ID = IL.

Suy ra ID = IE (vì cùng bằng với IL).

Vậy I là trung điểm của ED.



Kì này Magic Words

LÊ THỊ HUỆ
Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam

Một số từ khi các em thay đổi vị trí các chữ cái sẽ tạo thành các từ mới rất thú vị.
Chẳng hạn như:

Từ gốc ban đầu	**Từ mới sau khi xếp lại**
on	no
now	won
pot	top
bat	tab
sale	seal

Các em hãy thử thay đổi con chữ trong các từ dưới đây nhé.

1. Change **sore** to a thorny flower. ––––––––
2. Change **bus** to a type of underwater transportation. ––––––––
3. Change **add** to a word for father. ––––––––
4. Change **not** to a word for 2,000 pounds. ––––––––
5. Change **stone** to little messages. ––––––––
6. Change **panel** to a flying machine. ––––––––
7. Change **net** to the number of fingers and toes you have. ––––––––
8. Change **low** to a very wise bird. ––––––––
9. Change **raw** to a word for battle. ––––––––

Kết quả Ô chữ CÁC LOÀI VẬT QUEN THUỘC (TTT2 số 199)

Vào thăm Vườn Anh kì trước, có rất đông các bạn đã nhiệt tình tham gia và tìm được rất nhiều loài vật bằng tiếng Anh trong ô chữ. Có thể có nhiều từ tiếng Anh cùng điền được vào một hàng. Chủ Vườn rất vui vì có không ít bạn đã tìm ra nhiều cách điền. Sau đây là đáp án đúng các loài vật theo thứ tự hàng ngang từ trên xuống: DOLPHIN – con cá heo; FOX – con cáo (hoặc DOG – con chó; hoặc COW – con bò); FROG – con ếch; MOUSE – con chuột (hoặc HORSE – con ngựa); LEOPARD – con báo; MONKEY – con khỉ (hoặc DONKEY – con lừa); GOAT – con dê; LION – con sư tử; HORSE – con ngựa (hoặc MOUSE – con chuột); GOOSE – con ngỗng (hoặc MOOSE – nai sừng tấm); SPARROW - con chim sẻ.

HONG HA®

Nhận xét. Năm bạn đã tham gia và tìm đúng và đủ các loài vật sẽ được nhận quà tặng của Chủ Vườn: *Vũ Ngọc Linh*, 8G, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Lương Hà Phúc*, 6A5, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**; *Dương Như Quỳnh*, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Nghiêm Minh Vũ*, 7A3, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Trần Gia Huy*, 8C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**. Xin chúc mừng các bạn.

Chủ Vườn

ĐỀ THI CÂU LẠC BỘ TTT

VÕ XUÂN MINH

Kì 30

CLB1. Find the integers x and y such that $x^4 + 3^y = 28562$.

CLB2. Find x and y satisfying

$$\begin{cases} x^4 + y^4 = 8(x^2 - xy + y^2) \\ x + y = 4. \end{cases}$$

CLB3. Given real numbers x, y and z such that

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{4} - \frac{z}{6} = \frac{x}{4} - \frac{y}{8} + \frac{z}{6} = 1.$$

Find the value of the expression

$M = 3x + 6y - 5z$.

CLB4. Given the expression

$$S = \frac{a^2(a-1)+bc}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2(b-1)+ca}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2(c-1)+ab}{(c-a)(c-b)}.$$

Where a, b and c are pair-sely different. Prove that the value of S is always an integer.

CLB5. Given right angle xAy. Points B, C can move along on rays Ax and Ay respectively with the condition that AB + BC + CA = 1. Find the minimum and the maximum value of the length of segment BC.

ĐỖ ĐỨC THÀNH *(dịch)*

Kết quả Kì 28 (TTT2 số 199)

CLB1. Điều kiện a, b, a + 3b khác 0.

$$\frac{1}{a} - \frac{3}{b} = \frac{-14}{a+3b} \Rightarrow b(a+3b) - 3a(a+3b)$$

$$= -14ab \Rightarrow 3a^2 - 6ab - 3b^2 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} - 2 - \frac{b}{a} = 0 \Rightarrow \frac{a}{b} - \frac{b}{a} = 2$$

Do đó

$$M = \frac{a^3}{b^3} - \frac{b^3}{a^3} = \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)^3 + 3\frac{a}{b}.\frac{b}{a}.\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)$$

$$= 2^3 + 3.2 = 14.$$

CLB2.

• n = 1 thì $2^n - 1 = 1$ không là số nguyên tố.

• n = 2 thì $2^n - 1 = 3$ và $2^n + 1 = 5$ là các số nguyên tố.

• $n \geq 3$ thì $2^n - 1$, 2^n, $2^n + 1$ là ba số tự nhiên liên tiếp nên có một số chia hết cho 3.

Mà 2^n không chia hết cho 3.

Do đó $2^n - 1$ hoặc $2^n + 1$ chia hết cho 3.

Mặt khác, do $n \geq 3$ nên $2^n - 1$ và $2^n + 1$ đều lớn hơn 3.

Khi đó, $2^n - 1$ hoặc $2^n + 1$ là hợp số.

Vậy chỉ có n = 2 thì $2^n - 1$ và $2^n + 1$ đồng thời là số nguyên tố.

CLB3. • Với $n = 2k$ $(k \in \mathbb{N}^*)$ thì

$$\left[\frac{n}{2}\right] + \left[\frac{n+1}{2}\right] = [k] + \left[k + \frac{1}{2}\right] = k + k = 2k = n.$$

• Với $n = 2k + 1$ $(k \in \mathbb{N})$ thì

$$\left[\frac{n}{2}\right] + \left[\frac{n+1}{2}\right] = \left[k + \frac{1}{2}\right] + [k+1]$$

$$= k + k + 1 = 2k + 1 = n.$$

Vậy $\left[\frac{n}{2}\right] + \left[\frac{n+1}{2}\right] = n.$

CLB4. Từ $(x-y)^2 \geq 0 \Rightarrow xy \leq \left(\frac{x+y}{2}\right)^2$ ta có

$$(a+b-c)(b+c-a)$$

$$\leq \left(\frac{a+b-c+b+c-a}{2}\right)^2 = b^2. \ (1)$$

$$(b+c-a)(c+a-b)$$

$$\leq \left(\frac{b+c-a+c+a-b}{2}\right)^2 = c^2. \ (2)$$

$$(c+a-b)(a+b-c)$$

$$\leq \left(\frac{c+a-b+a+b-c}{2}\right)^2 = a^2. \ (3)$$

Mặt khác, do a, b, c là ba cạnh của tam giác nên $a+b-c>0$, $b+c-a>0$ và $c+a-b>0$. Khi đó, nhân vế với vế của (1), (2) và (3) ta có

$$[(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)]^2 \leq (abc)^2$$

$$\Rightarrow (a+b-c)(b+c-a)(c+a-b) \leq abc.$$

(Xem tiếp trang 6)



Hỏi: Xem các bức ảnh Noel ở nhiều nước, em thấy ông già Noel đi trong tuyết rơi trông rất đẹp. Quê em chưa bao giờ thấy tuyết rơi nhưng có nơi nào ở nước ta có tuyết rơi không anh?

HUỲNH VĂN H.
(8A1, THCS Mỹ Lộc, Phú Mỹ, Bình Định)

Đáp:

Thật lạnh mới có tuyết rơi
Nước ta cũng có những nơi thấy rồi
Sa Pa năm trước đấy thôi
Sớm ra nhìn cả khung trời trắng tinh

Hỏi: Ngày 20/11 hàng năm có người gọi là Ngày Hiến chương Nhà giáo nhưng trường em gọi là Ngày Nhà giáo Việt Nam. Sao thế anh?

TRƯƠNG T. T.
(Lớp 9B, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hoá, Thanh Hoá)

Đáp:

Hiểu lịch sử sẽ tường mình
Ngày của thế giới, nước mình lấy luôn
Ngày công bố bản Hiến chương
Ngày thêm gắn bó yêu thương thầy trò

Hỏi: Em trai em năm tới vào lớp 1, nghe nói sẽ học theo sách giáo khoa mới. Như vậy sách cũ mà em để dành sẽ không dùng được cho em nữa phải không anh?

PHÙNG K. L.
(Lớp 7A2, THCS Nghi Hương, Cử Lò, Nghệ An)

Đáp:

Cảm ơn chị gái biết lo
Dành cả sách cũ tặng cho em dùng
Sang năm lớp một các vùng
Học giáo khoa mới để cùng đổi thay

Hỏi: Có bạn lớp em lên mạng xã hội để nói xấu em? Anh ơi! Như vậy có phạm luật không?

VÕ T. A.
(Lớp 6/1, THCS Lý Tự Trọng, Tiên Kỳ, Tiên Phước, Quảng Nam)

Đáp:

Nhắc bạn phải xoá đi ngay
Luật an ninh mạng điều này rất nghiêm
Tuổi nhỏ thân kết bạn hiền
Nói xấu trên mạng là phiền lắm cơ…

ANH PHÓ GỠ XƯA



CÁC LỚP 6 & 7

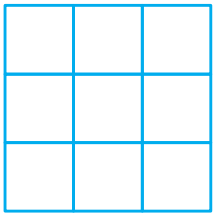
Bài 1(202). Cho $A = 5n^2 + 10n + 601$, với n là số tự nhiên. Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng các chữ số của A.

TẠ THẬP
(TP. Hồ Chí Minh)

Bài 2(202). Tìm các số nguyên x, y, z thỏa mãn $x^{2013} + y^{2016} + z^{2019} = 2018^{2021}$.

NGUYỄN ĐĂNG DŨNG
(Số nhà 138, tổ 20A, P. Yên Hòa, Q. Cầu Giấy, Hà Nội)

Bài 3(202). Viết ngẫu nhiên chín số 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26 vào chín ô vuông trong hình bên, mỗi ô chứa một số. Gọi x là tổng các số trong 3 hàng, y là tổng các số trong 3 cột, z là tổng các số trong 2 đường chéo. Đặt $S = x + y + z$. Tìm giá trị lớn nhất của S.



TRẦN QUANG VINH
(Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam)

Bài 4(202). Cho tam giác đều ABC có số đo độ dài cạnh là một số tự nhiên. Gọi D là điểm tùy ý trên cạnh BC (D không trùng với B và C). Trên tia đối của tia DA lấy điểm M sao cho $\widehat{AMB} = 60^o$. Chứng minh rằng $MA^2 + MB^2 + MC^2$ không là số chính phương.

HUỲNH THANH TÂM
(Bưu điện TX. An Nhơn, Bình Định)

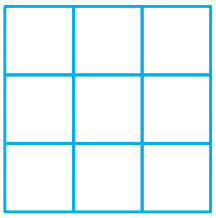
SOLVE VIA MALL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Thanh Do Duc

1(202). Given that $A = 5n^2 + 10n + 601$, where n is a natural number. Find the minimum sum of the digits of A.

2(202). Find integers x, y and z such that $x^{2013} + y^{2016} + z^{2019} = 2018^{2021}$.

3(202). Nine numbers 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26 are randomly filled in the below 3×3 grid with each number in one cell. Let x be the sum of all of the numbers in the 3 rows, y be the sum of all of the numbers in the 3 columns and z be the sum of all the numbers in the 2 diagonals. Find the maximum value of $S = x + y + z$.



4(202). Given equilateral triangle ABC with natural-number side length. Let D be an arbitrary point on BC (D is neither B nor C). In the opposite ray of DA, construct point M such that $\widehat{AMB} = 60^o$.

Show that $MA^2 + MB^2 + MC^2$ is not a perfect square.

CÁC LỚP THCS

Bài 5(202). Giải phương trình

$$\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{1-x}}+\sqrt{1-2x}=2\sqrt{2}.$$

LẠI QUANG THỌ

(Phòng Giáo dục và Đào tạo Tam Dương, Vĩnh Phúc)

Bài 6(202). Cho các số thực x, y, z, t thỏa mãn $0 < x, y, z, t \le 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q=\dfrac{xyzt+3}{x+y+z+t}$.

CAO MINH QUANG

(Trường THPT chuyên Nguyễn Bỉnh Khiêm, Vĩnh Long)

Bài 7(202). Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=8 \\ |x^3-y^3|+|y^3-z^3|+|z^3-x^3|=32\sqrt{2}. \end{cases}$$

VŨ HỒNG PHONG

(Trường THPT Tiên Du 1, Tiên Du, Bắc Ninh)

Bài 8(202). Cho tam giác nhọn ABC (AB < AC) nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao BD, CE của ΔABC cắt nhau tại H. Gọi M là trung điểm của BC, N là giao điểm của AH và DE, K là giao điểm của AO và BC. Chứng minh rằng HM // NK.

NGUYỄN ĐỨC TẤN

(TP. Hồ Chí Minh)

SOLVE VIA MALL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Thanh Do Duc

5(202). Solve the following equation

$$\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{1-x}}+\sqrt{1-2x}=2\sqrt{2}.$$

6(202). Given 4 real numbers x, y, z and t such that $0 < x, y, z, t \le 1$. Find the minimum value of the expression $Q=\dfrac{xyzt+3}{x+y+z+t}$.

7(202). Solve the following system of equations

$$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=8 \\ |x^3-y^3|+|y^3-z^3|+|z^3-x^3|=32\sqrt{2}. \end{cases}$$

8(202). Acute triangle (AB < AC) is inscribed in circle (O). The two altitudes BD and CE of ΔABC meet each other at H. Let M be the midpoint of BC, N be the intersection point of AH and DE, AO intersects BC at K. Prove that HM // NK.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

Chân trời sáng tạo

BỘ SÁCH GIÁO KHOA
CHÂN TRỜI SÁNG TẠO





DANH MỤC BỘ SÁCH LỚP MỘT

SÁCH HỌC SINH

1. Tiếng Việt 1, tập một
2. Tiếng Việt 1, tập hai
3. Toán 1
4. Đạo đức 1
5. Tự nhiên và Xã hội 1
6. Âm nhạc 1
7. Mĩ thuật 1
8. Hoạt động trải nghiệm 1
9. Giáo dục thể chất 1
10. Family and Friends 1 (National Edition), Student book

SÁCH GIÁO VIÊN

1. Tiếng Việt 1, tập một - SGV
2. Tiếng Việt 1, tập hai - SGV
3. Toán 1 - SGV
4. Đạo đức 1 - SGV
5. Tự nhiên và Xã hội 1 - SGV
6. Âm nhạc 1 - SGV
7. Mĩ thuật 1 - SGV
8. Hoạt động trải nghiệm 1 - SGV
9. Giáo dục thể chất 1 - SGV
10. Family and Friends 1 (National Edition), Teacher Guide

BỘ SÁCH GIÁO KHOA LỚP 1 THEO CHƯƠNG TRÌNH GIÁO DỤC PHỔ THÔNG MỚI CỦA NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

1. Ngày 22 tháng 11 năm 2019, Bộ Giáo dục và Đào tạo đã ban hành Quyết định số 4507/QĐ-BGDĐT phê duyệt Danh mục sách giáo khoa (SGK) lớp 1 sử dụng trong các cơ sở giáo dục phổ thông. Trong số 32 tên SGK lớp 1 được Bộ Giáo dục và Đào tạo phê duyệt lần này có 24 tên sách thuộc 4 bộ SGK của Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam (NXBGDVN), gồm: Kết nối tri thức với cuộc sống; Chân trời sáng tạo; Cùng học để phát triển năng lực; Vì sự bình đẳng và dân chủ trong giáo dục.

Đây là kết quả quá trình lao động miệt mài của đội ngũ tác giả, biên tập viên, họa sĩ,... cũng như sự chuẩn bị nghiêm túc, kĩ lưỡng các nguồn lực[①] của NXBGDVN trong suốt 5 năm qua nhằm thực hiện chủ trương đổi mới chương trình, sách giáo khoa giáo dục phổ thông.

Mỗi bộ sách mang một thông điệp, bản sắc riêng và cụ thể hoá mục tiêu giáo dục toàn diện, chuyển từ truyền thụ kiến thức sang hình thành, phát triển phẩm chất và năng lực của người học; kết nối kiến thức với cuộc sống, dẫn dắt học sinh khám phá cái mới, tổ chức dạy học theo cách sáng tạo để gợi hứng thú cho người học; phù hợp với học sinh trên mọi vùng miền trong cả nước.

Các bộ SGK mới của NXBGDVN được thiết kế với khổ sách 19 × 26,5 cm lớn hơn khổ SGK hiện hành và sử dụng giấy in chất lượng tốt; được đầu tư công phu về hình thức trình bày; phối hợp lôgic, đạt tính thẩm mĩ cao giữa kênh chữ và kênh hình; được đánh giá là tương đương với SGK của các nước phát triển trong khu vực và trên thế giới.

Ở một số môn học như Toán, Tiếng Việt, Đạo đức, Tự nhiên và Xã hội,... SGK của NXBGDVN xây dựng các tuyến nhân vật xuyên suốt từ lớp 1 lên các lớp trên, giúp học sinh cảm thấy trang sách sống động, gần gũi, tạo cho các em niềm hứng thú trong học tập.

Ngoài sách in, NXBGDVN cũng tổ chức triển khai sách điện tử, hệ thống học liệu và thiết bị phục vụ dạy học theo SGK lớp 1 mới; đồng thời nỗ lực phối hợp với các tỉnh, thành phố tổ chức biên soạn Tài liệu giáo dục địa phương theo chương trình giáo dục phổ thông mới.

2. NXBGDVN thực hiện chỉ đạo của Bộ GD&ĐT, phối hợp với các địa phương tổ chức tập huấn sử dụng SGK mới dưới hình thức hội thảo chuyên đề và đào tạo trực tuyến. Đến nay, NXBGDVN đã xây dựng kế hoạch và triển khai những hạng mục cần thiết để tập huấn giáo viên khai thác, sử dụng SGK mới bao gồm:

- Biên soạn tài liệu tập huấn giáo viên sử dụng SGK lớp 1 theo mô hình phát triển năng lực và phẩm chất. Tổ chức sản xuất các video clip ghi hình các tiết dạy học minh họa theo SGK mới. Những video clip này sẽ được cung cấp đến thầy, cô giáo tham gia tập huấn.

- Chuẩn bị đội ngũ giảng viên, báo cáo viên có trình độ, kinh nghiệm, am tường về đổi mới chương trình và SGK mới để triển khai kế hoạch tập huấn cho giáo viên khai thác, sử dụng SGK phù hợp với điều kiện của mỗi địa phương.

- Đưa vào khai thác cổng thông tin (portal), cơ sở dữ liệu hỗ trợ giáo viên những học liệu điện tử cần thiết trong quá trình dạy học các môn học và hoạt động giáo dục.

Thông qua tập huấn, NXBGDVN sẽ giúp giáo viên tiếp cận đầy đủ SGK mới của NXBGDVN để có thêm thông tin nhằm lựa chọn bộ SGK phù hợp sử dụng tại địa phương mình.

3. Với chất lượng của các bộ SGK của NXBGDVN cùng sự chuẩn bị kĩ càng, chu đáo cho việc tập huấn, NXBGDVN tin tưởng sẽ hỗ trợ giáo viên khai thác và sử dụng SGK mới hiệu quả nhất. Bằng kinh nghiệm trong nhiều thập niên tổ chức xuất bản, in và phát hành SGK, NXBGDVN đã chuẩn bị đầy đủ vật tư và máy móc thiết bị để đảm bảo cung ứng đầy đủ, kịp thời, đồng bộ SGK, thiết bị giáo dục đến tất cả các vùng miền trong cả nước trước ngày khai giảng năm học 2020 - 2021, năm học đầu tiên triển khai áp dụng SGK mới.

Với quan điểm phục vụ ngành giáo dục là ưu tiên hàng đầu, NXBGDVN sẽ tiếp tục thực hiện các chương trình tặng sách cho học sinh có hoàn cảnh đặc biệt, con em các gia đình chính sách, vùng sâu vùng xa; tặng sách các thư viện trường học tại những địa bàn khó khăn.

NXBGDVN sẽ lắng nghe và nghiêm túc tiếp thu những ý kiến đóng góp của các nhà khoa học, nhà sư phạm, giáo viên, phụ huynh và dư luận xã hội để tiếp tục hoàn thiện, nâng cao hơn nữa chất lượng các bộ SGK, đồng hành, hỗ trợ giáo viên trong suốt quá trình tổ chức dạy học.

---

① Tổ chức nghiên cứu về mô hình, cấu trúc SGK của các nước phát triển; tổ chức các đợt tập huấn bởi các chuyên gia trong nước và nước quốc tế (Anh, Đức, Phần Lan, Australia,...) về phát triển SGK theo định hướng phát triển năng lực... cho đội ngũ tác giả, biên tập viên, hoạ sĩ,...
Đội ngũ biên soạn SGK gồm: hơn 700 tác giả là Giáo sư, Phó Giáo sư, Tiến sĩ, các nhà khoa học và giáo viên giỏi, có tuổi đời bình quân trẻ, được đào tạo căn bản ở nước ngoài, am tường lĩnh vực giáo dục, giàu ý tưởng sáng tạo trong việc biên soạn SGK theo yêu cầu của chương trình giáo dục phổ thông mới; 500 biên tập viên, họa sĩ có bề dày kinh nghiệm trong việc làm SGK với chất lượng cao, đáp ứng nhu cầu đổi mới dạy học ở các trường phổ thông trên toàn quốc.

Dành cho giáo viên, phụ huynh và trẻ em từ 12 tuổi đến dưới 16 tuổi.
Giấy phép xuất bản: số 31/GP-BVHTT, cấp ngày 23/1/2003 của Bộ Văn hóa và Thông tin.
Mã số: 8BTT202M19. **In tại:** Công ty cổ phần in Công Đoàn Việt Nam, 167 Tây Sơn, Đống Đa, Hà Nội. In xong và nộp lưu chiểu tháng 12 năm 2019.

Giá: 10 000 đồng