NĂM THỨ
HAI MƯƠI
ISSN 1859-2740

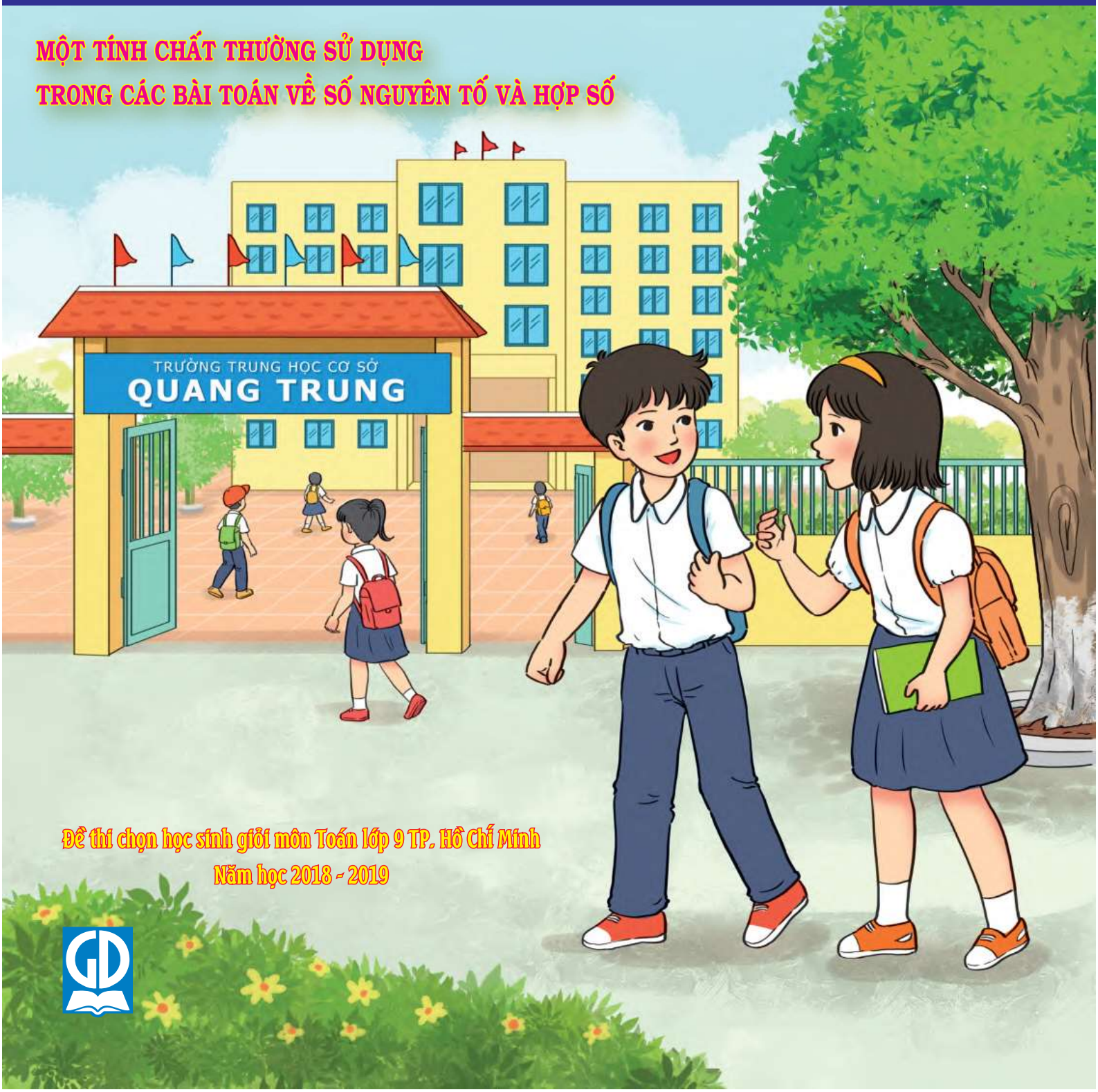
Toán tuổi thơ 2

2/9
199
NĂM HỌC 2019 - 2020

TRUNG HỌC CƠ SỞ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

MỘT TÍNH CHẤT THƯỜNG SỬ DỤNG TRONG CÁC BÀI TOÁN VỀ SỐ NGUYÊN TỐ VÀ HỢP SỐ



Đề thi chọn học sinh giỏi môn Toán lớp 9 TP. Hồ Chí Minh
Năm học 2018 - 2019

Toán tuổi thơ 2 TRUNG HỌC CƠ SỞ

Children's Fun Maths Journal

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HỘI ĐỒNG BIÊN TẬP

Phó Tổng biên tập NXBGD Việt Nam:
TS. TRẦN QUANG VINH
Phó Tổng biên tập phụ trách tạp chí:
ThS. NGUYỄN NGỌC HÂN
Phó Tổng biên tập tạp chí:
TRẦN THỊ KIM CƯƠNG

ỦY VIÊN

NGND. VŨ HỮU BÌNH
TS. NGUYỄN MINH ĐỨC
ThS. ĐẶNG HIỆP GIANG
TS. NGUYỄN MINH HÀ
PGS. TS. VŨ ĐÌNH HÒA
ThS. TRẦN QUANG HÙNG
TS. LÊ THỐNG NHẤT
PGS. TS. TẠ DUY PHƯỢNG
ThS. PHẠM ĐỨC TÀI
NGND. PGS. TS. TÔN THÂN
PGS. TS. LÊ ANH VINH

TÒA SOẠN

Tầng 2, nhà A, số 187B Giảng Võ, phường Cát Linh, quận Đống Đa, Hà Nội
Điện thoại: 024.35682701 - Fax: 024.35682702
Email (Ban biên tập): bbttoantuoitho@gmail.com
Email (Trị sự - Phát hành): tapchitoantuoitho@gmail.com
Website: http://www.toantuoitho.vn

ĐỐI TÁC ĐẠI DIỆN PHÍA NAM

Công ty cổ phần Đầu tư và Phát triển Giáo dục Phương Nam
231 Nguyễn Văn Cừ, Q.5, TP. Hồ Chí Minh
ĐT: 028.73035556, Email: thitruong@phuongnam.edu.vn

Trị sự - Phát hành:
TRỊNH THỊ TUYẾT TRANG,
NGUYỄN THỊ HUYỀN THANH, NGUYỄN THỊ HẢI ANH
Biên tập - Chế bản: **VŨ THỊ MAI, ĐỖ TRUNG KIÊN**
Mĩ thuật: **TRẦN NGỌC TRƯỜNG**

CHỊU TRÁCH NHIỆM XUẤT BẢN

Chủ tịch Hội đồng Thành viên NXBGD Việt Nam:
NGUYỄN ĐỨC THÁI
Tổng Giám đốc NXBGD Việt Nam:
HOÀNG LÊ BÁCH
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NXBGD Việt Nam:
PHAN XUÂN THÀNH

TRONG SỐ NÀY

Giải toán thế nào? 2
Một tính chất thường sử dụng trong các bài toán về số nguyên tố và hợp số
Lê Xuân Dương

Rừng cười 4
Hoa gì?
Vũ Thị Mùi

Đo trí thông minh 5
Chọn hình nào đúng?
Đỗ Thị Thúy Ngọc

Sai ở đâu? Sửa cho đúng 7
Một lời giải... như đúng
Đỗ Quang Minh

Phá án cùng thám tử Sê Lốc Cốc 10
Bí mật nằm trong bài thơ?
Trần Phương Nam

Vượt vũ môn 12
Hàm số bậc nhất và một số bài toán cực trị
Trịnh Phong Quang

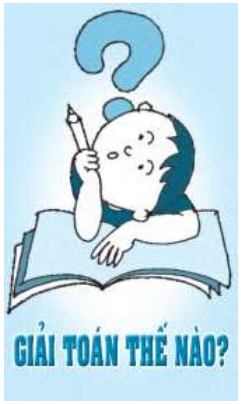
Compa vui... tính 15
Có tồn tại hay không?
Nguyễn Ngọc Hùng

Thách đấu 21
Trận đấu thứ một trăm sáu mươi lăm
Hoàng Lê Nhật Tùng

Dành cho các nhà toán học nhỏ 22
Tìm nhiều lời giải cho một bài toán trên Toán Tuổi thơ
Đoàn Văn Trúc

Vào thăm Vườn Anh 28
Ô chữ Các loài vật quen thuộc
Nguyễn Thị Minh Thơm

Minh họa bìa 1: *Công ty cổ phần Mĩ thuật và Truyền thông*



MỘT TÍNH CHẤT THƯỜNG SỬ DỤNG TRONG CÁC BÀI TOÁN VỀ SỐ NGUYÊN TỐ VÀ HỢP SỐ

LÊ XUÂN DƯƠNG

GV. THCS Lý Thường Kiệt, Yên Mỹ, Hưng Yên

Trong khá nhiều bài toán về số nguyên tố và hợp số, có một tính chất thường được sử dụng:

✻ **Tính chất.** Trong n số nguyên liên tiếp tồn tại duy nhất một số chia hết cho n.

Chứng minh. Xét n số nguyên liên tiếp $a+1$, $a+2$, ..., $a+n$.

Giả sử trong n số trên có hai số $a+m$, $a+p$ cùng số dư khi chia cho n với $1 \le m < p \le n$.

Suy ra $(a+p)-(a+m) \vdots n \Rightarrow (p-m) \vdots n$.

Mà $0 < p-m < n$.

Suy ra $p-m=0$

$\Rightarrow p=m$ (mâu thuẫn với điều giả sử).

Do đó điều giả sử là sai.

Suy ra n số đã cho chia cho n ta được n số dư khác nhau đôi một nên có số dư bằng 0.

Vậy trong n số nguyên liên tiếp tồn tại duy nhất một số chia hết cho n (đpcm).

Từ tính chất trên suy ra tích của n số nguyên liên tiếp luôn chia hết cho n.

Sau đây là một số bài toán sử dụng tính chất trên để giải:

Bài toán 1. Chứng minh rằng 2^n+1 và 2^n-1 không đồng thời là số nguyên tố với mọi số tự nhiên n lớn hơn 2.

Lời giải. Ta thấy $2^n-1, 2^n, 2^n+1$ là ba số tự nhiên liên tiếp nên trong ba số đó tồn tại một số chia hết cho 3.

Vì 2^n không chia hết cho 3 nên một trong hai số 2^n+1 và 2^n-1 chia hết cho 3.

Do $n > 2$ nên 2^n+1 và 2^n-1 đều lớn hơn 3 nên một trong hai số trên là hợp số (đpcm).

Bài toán 2. Cho p và $8p^2+1$ là hai số nguyên tố ($p > 3$). Chứng minh rằng $8p^2-1$ là hợp số.

Lời giải. Vì p và $8p^2+1$ là các số nguyên tố lớn hơn 3 nên $8p^2+1$ và p cùng không chia hết cho 3.

Dễ thấy $8p^2$ không chia hết cho 3.

Vì $8p^2-1$, $8p^2$, $8p^2+1$ là ba số tự nhiên liên tiếp nên luôn có một số chia hết cho 3.

Do $8p^2$, $8p^2+1$ không chia hết cho 3 nên $8p^2-1$ chia hết cho 3.

Mà $8p^2-1 > 3$ nên $8p^2-1$ là hợp số.

Bài toán 3. Cho p là số nguyên tố lớn hơn 3, biết $8p+1$ là số nguyên tố. Chứng minh rằng $4p+1$ là hợp số.

Lời giải. Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p và $8p+1$ cùng không chia hết cho 3.

Suy ra 8p không chia hết cho 3.

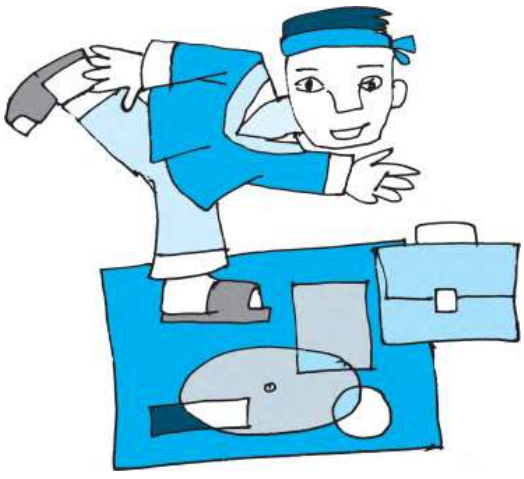
Mà 8p, $8p+1$, $8p+2$ là ba số tự nhiên liên tiếp nên luôn có một số chia hết cho 3.

Vì 8p, $8p+1$ không chia hết cho 3 nên $8p+2$ sẽ chia hết cho 3.

Khi đó $2(4p+1)$ chia hết cho 3.

Suy ra $4p+1$ chia hết cho 3 (vì $(2, 3) = 1$).

Mà $4p+1 > 3$ nên $4p+1$ là hợp số.



Bài toán 4. Chứng minh rằng nếu n và $n^2 + 2$ là các số nguyên tố thì $n^3 + 2$ cũng là số nguyên tố.

Lời giải. Vì n và $n^2 + 2$ là các số nguyên tố cùng tính chẵn lẻ và $n^2 + 2 > n$ nên n và $n^2 + 2$ đều là số nguyên tố lẻ.

✻ Nếu $n = 3$ thì $n^2 + 2 = 11$, $n^3 + 2 = 29$ cũng là các số nguyên tố (thỏa mãn).

✻ Nếu $n > 3$.

Do n là số nguyên tố nên n không chia hết cho 3.

Mặt khác $(n - 1)n(n + 1)$ là tích của ba số nguyên liên tiếp nên luôn chia hết cho 3.

Mà n không chia hết cho 3.

Suy ra $(n - 1)(n + 1)$ chia hết cho 3.

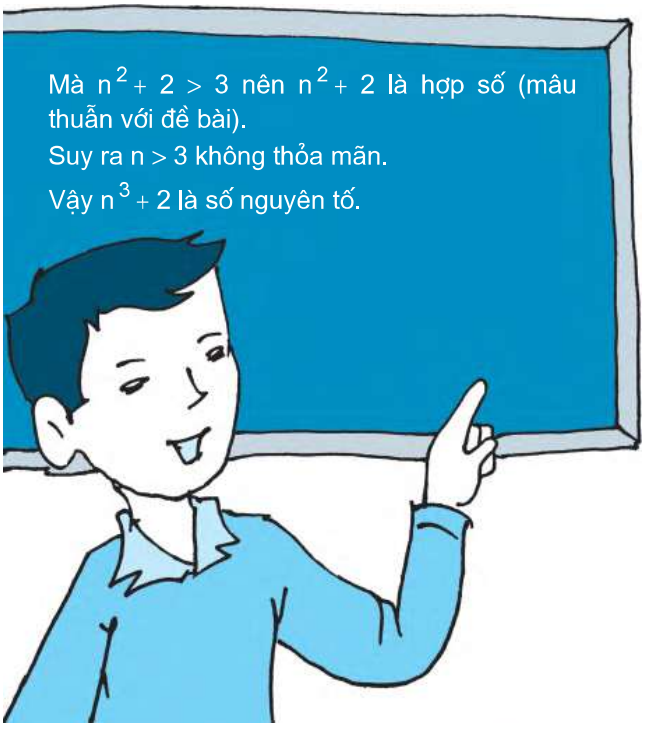
Do đó $n^2 - 1$ chia hết cho 3.

Suy ra $[(n^2 - 1) + 3] \vdots 3 \Leftrightarrow n^2 + 2 \vdots 3$.

Mà $n^2 + 2 > 3$ nên $n^2 + 2$ là hợp số (mâu thuẫn với đề bài).

Suy ra $n > 3$ không thỏa mãn.

Vậy $n^3 + 2$ là số nguyên tố.



Bài toán 5. Chứng minh rằng nếu p và $p + 2$ là hai số nguyên tố lớn hơn 3 thì tổng của chúng chia hết cho 12.

Lời giải. Ta thấy p, $p + 1$, $p + 2$ là ba số tự nhiên liên tiếp nên luôn có một số chia hết cho 3.

Mà p, $p + 2$ không chia hết cho 3 nên $p + 1 \vdots 3$.

Ta lại có $p + p + 2 = 2p + 2 = 2(p + 1) \vdots 3$.

Mà p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên $p + 1$ là số chẵn, từ đó $2(p + 1) \vdots 4$.

Mà $(3; 4) = 1$.

Vậy $2(p + 1) \vdots 12$ (đpcm).

Bài toán 6. Tìm số nguyên tố p để các số $p + 10$ và $p + 14$ cũng là số nguyên tố.

Lời giải. ✻ Nếu $p = 3$ thì $p + 10 = 13$; $p + 14 = 17$ là các số nguyên tố.

✻ Nếu $p > 3$ và p là số nguyên tố thì p không chia hết cho 3.

Ta thấy p, $p + 1$, $p + 2$ là ba số tự nhiên liên tiếp nên luôn có một số chia hết cho 3.

Suy ra trong ba số p, $p + 10 = p + 1 + 9$, $p + 14 = p + 2 + 12$ luôn có một số chia hết cho 3.

Suy ra trong hai số $p + 10$, $p + 14$ có một số chia hết cho 3.

Do đó $p + 10$ hoặc $p + 14$ là hợp số (mâu thuẫn với đề bài).

Vậy $p = 3$.

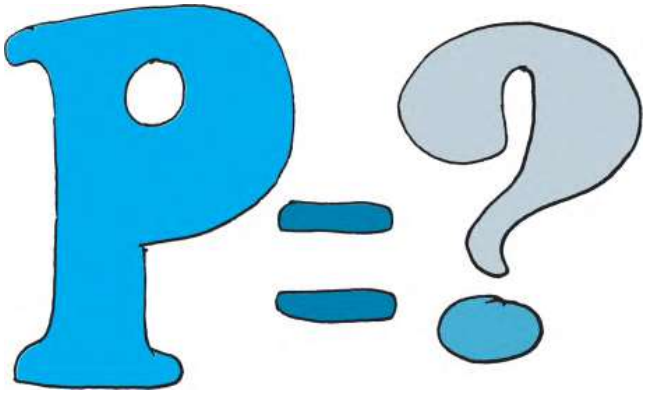
Bài tập vận dụng

Bài 1. Cho p, $8p + 1$ là các số nguyên tố ($p > 3$). Chứng minh rằng $8p - 1$ là hợp số.

Bài 2. Tìm số nguyên tố p để $p + 2$ và $p + 16$ cũng là số nguyên tố.

Bài 3. Cho số tự nhiên n không chia hết cho 3 và $n > 2$. Chứng minh rằng $n^2 - 1$ và $n^2 + 1$ không đồng thời là số nguyên tố.

Bài 4. Tìm số nguyên tố p để $p + 6$, $p + 8$, $p + 12$, $p + 14$ là các số nguyên tố.

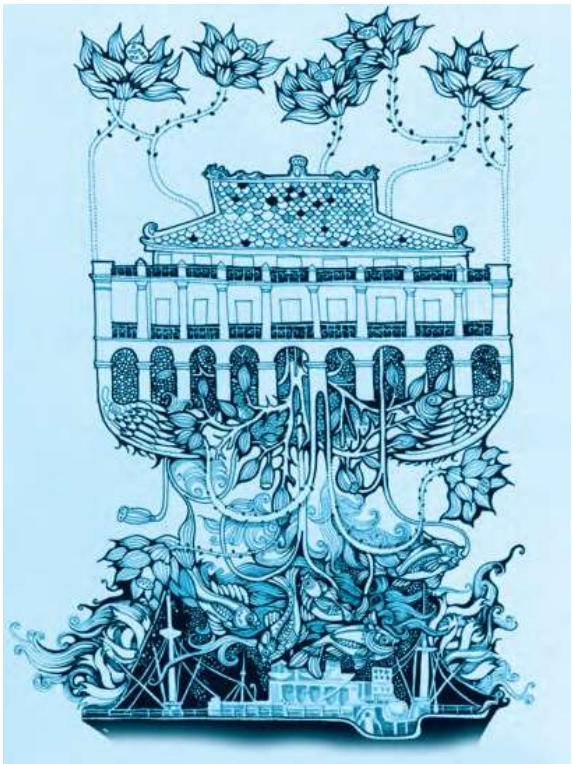


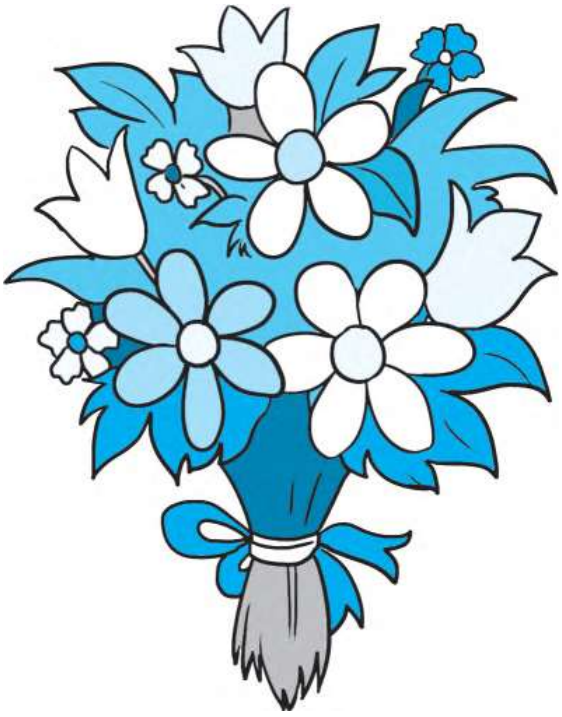


Kì này Hoa gì?

Hoa gì tím ngắt lưng đồi
Hoa gì cũng tím hay trôi sông nhà
Hoa gì tên một danh ca
Hoa gì đón Tết, quê là phương nam
Hoa gì nói đến thời gian
Hoa gì đêm nở chứa chan hương thầm
Hoa gì làm bạn nhìn nhầm
Hoa gì đôi chiếc dành phần chị em
Hoa gì trông giống cái kèn
Hoa gì danh hiệu để khen đẹp người
Hoa gì tên có mặt trời
Hoa gì ai khéo léo thời xứng danh
Vốn từ giỏi, trả lời nhanh
Vua Tếu mong đợi để dành quà trao!

VŨ THỊ MÙI
(GV. TH Nam Ninh, Nam Thanh, Nam Trực, Nam Định)





Kết quả **(TTT2 số 196)**

Bến gì?

Bến sông đứng đợi con đò
Bến cảng có những tầu to cập bờ
Bến Ngự có ở Huế thơ
Bến Nhà Rồng Bác ngày xưa lên đường
Bến Tre tên tỉnh yêu thương
Bến Nghé tên gọi một phường, một sông
Bến xe liên tỉnh người đông
Bến Nhật Lệ mẹ Suốt công sáng ngời
Bến Đục suối Yến kề nơi
Bến Tam Soa chốn ra đời sông La
Bến Thủy xưa cắt nước ta
Bến quê ai có đi xa nhớ về.

HONG HA®

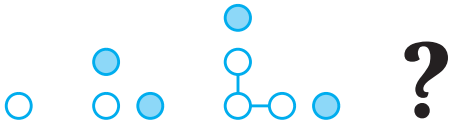
Nhận xét. Vua Tếu rất vui mừng khi nhận được nhiều câu trả lời của các thần dân trên cả nước gửi về. Kì này chỉ có ba thần dân được Vua Tếu ban thưởng: *Trần Đăng Nguyệt Nhi*, 7/4, THCS Lê Văn Thiêm, TP. Hà Tĩnh, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Việt Lâm*, 7A5, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**; *Phan Quang Triết*, 6B, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

VUA TẾU

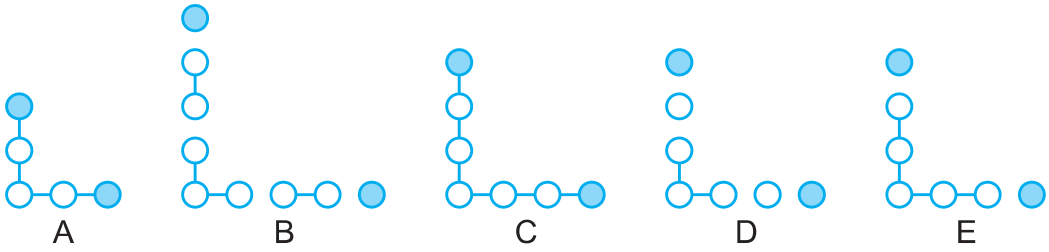


Kì này CHỌN HÌNH NÀO ĐÚNG?

Cho các hình vẽ sau:



Hãy chọn một hình trong các hình vẽ sau để điền vào dấu chấm hỏi (?) cho hợp lôgic.



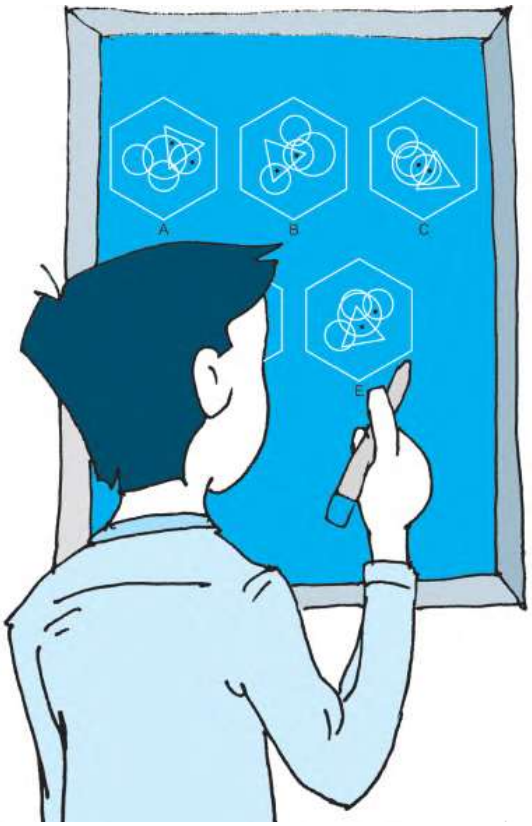
ĐỖ THỊ THÚY NGỌC

Phó Trưởng phòng Giáo dục Trung học, Sở GD&ĐT Ninh Bình

(Sưu tầm và giới thiệu)

Kết quả HÌNH NÀO THÍCH HỢP? (TTT2 số 196)

Quy luật. Hình đã cho có hai chấm đen, một chấm đen nằm trong phần giao của hình tam giác và một đường tròn, chấm đen kia nằm trong phần giao của hình tam giác và ba đường tròn. Chỉ hình D mới có đặc điểm này. Vậy hình D có nhiều nhất các đặc điểm giống với hình đã cho.



HONG HA

Nhận xét. Bài kì này không khó, hầu hết các bạn gửi bài đều cho đáp án đúng, một số bạn giải thích chưa chặt chẽ. Các bạn sau có đáp án đúng, lập luận chặt chẽ, được thưởng kì này: *Phạm Bảo Kim Ngân*, 7A5, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**; *Nguyễn Công Vinh*, 6C, THCS Nguyễn Cao, Quế Võ, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Mai Phương*, 7D, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Lê Phú Quang*, 6D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Sỹ Bách*, 6D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**.

Các bạn sau được tuyên dương: *Nguyễn Việt Lâm*, 7A5, THCS Giấy Phong Châu; *Trần Như Quỳnh*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Trung Kiên*, 8A1, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Trương Ngọc Tâm*, 9D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**.

NGUYỄN XUÂN BÌNH



Các bạn hãy giải bài toán sau bằng tiếng Anh và gửi về tòa soạn nhé! Năm bạn có bài giải tốt nhất sẽ được nhận quà.

Problem 7(199). The product of Mr. James' age in years on his last birthday and his age now in months is 1800. What was his age on his last birthday?

TS. ĐỖ ĐỨC THÀNH

GV. Trường liên cấp Tiểu học và THCS Ngôi Sao Hà Nội

Kết quả

Problem 5(196).

By subtracting 1 from both sides we have:

$$\frac{(t-u)(v-w)}{(u-v)(w-t)}=\frac{2018}{2019} \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{(t-u)(v-w)}{(u-v)(w-t)}-1=\frac{2018}{2019}-1$$

$$\Leftrightarrow \frac{(t-u)(v-w)-(u-v)(w-t)}{(u-v)(w-t)}=-\frac{1}{2019}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(tv-tw-uv+uw)-(uw-ut-vw+vt)}{(u-v)(w-t)}=-\frac{1}{2019}$$

$$\Leftrightarrow \frac{ut+vw-tw-uv}{(u-v)(w-t)}=-\frac{1}{2019}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(t-v)(u-w)}{(u-v)(w-t)}=-\frac{1}{2019} \quad (2)$$

Next, by dividing (2) by (1), we get:

$$\Leftrightarrow \frac{(t-v)(u-w)}{(t-u)(v-w)}=-\frac{1}{2019}:\frac{2018}{2019}=-\frac{1}{2018}.$$

HONG HA

Nhận xét. Xin chúc mừng các bạn sau có lời giải tốt được thưởng kì này: *Võ Trần Ngọc Hữu*, 8/1, THCS Lý Tự Trọng, Tiên Kỳ, Tiên Phước, **Quảng Nam**; *Trần Huy Hoàng*, 8B, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**.

ĐỖ ĐỨC THÀNH





ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY

Thi giải toán qua thư

Nguyễn Duy Anh, 6A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Kim Thu Hằng*, 6A2, THCS Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Ngô Thị An Bình*, 7E, *Phan Hữu Cường*, 6B, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Nguyễn Công An*, 7C, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Nguyễn Anh Thư*, 6A3, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Trương Ngọc Thu Trang*, 6D, *Nguyễn Duy Long*, 9A, THCS Tố Như, Hoằng Lộc, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Võ Thị Minh Huyền*, 6A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Huỳnh Nguyên Phát*, 7A1, THCS Mỹ Lộc, Phù Mỹ, **Bình Định**; *Nguyễn Thị Ngọc Anh*, 7E, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, **Nam Định**; *Nguyễn Minh Hiển*, 9A1, THCS Nguyễn Đăng Đạo, TP. Bắc Ninh, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Tuấn Dương*, 9C5, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Nguyễn Nhật Minh*, 9A, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Q. Cầu Giấy; *Lê Ngọc Tùng*, 9A, THCS Nguyễn Trực, Thanh Oai, **Hà Nội**.



MỘT LỜI GIẢI... NHƯ ĐÚNG

ĐỖ QUANG MINH
GV. THCS Đinh Tiên Hoàng, An Cư, Tuy An, Phú Yên

Bài toán. Cho các số thực dương a, b, c. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P=\frac{\sqrt{bc}}{a+2\sqrt{bc}}+\frac{\sqrt{ca}}{b+2\sqrt{ca}}+\frac{\sqrt{ab}}{c+2\sqrt{ab}}.$$

Một bạn đã giải bài toán trên như sau:

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$\sqrt{bc}\le\frac{1}{2}(b+c);\ \ a+2\sqrt{bc}\le a+b+c.$$

Suy ra $\frac{\sqrt{bc}}{a+2\sqrt{bc}}\le\frac{\frac{1}{2}(b+c)}{a+b+c}=\frac{b+c}{2(a+b+c)}$. (1)

Tương tự ta có $\frac{\sqrt{ca}}{b+2\sqrt{ca}}\le\frac{c+a}{2(a+b+c)}$; (2)

$$\frac{\sqrt{ab}}{c+2\sqrt{ab}}\le\frac{a+b}{2(a+b+c)}.\ (3)$$

Cộng vế với vế của (1), (2), (3) ta được

$$P\le\frac{b+c}{2(a+b+c)}+\frac{c+a}{2(a+b+c)}+\frac{a+b}{2(a+b+c)}=\frac{2(a+b+c)}{2(a+b+c)}=1.$$

Đẳng thức xảy ra khi $a=b=c$.

Vậy $P_{max}=1\Leftrightarrow a=b=c$.

Các bạn hãy nhận xét xem lời giải trên có chỗ nào chưa ổn? Bạn hãy sửa lại cho đúng nhé.

Kết quả **(TTT2 số 196)**

ĐÃ ĐỦ CHƯA?

Nhận xét. Với điều kiện $\begin{cases}xy>0\\x\ne y\end{cases}$, ta chưa thể khẳng định x,y không âm nên lời giải sai vì đã biến đổi $\sqrt{xy}=\sqrt{x}.\sqrt{y}$.

Sau đây là lời giải đúng. ĐKXĐ $xy>0$, $x\ne y$.

$$P=\frac{x(\sqrt{xy}-x)+y(\sqrt{xy}+y)}{(\sqrt{xy}-x)(\sqrt{xy}+y)}-\frac{x+y}{\sqrt{xy}}$$

$$=\frac{x\sqrt{xy}-x^2+y\sqrt{xy}+y^2}{xy+y\sqrt{xy}-x\sqrt{xy}-xy}-\frac{x+y}{\sqrt{xy}}$$

$$=\frac{\sqrt{xy}(x+y)-(x-y)(x+y)}{\sqrt{xy}(y-x)}-\frac{x+y}{\sqrt{xy}}$$

$$=\frac{(x+y)(\sqrt{xy}-x+y)-(x+y)(y-x)}{\sqrt{xy}(y-x)}$$

$$=\frac{(x+y)\sqrt{xy}}{\sqrt{xy}(y-x)}=\frac{x+y}{y-x}.$$

Lỗi sai này khá phổ biến đối với học sinh mới học về căn bậc hai, các em thực hiện quy tắc khai phương một tích nhưng không đảm bảo điều kiện các thừa số không âm, vì thế tuy kết quả cuối cùng vẫn đúng, nhưng sai ở các bước biến đổi trung gian.

HONG HA

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt, đầy đủ và chặt chẽ, được thưởng kì này: *Nguyễn Anh Thư*, 6A3, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Trương Ngọc Tâm*, 9D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Phạm Thanh Nga*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Trần Huy Hoàng*, 8B, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**.

Các bạn sau được khen kì này: *Võ Trần Ngọc Hữu*, 8/1, THCS Lý Tự Trọng, Tiên Kỳ, Tiên Phước, **Quảng Nam**; *Nguyễn Nhật Minh*, 9A, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Q, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Thân Lan Phương*, 8C, THCS Nguyễn Cao, Quế Võ, **Bắc Ninh**.

VI MẠNH TƯỜNG

HƯỚNG DẪN GIẢI
ĐỀ THI IMC 2019 - LỚP 6

VÕ QUỐC BÁ CẨN
Trường Archimedes Academy, Q. Cầu Giấy, Hà Nội

(Đề đăng trên TTT2 số 197+198)

Trong bài này, chúng tôi sẽ trình bày lời giải chi tiết của một số câu hay và khó. Các câu còn lại, chúng tôi chỉ ghi đáp án.

Đáp án của phần trắc nghiệm và câu 11, 12:

1. D **2.** B **3.** B **4.** A **5.** D **6.** C

7. D **8.** B **11.** 2236 **12.** QGLYPFBT

Dưới đây là lời giải chi tiết của các câu còn lại:

9. Gọi A là biểu thức cần tính. Với mỗi số nguyên dương n, ta có

$$\frac{(n+1)^3+n^3}{(n+1)n}=\frac{(n+1+n)\left[(n+1)^2-n(n+1)+n^2\right]}{n(n+1)}$$

$$=\frac{(2n+1)\left[n(n+1)+1\right]}{n(n+1)}=2n+1+\frac{2n+1}{n(n+1)}$$

$$=2n+1+\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}.$$

Do đó

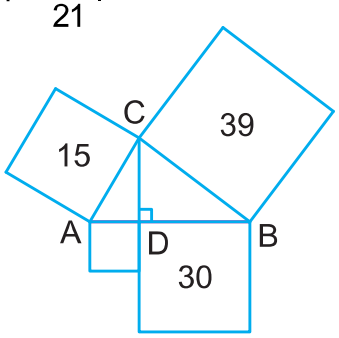
$$A=\left(41+\frac{1}{21}+\frac{1}{20}\right)-\left(39+\frac{1}{20}+\frac{1}{19}\right)$$

$$+\left(37+\frac{1}{19}+\frac{1}{18}\right)-\left(35+\frac{1}{18}+\frac{1}{17}\right)+\cdots-\left(3+\frac{1}{2}+1\right)$$

$$=(41-39)+(37-35)+\cdots+(5-3)+\frac{1}{21}-1$$

$$=20+\frac{1}{21}-1=\frac{400}{21}.$$

10.



Từ giả thiết, ta có $AC^2=15$, $BC^2=39$, $BD^2=30$ và diện tích của hình vuông cần tính chính bằng AD^2.

Theo định lí Pythagoras ta có

$$AD^2+CD^2=AC^2,\ BD^2+CD^2=BC^2.$$

Suy ra $AD^2-BD^2=AC^2-BC^2$.

Từ đó, ta có

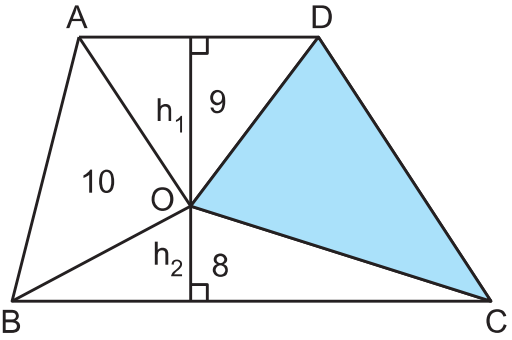
$$AD^2=AC^2-BC^2+BD^2=15-39+30=6.$$

Vậy diện tích của hình vuông cần tính là 6.

13. Có duy nhất một cách điền như bảng bên dưới. Từ đó suy ra số cần tìm là 14325.

2	1	3	4	5
3	4	2	5	1
4	3	5	1	2
5	2	1	3	4
1	5	4	2	3

14. Gọi h_1, h_2 lần lượt là độ dài của các đường cao kẻ từ O của các tam giác AOD và BOC.



Ta có

$$S_{AOD}=\frac{1}{2}\times h_1\times AD;\ S_{BOC}=\frac{1}{2}\times h_2\times BC.$$

$$\frac{9}{8}=\frac{S_{AOD}}{S_{BOC}}=\frac{h_1}{h_2}\times\frac{AD}{BC}=\frac{1}{2}\times\frac{h_1}{h_2}\Rightarrow h_2=\frac{4}{9}h_1.$$

Do đó

$$S_{ABCD} = \frac{(AD + BC)(h_1 + h_2)}{2}$$

$$= \frac{(AD + 2AD)\left(h_1 + \frac{4}{9}h_1\right)}{2}$$

$$= \frac{13}{3} \times \frac{1}{2} \times AD \times h_1 = \frac{13}{3} \times 9 = 39 \ (cm^2)$$

$$\Rightarrow S_{COD} = S_{ABCD} - S_{AOB} - S_{AOD} - S_{BOC}$$

$$= 39 - 10 - 9 - 8 = 12 \ (cm^2).$$

15. Với mỗi số tự nhiên có hai chữ số $n < 99$, ta có

$$\overline{(n+2)(n+1)n} = 10000(n+2) + 100(n+1) + n$$

$$\equiv 3(n+2) + 9(n+1) + n \equiv 13n + 15 \equiv 2 \ (\text{mod } 13).$$

Mặt khác $10^6 \equiv 1000^2 \equiv (-1)^2 \equiv 1 \ (\text{mod } 13)$.

Suy ra

$$\overline{302928\ldots1110} \equiv 302928 \cdot 10^{36} + 272625 \cdot 10^{30}$$

$$+ \cdots + 121110 \ (\text{mod } 13)$$

$$\equiv 302928 + 272625 + \cdots + 121110 \ (\text{mod } 13)$$

$$\equiv 7 \times 2 \ (\text{mod } 13) \equiv 1 \ (\text{mod } 13).$$

Ta lại có

$$987654321 \equiv 987 \cdot 10^6 + 654 \cdot 10^3 + 321 \ (\text{mod } 13)$$

$$\equiv 987 \cdot 1000^2 + 654 \cdot 1000 + 321 \ (\text{mod } 13)$$

$$\equiv 987 - 654 + 321 \ (\text{mod } 13)$$

$$\equiv 654 \ (\text{mod } 13) \equiv 4 \ (\text{mod } 13).$$

Suy ra $a \equiv \overline{302928\ldots1110} \cdot 10^9 + 987654321$

$$\equiv 10^9 + 4 \equiv 1000^3 + 4 \equiv (-1)^3 + 4$$

$$\equiv 3 \ (\text{mod } 13).$$

Vậy số dư cần tìm là 3.

16. Ta có $4 \cdot 3^6 = 2916$ cách tô các phần khác nhau của khúc gỗ sao cho hai phần liền kề có màu khác nhau, trong đó có $4 \cdot 3^3 \cdot 1 = 108$ cách tô các phần theo lối đối xứng.

Do đó, có tổng cộng $\frac{2916 + 108}{2} = 1512$ cách tô khác nhau thỏa mãn yêu cầu đề bài.

17. Gọi 2x (km/h) là vận tốc của Benjie thì theo giả thiết, ta có 5x (km/h) là vận tốc của Anton.

Do Anton và Benjie gặp nhau sau 2 giờ di chuyển nên

$AD = 2 \cdot 5x = 10x$ (km), $BD = 2 \cdot 2x = 4x$ (km).

Vì D cách C là 15 km nên ta có

$AC = AD + DC = 10x + 15$ (km);

$BC = BD + DC = 4x + 15$ (km).

Theo giả thiết, nếu Benjie tăng vận tốc của mình thêm 3 (km/h) thì hai người sẽ gặp nhau ở C.

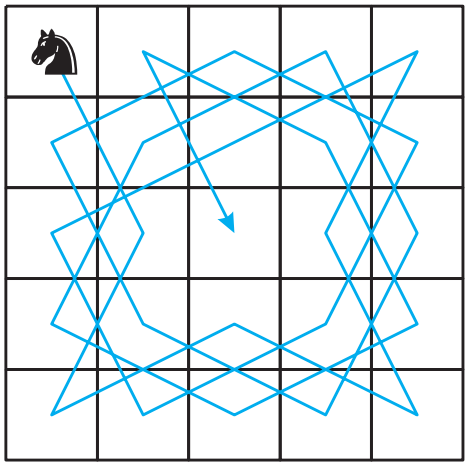
Lúc đó, thời gian Anton di chuyển là $\frac{10x + 15}{5x}$ (h), thời gian Benjie di chuyển là $\frac{4x + 15}{2x + 3}$ (h).

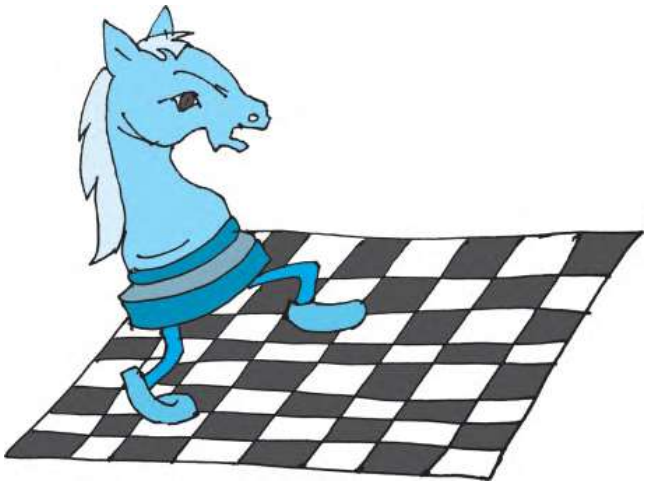
Do Anton và Benjie cùng xuất phát một lúc nên $\frac{10x + 15}{5x} = \frac{4x + 15}{2x + 3}$

$$\Leftrightarrow (2x + 3)^2 = 4x^2 + 15x \Leftrightarrow x = 3.$$

Vậy $AC = 10 \cdot 3 + 15 = 45$ (km).

18. Câu trả lời là có. Hình vẽ dưới đây thể hiện cách đi của quân mã.







BÍ MẬT NẰM TRONG BÀI THƠ?



TRẦN PHƯƠNG NAM *(ghi lại)*

Sê Lốc Cốc vừa kể cho mình nghe:

Cảnh sát trưởng thị trấn X được mật báo: "Gã chủ tiệm tạp hóa vào lúc 16 giờ chiều nay sẽ đi nhận một loại hàng cấm". Vì cả thị trấn chỉ có một tiệm tạp hóa nên đối tượng không còn ai khác là người đàn ông có biệt hiệu "tóc xoăn thích thơ".

Ngay từ đầu giờ chiều, cảnh sát trưởng đã bí mật bố trí các trinh sát bám sát mọi hoạt động của gã này.

Khoảng 15 giờ 30 phút, gã đánh xe ô tô ra khỏi nhà và tất nhiên có trinh sát bám theo.

Sau 25 phút di chuyển, gã dừng xe ở cuối đoạn đường cụt ở vườn cây phía đông thị trấn. Gã ra khỏi xe, thái độ của gã cho thấy có vẻ như gã đang chờ đợi ai. Tự nhiên gã bước rất nhanh lại một hốc cây và lấy một thứ gì đó đút ngay vào túi.

Gã quá bất ngờ khi vừa vào xe chưa kịp nổ máy thì có một người ở phía hàng ghế sau nắm chặt vai trái của gã rồi nói vừa đủ nghe:

- Đưa cái thứ mà ông vừa lấy ở hốc cây cho tôi... Không phải quay lại đâu.

Gã đành móc túi lấy ra một tờ giấy đưa ra phía sau.

Người kia bực tức:

- Chỉ có thế này thôi sao?

Gã bây giờ có vẻ bình tĩnh lại. Hơi lúc lắc cái đầu, gã cười:

- Không thích thơ à? Chỉ có thế thôi! Không tin thì cứ việc khám thật kĩ.

Người đằng sau, lấy điện thoại chụp ảnh nội dung tờ giấy và gửi cho tôi. Chỉ 1 phút sau đã nhận được tin trả lời.

Người phía sau nói với gã chủ tiệm tạp hóa:

- Nổ máy đi! Đến ngay địa điểm theo chỉ dẫn của tôi. Đừng có tỏ ra có thái độ gì mà tội tăng thêm đấy!

Xe chạy quanh co theo một con đường bám theo dãy núi ven biển rồi dừng lại trước bãi gửi xe theo lệnh của người ngồi sau. Một người phụ nữ bước đến rất tự nhiên định mở

cửa xe nhưng chưa kịp mở đã bị 2 cảnh sát chĩa súng và như cùng hô:
- Đứng im! Giơ hai tay lên!
Một chiến sĩ mở cửa xe yêu cầu gã chủ tiệm tạp hóa ra khỏi xe. Người ngồi phía sau cũng tự mở của xe bước ra. Một cảnh sát buột miệng:
- Sếp giỏi quá! Chúng em may mà cũng đến kịp theo tin nhắn của sếp!
Người được gọi là sếp thủng thẳng:
- Người giỏi là Sê Lốc Cốc! Giải 2 tên này về đồn!
Kể tới đây, Sê Lốc Cốc hỏi:
- Cậu muốn xem tờ giấy ấy ghi gì không?
- Tất nhiên là có chứ!
Sê Lốc Cốc mở từ điện thoại cho tôi xem bức ảnh chụp tờ giấy mà anh nhận được trong câu chuyện trên. Nguyên văn như sau:

Bãi ngô xanh mướt bên sông
Để ai gửi nhớ chờ trông sớm chiều
Xe đi xuôi ngược bao nhiêu
Đường về người thấy có nhiều xốn xang
Tre xanh tỏa bóng ven làng
Biển trời mây nước đã mang bao tình
131151

Tôi đọc chỉ thấy đó là một bài thơ mà thôi... chả biết gì hơn. Không hiểu có liên quan gì đến biệt hiệu "tóc xoăn thích thơ" của gã chủ tiệm tạp hóa không? Sê Lốc Cốc đã có thông tin gì từ đâu nhỉ? Con số dưới bài thơ phải chăng là tác giả của bài thơ trên?
Nào các bạn xem có khá hơn tôi không?



Kết quả **(TTT2 số 196)**

VỤ "ĐÁNH BẠN TRONG PHÒNG TIN HỌC"

Quả đúng như thầy dạy Tin học đã nói, những con số xuất hiện trên màn hình máy tính đúng là những con số biết nói. Đó chính là manh mối để tìm ra thủ phạm. Và lời giải đáp nằm ở bàn phím máy tính. Trên bàn phím có 26 phím để gõ chữ cái. Nếu ta đếm chúng theo thứ tự từ trái sang phải, từ trên xuống dưới thì số thứ tự các phím sẽ tương ứng với các chữ như sau: 24 là B, 11 là A, 25 là N, 17 là J, 15 là G và 11 là A. Do vậy dãy số trên màn hình có nghĩa là: BANJNGA. Theo cách gõ Tiếng Việt (kiểu Telex) thì đó chính là BẠN NGA.
Vậy thủ phạm của vụ đánh bạn trong phòng Tin học chính là bạn Nga.

HONG HA

Nhận xét. Kì này có nhiều bạn tham gia phá án. Tất cả các bạn đều tìm đúng thủ phạm là bạn Nga, tuy nhiên phần giải thích của nhiều bạn chưa thực sự gãy gọn. Phần quà xin được gửi tới các "thám tử nhí" xuất sắc nhất: *Nguyễn Công Vinh*, 6C, THCS Nguyễn Cao, Quế Võ, **Bắc Ninh**; *Trần Huy Hoàng*, 8B, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Dương Nguyên Khánh*, 6A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Huyền Thư*, 6D, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Võ Thị Minh Huyền*, 6A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.
Ngoài ra các "thám tử" sau cũng rất đáng khen: *Nguyễn Thị Thu Trang, Nguyễn Ngân Giang*, 6A2, THCS Trưng Vương, Đại Bái, Đại Thịnh, Mê Linh, **Hà Nội**; *Nguyễn Phương Ngân*, 7D, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Phan Quang Triết*, 6B, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Nguyễn Tất Quân*, 6D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Nguyễn Bảo Sơn*, 7/1, THCS Lê Văn Thiêm, TP. Hà Tĩnh, **Hà Tĩnh**.

Thám tử Sê Lốc Cốc



HÀM SỐ BẬC NHẤT VÀ MỘT SỐ BÀI TOÁN CỰC TRỊ

TRỊNH PHONG QUANG
GV. THCS Quảng Lạc, Nho Quan, Ninh Bình

Bài viết này chúng tôi xin giới thiệu một số bài toán cực trị liên quan đến hàm số bậc nhất.

Trước hết ta cần nhớ một số kiến thức sau:

- Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$ thì

$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

- Cho hai đường thẳng (d_1), (d_2) có phương trình lần lượt là $y = ax + b$ và $y = a'x + b'$ (trong đó $a, a' \neq 0$).

Ta có $d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow a.a' = -1$.

- Cho tam giác OAB vuông tại O, có đường cao AH thì $\dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{OA^2} + \dfrac{1}{OB^2}$.

Sau đây là các bài toán minh họa.

Bài toán 1. Cho đường thẳng (d) có phương trình $y = mx + 1 - m$ $(m \neq 0)$. Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (d) là lớn nhất.

(Đề thi chọn học sinh giỏi lớp 9 tỉnh Hưng Yên năm học 2015 - 2016)

Lời giải.

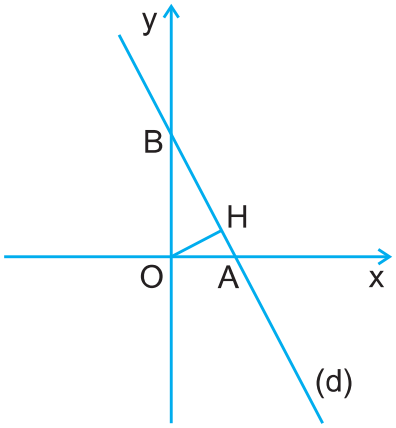
Cách 1. Đường thẳng (d) cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại $A\left(\dfrac{m-1}{m}; 0\right)$, $B(0; 1-m)$.

✻ Nếu $m = 1$ thì $A(0, 0)$, $B(0, 0)$. Khi đó đường thẳng (d) đi qua O nên khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường (d) bằng 0.

✻ Nếu $m \neq 1$, kẻ đường cao OH của tam giác OAB. Khi đó OH là khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (d).

Ta có $OA = \left|\dfrac{m-1}{m}\right|$, $OB = |1-m|$.

Tam giác OAB vuông tại O nên theo hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông ta có $\dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{OA^2} + \dfrac{1}{OB^2}$



$\Rightarrow \dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{m^2+1}{(m-1)^2} = 1 + \dfrac{2}{m-1} + \dfrac{2}{(m-1)^2}$

$= 2\left(\dfrac{1}{m-1} + \dfrac{1}{2}\right)^2 + \dfrac{1}{2} \geq \dfrac{1}{2}$.

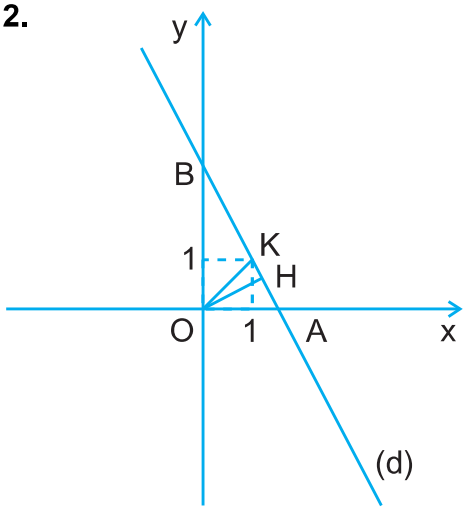
Do đó $\dfrac{1}{OH} \geq \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Suy ra $OH \leq \sqrt{2}$.

Đẳng thức xảy ra khi $m = -1$.

Vậy $m = -1$ thì khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (d) là lớn nhất.

Cách 2.



Ta dễ dàng chứng minh đường thẳng (d) luôn đi qua điểm cố định K(1; 1).

Hạ OH vuông góc với đường thẳng (d).

Ta có $OH \le OK = \sqrt{2}$.

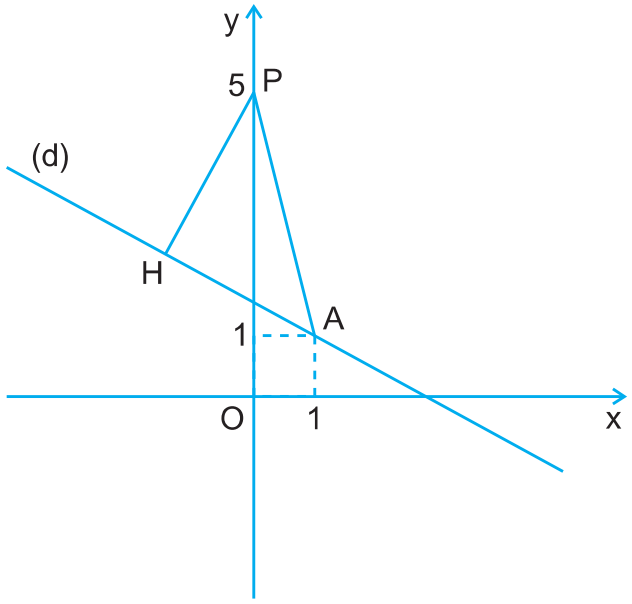
Đẳng thức xảy ra khi H trùng với K, tức là đường thẳng (d) vuông góc với đường thẳng OK.

Dễ dàng chứng minh đường thẳng OK có phương trình là $y = x$.

Suy ra $m.1 = -1$, từ đó $m = -1$.

Bài toán 2. Trên mặt phẳng toạ độ Oxy cho đường thẳng (d): $mx + (m - 1)y - 2m + 1 = 0$. Tìm m để khoảng cách từ điểm P(0; 5) đến đường thẳng (d) là lớn nhất.

Lời giải. Dễ dàng chứng minh đường thẳng (d) luôn đi qua điểm cố định A(1; 1).



Gọi H là hình chiếu vuông góc của P trên (d).

Khi đó khoảng cách từ P đến (d) là PH.

Ta có $PH \le PA$.

Đẳng thức xảy ra khi $PA \perp (d)$.

Gọi $y = ax + b$ là phương trình đường thẳng đi qua hai điểm P(0; 5) và A(1; 1).

Suy ra $\begin{cases} a.0 + b = 5 \\ a.1 + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 5 \\ a = -4. \end{cases}$

Do đó phương trình đường thẳng PA là $y = -4x + 5$.

Xét đường thẳng (d):

$mx + (m - 1)y - 2m + 1 = 0$.

✻ Nếu $m = 1$ thì phương trình đường thẳng (d) là $x = 1$. Khi đó đường thẳng (d) và đường thẳng PA không vuông góc với nhau (loại).

✻ Nếu $m \ne 1$ thì đường thẳng (d) có dạng $y = \dfrac{m}{1-m}x + \dfrac{2m-1}{m-1}$.

Để PA vuông góc với (d) thì

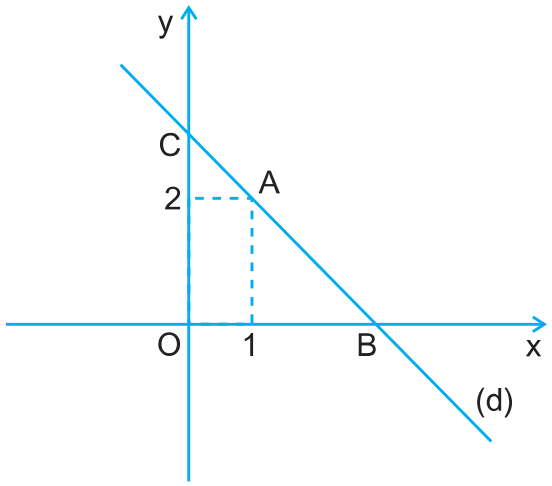
$\dfrac{m}{1-m}.(-4) = -1 \Leftrightarrow m = \dfrac{1}{5}$.

Vậy $m = \dfrac{1}{5}$ thì khoảng cách từ P đến đường thẳng (d) là lớn nhất.

Bài toán 3. Cho đường thẳng (d) có phương trình $y = ax + b$ ($a \ne 0$). Lập phương trình đường thẳng (d), biết đường thẳng (d) đi qua điểm A(1; 2), cắt trục hoành tại điểm B có hoành độ dương và cắt trục tung tại điểm C có tung độ dương thỏa mãn OB + OC nhỏ nhất (O là gốc toạ độ).

(Đề thi chọn Học sinh giỏi lớp 9 tỉnh Hưng Yên năm học 2016 - 2017)

Lời giải. Vì đường thẳng (d) đi qua điểm A(1; 2) nên $b = 2 - a$.



Khi đó phương trình đường thẳng (d) được viết lại dưới dạng $y = ax + 2 - a$.

Suy ra (d) cắt trục Ox tại $B\left(\dfrac{a-2}{a}; 0\right)$ và cắt trục Oy tại C (0; 2 – a).

Do điểm B có hoành độ dương và điểm C có tung độ dương nên $a < 0$.

Khi đó $OB = \dfrac{a-2}{a}$; $OC = 2 - a$

Suy ra $OB + OC = \dfrac{a-2}{a} + 2 - a = 1 - \dfrac{2}{a} + 2 - a$

$= 3 + \dfrac{-2}{a} + (-a) \ge 3 + 2\sqrt{\dfrac{-2}{a}\cdot(-a)} = 3 + 2\sqrt{2}$.

Đẳng thức xảy ra khi $a = -\sqrt{2}$.

Vậy OB + OC đạt giá trị nhỏ nhất là $3 + 2\sqrt{2}$ khi $a = -\sqrt{2}$.

Khi đó phương trình đường thẳng (d) là $y = -\sqrt{2}x + 2 + \sqrt{2}$.

Chữ & Chữ số

Kì này KÌ 44

Hãy thay các chữ cái bởi các chữ số. Biết rằng các chữ khác nhau biểu diễn các chữ số khác nhau.

$$\overline{MMGBBT} = \overline{TTT}^2.$$

TẠ THẬP *(TP. Hồ Chí Minh)*

Kết quả KÌ 42 (TTT2 số 196)

Đặt $S = A + B + C$.

Vì $1 \le A, B, C \le 9$ nên $3 \le S = A + B + C \le 27$.

Gọi M là trung bình cộng của 6 số $\overline{ABC}$, $\overline{ACB}$, $\overline{BAC}$, $\overline{BCA}$, $\overline{CAB}$, $\overline{CBA}$.

Theo bài ra ta có

$$6M = \overline{ABC} + \overline{ACB} + \overline{BAC} + \overline{BCA} + \overline{CAB} + \overline{CBA}$$
$$= (100A + 10B + C) + (100A + 10C + B)$$
$$+(100B + 10A + C) + (100B + 10C + A)$$
$$+(100C + 10A + B) + (100C + 10B + A)$$
$$= 222A + 222B + 222C$$
$$= 222(A + B + C) = 222S.$$

Vì $M = 37S$ có chữ số hàng đơn vị là 1. Do đó S chỉ có thể bằng 3, 13 hoặc 23.

- Nếu $S = 3 = A + B + C$ thì $A = B = C = 1$.
- Nếu $S = 13 = A + B + C$ thì số $\overline{ABC}$ nhỏ nhất là 139.
- Nếu $S = 23 = A + B + C$ thì số $\overline{ABC}$ nhỏ nhất là 599.

Vậy số nhỏ nhất thỏa mãn điều kiện đầu bài là số 111.

HONG HA

Nhận xét. Các bạn sau đây có lời giải đúng, được thưởng kì này: *Nguyễn Sĩ Bách*, 6D, *Nguyễn Công Phúc*, 7C, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Trần Huy Hoàng*, 8B, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Lê Phú Quang*, 6D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**.

Các bạn *Võ Thị Minh Huyền*, 6A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Võ Trần Ngọc Hữu*, 8/1, THCS Tiên Kỳ, Tiên Phước, **Quảng Nam** đã nghĩ rằng trong ba chữ số A, B, C có thể có chữ số bằng 0 nên đưa ra đáp số là 102. Nhưng các số tự nhiên có ba chữ số thì chữ số hàng trăm phải khác 0 nên A, B, C đều khác 0.

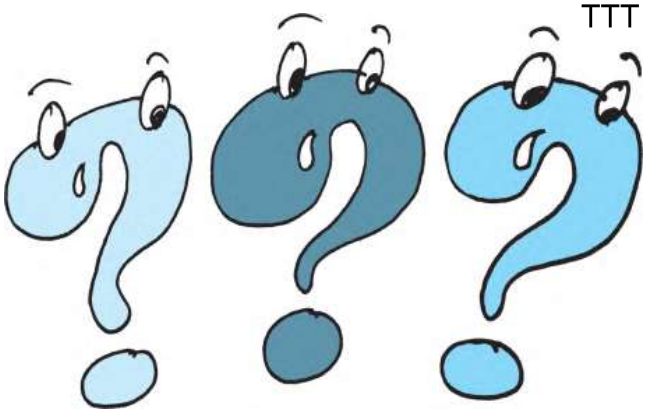
Bạn *Thân Lan Phương*, 8C, THCS Nguyễn Cao, Quế Võ, **Bắc Ninh** thêm điều kiện cả ba chữ số A, B, C khác 0 và khác nhau nên có đáp số 139, nhưng bài toán không yêu cầu A, B, C khác nhau.

- Khi $S = A + B + C$ có chữ số tận cùng là 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 thì 37S có chữ số tận cùng tương ứng là 7, 4, 1, 8, 5, 2, 9, 6, 3 (các chữ số khác nhau) nên hoàn toàn có thể thay đổi đề bài bằng một số bài khác tương tự, ví dụ:

Bài toán 1. Tìm số lớn nhất trong các số có ba chữ số $\overline{ABC}$ sao cho trung bình cộng của các số $\overline{ABC}$, $\overline{ACB}$, $\overline{BAC}$, $\overline{BCA}$, $\overline{CAB}$, $\overline{CBA}$ có chữ số hàng đơn vị là 9.

Bài toán 2. Tìm số lớn nhất trong các số có ba chữ số $\overline{ABC}$ sao cho trung bình cộng của các số $\overline{ABC}$, $\overline{ACB}$, $\overline{BAC}$, $\overline{BCA}$, $\overline{CAB}$, $\overline{CBA}$ có chữ số hàng đơn vị là 3.

TTT





Kì này CÓ TỒN TẠI HAY KHÔNG?

Ngày 30/4/2020 kỉ niệm 45 năm giải phóng Miền Nam. Bạn hãy giải bài toán sau nhé:

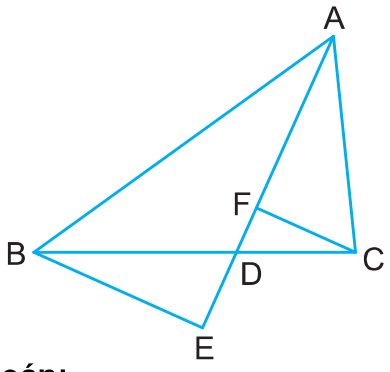
Bài toán. Có tồn tại hay không số tự nhiên x thỏa mãn

$$30^x + 4 = (x+1975)(x+2020-3.45^0)?$$

NGUYỄN NGỌC HÙNG *(GV. THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, Hà Tĩnh)*

Kết quả (TTT2 số 196)

KHÔNG NHỎ HƠN!



Xét bài toán:

Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC} = 60^o$. Kẻ đường phân giác AD của tam giác ABC. Hạ BE và CF vuông góc với AD (E, F thuộc AD). Ta sẽ chứng minh $BC \geq \dfrac{AB+BC+CA}{3}$.

Chứng minh. Ta có

$$\widehat{BAD} = \widehat{DAC} = \frac{\widehat{BAC}}{2} = 30^o.$$

Xét tam giác ABE vuông tại E có $\widehat{BAE} = 30^o$ nên $BE = \dfrac{AB}{2}$. (1)

Xét tam giác ACF vuông tại F có $\widehat{CAF} = 30^o$ nên $CF = \dfrac{AC}{2}$. (2)

Mặt khác $BE \leq BD$; $CF \leq CD$.

Suy ra $BE + CF \leq BC$. (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $\dfrac{AB+AC}{2} \leq BC$.

Do đó

$$\frac{2BC}{3} \geq \frac{AB+AC}{3} \Rightarrow BC \geq \frac{AB+BC+AC}{3}.$$



Vậy Hồng nói đúng.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt được thưởng kì này: *Nguyễn Anh Thư*, 6A3, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Trần Quý Dương*, 8A, THCS Thạch Thất, Thạch Thất, **Hà Nội**; *Ngô Thị An Bình*, 7E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Võ Trần Ngọc Hữu*, 8/1, THCS Lý Tự Trọng, Tiên Kỳ, Tiên Phước, **Quảng Nam**; *Lê Đăng Quang*, 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**.

VŨ ĐÌNH HÒA

Kết quả

Giải toán qua thư



Bài 1(196). Lúc 7 giờ sáng, bến xe A tiếp nhận 27720 hành khách trở về nhà nghỉ Lễ. Sau một giờ, $\frac{1}{2}$ số hành khách đã rời bến. Sau một giờ tiếp theo, $\frac{1}{3}$ số hành khách còn lại rời bến. Sau một giờ nữa, $\frac{1}{4}$ số hành khách còn lại rời bến, ... và quá trình này tiếp tục cho tới khi bến xe đóng cửa. Biết rằng đến giờ đóng cửa, vẫn còn 2310 hành khách chưa được lên xe. Hỏi bến xe A đóng cửa lúc mấy giờ?

Lời giải. So với số hành khách lúc ban đầu, sau một giờ, còn lại

$1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ (số hành khách).

Sau hai giờ, còn lại

$\frac{1}{2}.\left(1-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{2}.\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$ (số hành khách).

Sau ba giờ, còn lại

$\frac{1}{3}.\left(1-\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{3}.\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$ (số hành khách).

...

Cứ như vậy, sau n giờ sẽ còn lại

$\frac{1}{n}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)=\frac{1}{n+1}$ (số hành khách).

Tới giờ đóng cửa, số hành khách còn lại bằng

$\frac{1}{n+1}=\frac{2310}{27720}=\frac{1}{12}$ số hành khách ban đầu.

Vì vậy bến xe sẽ đóng cửa sau 11 giờ kể từ lúc mở cửa, giờ đóng cửa của bến xe là $7+11=18$ giờ.

Nhận xét. Đây là một bài toán số học hay nên có nhiều bạn tham gia giải, nhưng có một vài bạn tính nhầm và suy luận chưa thật chính xác. Các bạn sau có lời giải tốt: *Nguyễn Duy Anh*, 6A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Vũ Minh Nguyệt*, 7E, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Phan Hữu Cường*, 6B, *Ngô Thị An Bình*, 7E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; Nguyễn Sĩ Bách, 6A, *Nguyễn Công An*, 7C, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Nguyễn Anh Thư*, 6A3, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**.

PHÙNG KIM DUNG

Bài 2(196). Tính

$$M=\left(\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+...+\frac{1}{2019^2}\right)\times$$
$$\times\left(\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+...+\frac{1}{2020^2}\right)-$$
$$-\left(\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+...+\frac{1}{2020^2}\right)\times$$
$$\times\left(\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+...+\frac{1}{2019^2}\right).$$

Lời giải. Đặt $a=\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+...+\frac{1}{2019^2}$ và $b=\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+...+\frac{1}{2020^2}$.

Ta có

$M=(1+a)b-(1+b)a=b-a$

$=\frac{1}{2020^2}=\frac{1}{4080400}$.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải ngắn gọn và chính xác: *Quách Thị Thanh Huyền*, 6A3 THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Đoàn Khánh Duy*, 6B, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ, **Phú Thọ**; *Trương Ngọc Thu Trang*, 6D, *Nguyễn Hoàng Long*, 6B, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Phùng Khánh Linh*, 6A1, THCS Nghi Hương, Cửa

Lò, **Nghệ An**; *Nguyễn Đức Thành*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Võ Thị Minh Huyền*, 6A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Huỳnh Nguyên Phát*, 7A1, THCS Mỹ Lộc, Phù Mỹ, **Bình Định**, *Kim Thu Hằng*, 6A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**.

CAO VĂN DŨNG

Bài 3(196). Một lớp học có x học sinh, biết rằng $30 < x < 50$ và ba điều kiện sau thỏa mãn

(i) Điểm trung bình của các học sinh nam là 8.

(ii) Điểm trung bình của các học sinh nữ là 6,5.

(ii) Điểm trung bình của các học sinh trong lớp là 7,2.

Tính x.

Lời giải. Gọi số học sinh nam trong lớp là a $(a \in \mathbb{N}^*, a < 50)$.

Gọi số học sinh nữ trong lớp là b $(b \in \mathbb{N}^*, b < 50)$.

Khi đó tổng số học sinh trong lớp là $a + b = x$. (1)

Vì điểm trung bình của các học sinh nam trong lớp là 8 nên tổng số điểm của các học sinh nam là 8a.

Vì điểm trung bình của các học sinh nữ trong lớp là 6,5 nên tổng số điểm của các học sinh nữ là 6,5b.

Mặt khác điểm trung bình của các học sinh trong lớp là 7,2 nên tổng số điểm của các học sinh là 7,2x.

Từ đó ta có phương trình

$8a + 6,5b = 7,2x$. (2)

$\Leftrightarrow 80a + 65b = 72x$

$\Leftrightarrow 65(a + b) + 15a = 72x$. (3)

Từ (1), (2) suy ra

$65x + 15a = 72x \Leftrightarrow 15a = 7x$.

Vì $15a \vdots 15$ nên $7x \vdots 15$.

Mà ƯCLN(7, 15) = 1.

Do đó $x \vdots 15$.

Mặt khác $30 < x < 50$ nên suy ra $x = 45$.

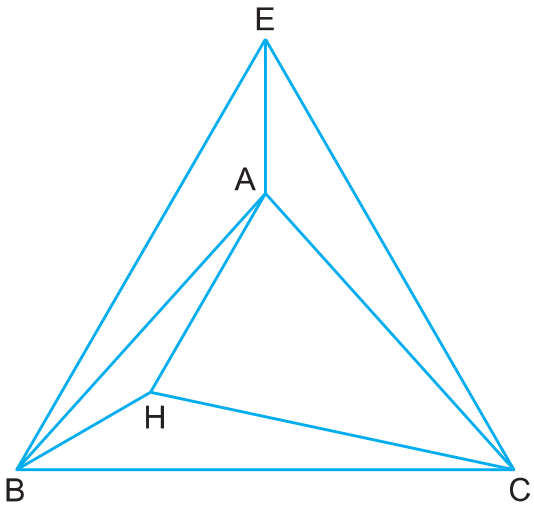
Vậy số học sinh trong lớp là 45 học sinh.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt: *Kim Thu Hằng*, 6A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thị Thu Thủy, Nguyễn Thùy Linh*, 6C, THCS Cao Mại, Lâm Thao; *Đoàn Khánh Duy*, 6B, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ, **Phú Thọ**; *Lê Xuân Thịnh*, 6B, *Trương Ngọc Thu Trang*, 6D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Phan Quang Triết*, *Phan Hữu Cường*, 6B, *Nguyễn Hồng Đạt*, 7B, *Ngô Thị An Bình*, 7E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Tần Phương Mai*, 7B, THCS Hồ Xuân Hương, Quỳnh Lưu; *Hoàng Nguyễn Mai Sương*, *Nguyễn Công An*, 7C, *Nguyễn Sĩ Bách*, 6D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Phùng Khánh Linh*, 6A1, THCS Nghi Lương, TX. Cửa Lò, **Nghệ An**; *Võ Thị Minh Huyền*, 6A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Anh Thư*, 6A3, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Huỳnh Nguyên Phát,* 7A1, THCS Mỹ Lộc, Phú Mỹ, **Bình Định**.

LÊ TRUNG DŨNG

Bài 4(196). Cho tam giác ABC cân tại A có $\widehat{A} = 84^o$. Điểm H nằm trong tam giác ABC thỏa mãn $\widehat{HAB} = \widehat{HCB} = 12^o$. Tính số đo $\widehat{BHC}$.

Lời giải. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ BC có chứa điểm A vẽ ΔBEC đều.



Vì tam giác ABC cân tại A có $\widehat{A} = 84^o$ nên

$\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \dfrac{180^o - \widehat{BAC}}{2} = 48^o$.

Trong ΔAHC có

$\widehat{HAC} = \widehat{BAC} - \widehat{HAB} = 84^o - 12^o = 72^o$.

$\widehat{HCA} = \widehat{ACB} - \widehat{HCB} = 48^o - 12^o = 36^o$.

Từ đó $\widehat{AHC} = 180^o - (\widehat{HAC} + \widehat{HCA}) = 72^o$.

Suy ra ΔCAH cân tại C, dẫn đến CA = CH.

Mặt khác $\widehat{ECA} = \widehat{ECB} - \widehat{ACB} = 60^o - 48^o = 12^o$ nên $\widehat{ECA} = \widehat{BCH}$.

Kết hợp với CA = CH, CB = CE ta được $\Delta EAC = \Delta BHC$ (c.g.c).

Suy ra $\widehat{EAC} = \widehat{BHC}$. (1)

Xét ΔBEA và ΔCEA có

BE = CE, BA = CA, EA là cạnh chung.

Suy ra $\Delta BEA = \Delta CEA$ (c.c.c).

Do đó $\widehat{EAB} = \widehat{EAC}$.

Mặt khác $\widehat{EAB} + \widehat{EAC} = 360^o - \widehat{BAC}$

$= 360^o - 84^o = 276^o$.

$\Rightarrow \widehat{EAB} = \widehat{EAC} = 138^o$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{BHC} = 138^o$.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt: *Nguyễn Thị Ngọc Anh*, 7E, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, **Nam Định**; *Ngô Thị An Bình*, 7E, *Nguyễn Hồng Đạt*, 7B THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Nguyễn Công An, Hoàng Nguyễn Mai Sương*, 7C, *Nguyễn Văn Quang Huy, Thái Khắc Hoàng, Phạm Tuấn Tú, Trần Đình Phương, Nguyễn Đức Thành, Nguyễn Văn Thắng, Hà Lê Quỳnh Anh*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Trần Đức Huy*, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Huỳnh Nguyên Phát*, 7A1, THCS Mỹ Lộc, Phù Mỹ, **Bình Định**; *Nguyễn Anh Thư*, 6A3, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**.

HỒ QUANG VINH

Bài 5(196). Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} xy + 2x + 3y = 10 \\ \dfrac{1}{(x+2)(x+4)} + \dfrac{1}{(y+1)(y+3)} = \dfrac{2}{15}. \end{cases}$$

Lời giải. ĐKXĐ $x \neq -2$; $x \neq -4$; $y \neq -1$; $y \neq -3$.

Từ hệ phương trình suy ra

$$\begin{cases} (x+3)(y+2) = 16 \\ \dfrac{1}{(x+2)(x+4)} + \dfrac{1}{(y+1)(y+3)} = \dfrac{2}{15}. \end{cases}$$

Đặt $\begin{cases} x+3 = a \\ y+2 = b \end{cases}$ $(a \neq \pm 1; b \neq \pm 1)$;

Ta có

$$\begin{cases} ab = 16 & (1) \\ \dfrac{1}{(a-1)(a+1)} + \dfrac{1}{(b-1)(b+1)} = \dfrac{2}{15} & (2) \end{cases}$$

Giải (2) ta được

$$\frac{(a^2-1)+(b^2-1)}{(a^2-1)(b^2-1)} = \frac{2}{15}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(a^2+b^2)-2}{(ab)^2-(a^2+b^2)+1} = \frac{2}{15}$$

$\Leftrightarrow a^2 + b^2 = 32$.

Kết hợp với ab = 16, suy ra

$a^2 + b^2 - 2.16 = 0$

$\Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2ab = 0 \Leftrightarrow (a-b)^2 = 0$.

Suy ra $\left[\begin{array}{l} a = b = 4 \\ a = b = -4 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -7 \\ y = -6 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ (Thỏa mãn).

Vậy $(x; y) \in \{(1; 2); (-7; -6)\}$.

Nhận xét. Có nhiều bạn tham gia giải bài, một số bạn quên tìm ĐKXĐ, các bạn sau có lời giải tốt: *Trần Thị Yến Khanh*, *Nguyễn Phạm Thanh Nga*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Lương Minh Hiếu*, 8C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Trần Phương Mai*, 7B, THCS Hồ Xuân Hương, Quỳnh Lưu; *Ngô Thị An Bình*, 7E, *Nguyễn Ngọc Phước*, 9G, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Hoàng Mạnh Duy*, 9A, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Nguyễn Anh Thư*, 6A3, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Nguyễn Minh Hiển*, 9A1, THCS Nguyễn Đăng Đạo, TP. Bắc Ninh, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Tuấn Dương*, 9C5, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Lê Đức Chính*, 8B, THCS Nhữ Bá Sỹ; *Nguyễn Duy Long*, 9A, THCS Tố Như, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Nhật Minh*, 9A, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**.

LÊ ĐỨC THUẬN

Bài 6(196). Cho các số thực dương a, b, c. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$Q=\frac{a^3+2}{ab+1}+\frac{b^3+2}{bc+1}+\frac{c^3+2}{ca+1}.$$

Lời giải. Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki, ta có

$$(ab+1)^2\le(a^2+1)(b^2+1).$$

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có

$$a^2+1=a\cdot a\cdot 1+1\le\frac{a^3+a^3+1}{3}+1=\frac{2(a^3+2)}{3};$$

$$b^2+1=b\cdot b\cdot 1+1\le\frac{b^3+b^3+1}{3}+1=\frac{2(b^3+2)}{3}.$$

Do đó

$$(ab+1)^2\le\frac{4}{9}(a^3+2)(b^3+2)$$

$$\Rightarrow ab+1\le\frac{2}{3}\sqrt{(a^3+2)(b^3+2)}$$

$$\Rightarrow\frac{a^3+2}{ab+1}\ge\frac{3}{2}\cdot\sqrt{\frac{a^3+2}{b^3+2}}. \quad (1)$$

Tương tự, ta có

$$\frac{b^3+2}{bc+1}\ge\frac{3}{2}\cdot\sqrt{\frac{b^3+2}{c^3+2}};(2)$$

$$\frac{c^3+2}{ca+1}\ge\frac{3}{2}\cdot\sqrt{\frac{c^3+2}{a^3+2}}. \quad (3)$$

Cộng theo vế của (1), (2) và (3) và áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có

$$Q\ge\frac{3}{2}\left(\sqrt{\frac{a^3+2}{b^3+2}}+\sqrt{\frac{b^3+2}{c^3+2}}+\sqrt{\frac{c^3+2}{a^3+2}}\right)$$

$$\ge\frac{3}{2}\cdot 3\sqrt[3]{\sqrt{\frac{a^3+2}{b^3+2}}\cdot\sqrt{\frac{b^3+2}{c^3+2}}\cdot\sqrt{\frac{c^3+2}{a^3+2}}}=\frac{9}{2}.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c=1$.

Vậy $Q_{\min}=\frac{9}{2}$ khi $a=b=c=1$.

Nhận xét. Điểm mấu chốt trong lời giải trên là *tách rời* a và b ra từ biểu thức $ab+1$ để từ đó có thể tách được những đại lượng giống nhau tạo điều kiện thuận lợi cho các đánh giá tiếp theo. Một ý tưởng tự nhiên để thực hiện điều này là sử dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki. Từ đó ta có lời giải như trên.

Các bạn sau có lời giải tốt: *Lê Đăng Quang*, 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong; *Nguyễn Minh Hiển*, 9A1, THCS Nguyễn Đăng Đạo, TP. Bắc Ninh, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Nhật Minh*, 9A, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Q. Cầu Giấy; *Lê Ngọc Tùng*, 9A, THCS Nguyễn Trực, Thanh Oai, **Hà Nội**; *Nguyễn Ngọc Phước*, 9G, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Nguyễn Anh Thư*, 6A3, THCS Kế Anh, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Trương Ngọc Tâm*, 9D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**.

VÕ QUỐC BÁ CẨN

Bài 7(196). Chứng minh rằng không tồn tại các số nguyên x, y thỏa mãn $x^4+y^3+4=0$.

Lời giải. (Theo lời giải của các bạn *Nguyễn Minh Hiển*, 9A1, THCS Nguyễn Đăng Đạo, TP. Bắc Ninh, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Duy Long* 9A, THCS Tố Như, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**).

Giả sử tồn tại các số nguyên x, y thỏa mãn $x^4+y^3+4=0$. (1)

Ta có (1) $\Leftrightarrow (x^2-2x+2)(x^2+2x+2)=-y^3$.

Trước tiên ta nhận xét rằng x phải là một số lẻ, bởi ngược lại nếu x là một số chẵn thì $x^4+4=-y^3$ là lập phương của một số chẵn, nhưng x^4+4 không chia hết cho 8 với mọi số nguyên x (vô lí).

Vậy x là một số lẻ, suy ra y cũng là số lẻ.

Đặt $d=(x^2-2x+2,\ x^2+2x+2)$.

Ta có $4x=[(x^2+2x+2)-(x^2-2x+2)]\vdots d$.

Mặt khác d là số lẻ (vì $-y^3\vdots d$ và y là số lẻ), dẫn đến (4, d) = 1 và do đó $x\vdots d$.

Suy ra $2\vdots d$, nên $d=1$ (vì d lẻ).

Tóm lại, hai số nguyên x^2-2x+2 và x^2+2x+2 là hai số nguyên tố cùng nhau, có tích là lập phương của một số nguyên nên mỗi số là lập phương của một số nguyên.

Đặt

$$x^2-2x+2=a^3,\ x^2+2x+2=b^3,\ (a,b\in\mathbb{Z}).$$

Suy ra $(x-1)^2=(a-1)(a^2+a+1)$,

$(x+1)^2=b^3-1=(b-1)(b^2+b+1)$.

Do đó $a-1\ge 0$, $b-1\ge 0$.

Gọi d_1 là ước chung lớn nhất của $a-1$ và a^2+a+1 thì $3a=[(a^2+a+1)-(a-1)^2]\vdots d_1$.

Mà $(a,d_1)=1$ (vì d_1 là ước của $a-1$) nên $3\vdots d_1$.

Do đó $d_1\in\{1,3\}$.

Tương tự gọi d_2 là ước chung lớn nhất của $b-1$ và b^2+b+1 thì $d_2\in\{1,3\}$.

Chú ý rằng nếu $d_1=d_2=3$ thì $(x-1)^2$ và $(x+1)^2$ đều chia hết cho 3, dẫn đến $x-1$ và $x+1$ đồng thời chia hết cho 3.

Suy ra $2=(x+1)-(x-1)$ chia hết cho 3 (vô lí).

Vì vậy trong hai số d_1, d_2 phải có một số bằng 1.

• Nếu $d_1=1$. Khi đó $a-1$ và a^2+a+1 là hai số nguyên tố cùng nhau có tích là một số chính phương nên cả hai số đó đồng thời là số chính phương.

Đặt $a^2+a+1=m^2$ thì

$4m^2=4(a^2+a+1)=(2a+1)^2+3$.

Do đó $(2m-2a-1)(2m+2a+1)=3$.

✻ TH1. $2m-2a-1=1$, $2m+2a+1=3$ thì $a=0$ (vô lí vì phương trình x^2-2x+2 không có nghiệm nguyên).

✻ TH2. $2m-2a-1=3$, $2m+2a+1=1$ thì $a=-1$ (vô lí vì phương trình $x^2-2x+2=-1$ không có nghiệm nguyên).

• Nếu $d_2=1$, làm tương tự ta không tìm được x, y thỏa mãn.

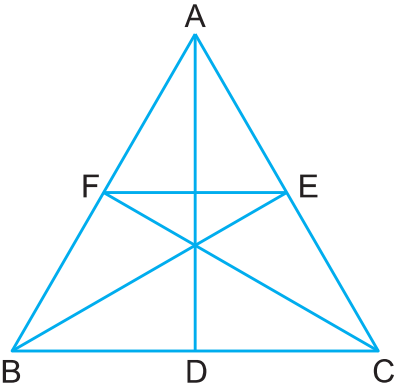
Vậy không tồn tại các số nguyên x, y thỏa mãn đề bài.

Nhận xét. Đây là bài toán hay và khó. Một số bạn đánh giá $(x^2)^2<-y^3<(x^2+2)^2$, và khẳng định $-y^3=(x^2+1)^2$, điều này không đúng. Chỉ có hai bạn có lời giải đúng: *Nguyễn Minh Hiển*, 9A1, THCS Nguyễn Đăng Đạo, TP. Bắc Ninh, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Duy Long* 9A, THCS Tố Như, Hoằng Lộc, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**.

TRỊNH HOÀI DƯƠNG

Bài 8(196). Cho tam giác ABC với các đường phân giác trong AD, BE, CF. Biết rằng BF = CD và BD = CE. Chứng minh rằng BC = 2EF.

Lời giải.



Theo giả thiết và tính chất đường phân giác trong tam giác ta có $\frac{BF}{CE}=\frac{DC}{DB}=\frac{AC}{AB}$. (1)

$\frac{CB}{CA}=\frac{BF}{FA}=\frac{CD}{FA}$, $\frac{BC}{BA}=\frac{EC}{EA}=\frac{BD}{EA}$

$\Rightarrow \frac{AB}{AC}=\frac{CB}{CA}:\frac{BC}{BA}=\frac{CD}{FA}:\frac{DB}{EA}=\frac{DC}{DB}\cdot\frac{EA}{FA}$

$=\frac{AC}{AB}\cdot\frac{EA}{FA}\Rightarrow\frac{AE}{AF}=\frac{AB^2}{AC^2}$. (2)

Từ (1) ta thấy, nếu $AB<AC$ thì $CE<BF$, suy ra $AB-BF<AC-CE$ hay $AF<AE$.

Từ (2) suy ra $AC<AB$ (mâu thuẫn với $AB<AC$).

Tương tự nếu $AB>AC$ cũng dẫn đến mâu thuẫn.

Suy ra $AB=AC$.

Kết hợp với (1) và (2) ta có $\frac{AE}{AF}=1=\frac{BF}{CE}$.

Do đó $EA\cdot EC=FA\cdot FB$.

Mà $EA+EC=FA+FB$, suy ra E, F thứ tự là trung điểm của CA, AB.

Do đó EF là đường trung bình của ΔABC.

Vậy $BC=2EF$.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt: *Lê Ngọc Tùng*, 9A, THCS Nguyễn Trực, Thanh Oai, **Hà Nội**; *Nguyễn Minh Hiển*, 9A1, THCS Nguyễn Đăng Đạo, TP. Bắc Ninh, **Bắc Ninh**.

TRẦN QUANG HÙNG

THÁCH ĐẤU

TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM SÁU MƯƠI LĂM

Người thách đấu: *Hoàng Lê Nhật Tùng*, SV K61 Sư phạm toán, Đại học Khoa học Tự nhiên Hà Nội.

Bài toán thách đấu: Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 3abc$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{ab}{c+2} + \frac{bc}{a+2} + \frac{ca}{b+2} + \frac{2(a+b+c)}{ab+bc+ca}.$$

Thời hạn: Trước ngày 08.11.2019 theo dấu bưu điện.

Kết quả TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM SÁU MƯƠI BA (TTT2 số 196)

Đề bài. Cho số thực x thỏa mãn $x^2 - x$ là số nguyên khác 1 và $x^3 - 2x$ cũng là số nguyên. Chứng minh rằng x là số nguyên.



Lời giải. Đặt $x^2 - x = a$, $x^3 - 2x = b$ ($a, b \in \mathbb{Z}$, $a \neq 1$).

Ta có $b = x^3 - 2x = (x^3 - x^2 - x) + (x^2 - x) = x(x^2 - x - 1) + (x^2 - x) = x(a - 1) + a$.

Suy ra $x = \frac{b-a}{a-1}$ là số hữu tỉ.

Giả sử $x = \frac{m}{n}$ ($m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}^*$, $(m,n) = 1$).

Khi đó $0 = x^2 - x - a = \frac{m^2}{n^2} - \frac{m}{n} - a$.

Suy ra $0 = m^2 - mn - an^2$.

Do đó $m^2 \vdots n \Rightarrow n = 1$ (vì $(m, n) = 1$).

Suy ra x là số nguyên.

Nhận xét. Đây là bài toán số học - đại số không quá khó. Nét chính của bài toán là từ giả thiết suy ra x là số hữu tỉ và sử dụng kết quả quen thuộc với học sinh lớp 7: Nếu a là nghiệm hữu tỉ của đa thức với hệ số nguyên $x^k + a_1x^{k-1} + ... + a_{k-1}x + a_k$ thì suy ra a là số nguyên.

HONG HA

Có 4 võ sĩ tham gia trận đấu. Võ sĩ đăng quang trong trận đấu này là võ sĩ có lời giải gọn gàng, sáng sủa nhất: *Nguyễn Phạm Thanh Nga*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

NGUYỄN MINH ĐỨC

BẠN ĐỌC CÓ THỂ ĐẶT MUA TẠP CHÍ CẢ NĂM HỌC TẠI CÁC BƯU CỤC CỦA VNPT TRÊN CẢ NƯỚC VỚI MÃ ĐẶT CÁC ẤN PHẨM NHƯ SAU: Tạp chí Toán Tuổi thơ 1: **C169**; Tạp chí Toán Tuổi thơ 2: **C169.1**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 1 năm 2018: **C169.2**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 2 năm 2018: **C169.3**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 1 năm 2017: **C169.4**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 2 năm 2017: **C169.5**.

TÌM NHIỀU LỜI GIẢI CHO MỘT BÀI TOÁN TRÊN TOÁN TUỔI THƠ

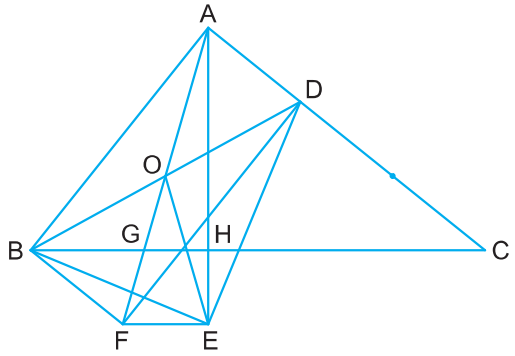
ĐOÀN VĂN TRÚC
GV. THCS Nguyễn Trãi, Mộ Đức, Quảng Ngãi

Bài viết này chúng tôi xin giới thiệu với bạn đọc Toán Tuổi thơ 2 một số lời giải khác của Bài 2(159+160) chuyên mục Thi giải toán qua thư có lời giải đăng trên tạp chí TTT2 số 163.

Bài 2(159+160). Cho tam giác ABC vuông tại A. Kẻ AH vuông góc với BC tại H. Trên tia đối của tia HA lấy điểm E sao cho AH = 3HE. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho AC = 3AD. Tính số đo $\widehat{BED}$.

(Trong bài viết này tác giả đã thay các điểm M, N bởi các điểm D, E).

Cách 1. *Sử dụng định lí "Nếu một tam giác có đường trung tuyến ứng với một cạnh bằng nửa cạnh ấy thì tam giác đó là tam giác vuông".*



Dựng hình chữ nhật ABFD. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AF và BD.

Suy ra OA = OB = OF = OD.

Gọi G là giao điểm của AF và BC.

Theo hệ quả của định lí Thales ta có

$\frac{GF}{GA}=\frac{BF}{AC}=\frac{AD}{AC}=\frac{1}{3}$ (vì BF = AD; AC = 3AD).

Ta lại có AH = 3HE nên $\frac{HE}{HA}=\frac{1}{3}$.

Do đó $\frac{GF}{GA}=\frac{HE}{HA}=\frac{1}{3}$.

Theo định lí Thales đảo thì EF // HG.

Mà AH ⊥ BC nên AE ⊥ EF.

Suy ra $\widehat{AEF}=90^{o}$.

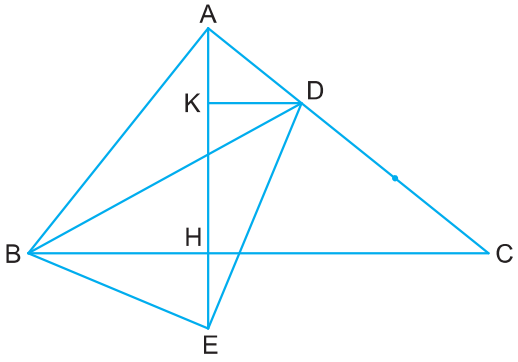
Tam giác AEF vuông tại E có đường trung tuyến EO ứng với cạnh huyền AF nên $EO=\frac{1}{2}AF$.

Mà AF = BD nên $EO=\frac{1}{2}BD$.

Tam giác BED có đường trung tuyến $EO=\frac{1}{2}BD$ nên ΔBED vuông tại E.

Vậy $\widehat{BED}=90^{o}$.

Cách 2. *Sử dụng định lí Pythagoras đảo.*



Qua D kẻ đường thẳng song song với BC cắt AH tại K.

Áp dụng định lí Thales ta có

$\frac{AK}{AH}=\frac{AD}{AC}=\frac{1}{3}\Rightarrow AH=3AK$ (vì AC = 3AD).

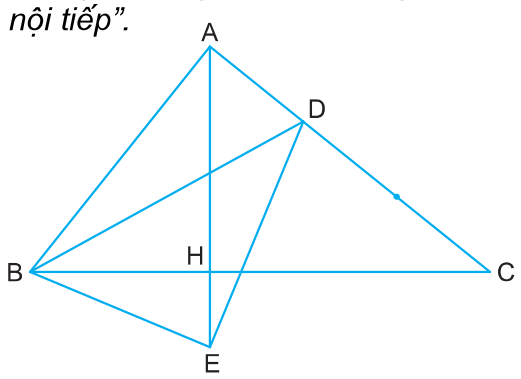
Ta lại có AH = 3HE nên AK = HE.

Do đó KE = AH.

Áp dụng định lí Pythagoras vào các tam giác vuông BHE; DKE; AHB; ADK; ABD ta có

$BE^2 + DE^2 = BH^2 + HE^2 + KE^2 + KD^2$
$= BH^2 + AH^2 + AK^2 + KD^2 = AB^2 + AD^2 = BD^2$.
Theo định lí Pythagoras đảo thì tam giác BED vuông tại E.

Cách 3. *Sử dụng tính chất "Trong một tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau thì tứ giác đó là tứ giác nội tiếp".*



Ta có $\frac{AD}{AC} = \frac{1}{3} = \frac{HE}{HA} \Rightarrow \frac{AD}{HE} = \frac{AC}{HA}$. (1)

Dễ thấy $\Delta AHC \backsim \Delta BHA$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AC}{HA} = \frac{BA}{HB}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{AD}{HE} = \frac{BA}{HB} \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{HE}{HB}$.

Do đó $\Delta ABD \backsim \Delta HBE$ (c.g.c).

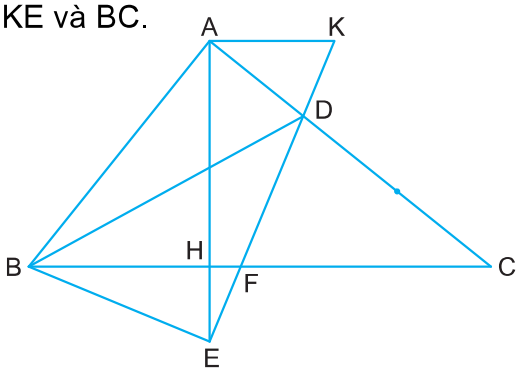
Suy ra $\widehat{ADB} = \widehat{AEB}$.

Từ đó suy ra tứ giác ABED nội tiếp đường tròn.

Do đó $\widehat{BED} = 180^o - \widehat{BAD} = 90^o$.

Cách 4. *Sử dụng tính chất về cạnh và đường cao trong tam giác vuông.*

Qua A kẻ đường thẳng song song với BC cắt đường thẳng DE tại K. Gọi F là giao điểm của KE và BC.



Áp dụng hệ quả của định lí Thales ta có

$\frac{AK}{CF} = \frac{DA}{DC} = \frac{1}{2} \Rightarrow CF = 2AK$ (vì AC = 3AD).

$\frac{HF}{AK} = \frac{EH}{EA} = \frac{1}{4} \Rightarrow AK = 4HF$ (vì AH = 3HE).

Do đó $CF = 8HF \Rightarrow HC = 9HF$.

Áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao trong ΔABC vuông tại A với đường cao AH ta có $AH^2 = HB.HC$.

Ta lại có AH = 3HE và HC = 9HF nên $9HE^2 = 9HB.HF$.

Do đó $HE^2 = HB.HF$.

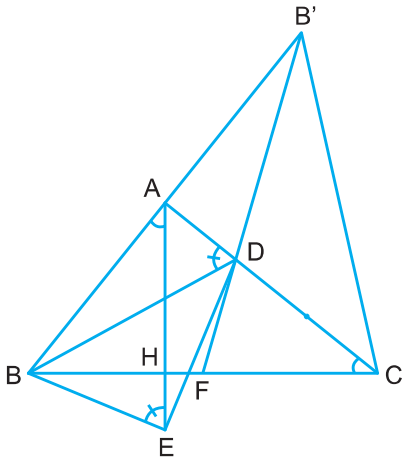
Suy ra $\Delta HBE \backsim \Delta HEF$ (c.g.c).

$\Rightarrow \widehat{BEH} + \widehat{HEF} = \widehat{HFE} + \widehat{HBE}$

$\Rightarrow \widehat{BEF} = \widehat{BEH} + \widehat{HEF} = 90^o$

$\Rightarrow \widehat{BED} = 90^o$.

Cách 5. *Sử dụng tính chất trọng tâm của tam giác.*



Gọi B' là điểm đối xứng với B qua A.

Khi đó A là trung điểm của BB'.

Tam giác BCB' có đường trung tuyến CA, $D \in AC$ và AC = 3AD nên D là trọng tâm của $\Delta BCB'$.

Do đó B'D đi qua trung điểm F của BC, từ đó suy ra $CF = \frac{1}{2}BC$.

Ta lại có AH = 3HE nên $AE = \frac{4}{3}AH$.

Mặt khác AB.AC = AH.BC.

Do đó $AB.\frac{2}{3}AC = \frac{2}{3}AH.BC$

$\Rightarrow AB.CD = \frac{4}{3}AH.\frac{1}{2}BC = AE.CF \Rightarrow \frac{AB}{CF} = \frac{AE}{CD}$.

Mà $\widehat{BAE} = \widehat{FCD}$ (cùng phụ với $\widehat{HAC}$).

$\Rightarrow \Delta BAE \backsim \Delta FCD$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{BEA} = \widehat{FDC}$.

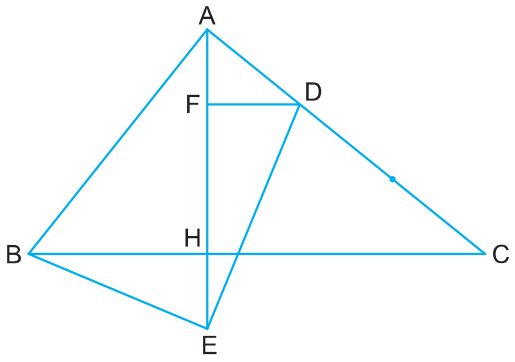
Ta lại có $\widehat{ADB} = \widehat{ADB'} = \widehat{FDC} \Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{BEA}$

Suy ra tứ giác ABED nội tiếp.

Mà $\widehat{BAD} = 90^o$, suy ra $\widehat{BED} = 90^o$.

Cách 6. *Sử dụng tính chất: "Nếu tam giác ABC có các góc A và B nhọn thỏa mãn tanA = cotB thì* $\hat{A} + \hat{B} = 90^o$ *".*

Hạ DF ⊥ AH tại F thì DF // BC.



Áp dụng hệ quả của định lí Thales ta có

$\frac{AF}{AH}=\frac{FD}{HC}=\frac{AD}{AC}=\frac{1}{3}$ (vì AC = 3AD).

Suy ra AH = 3AF và $FD=\frac{1}{3}HC$.

Ta lại có AH = 3HE nên AF = HE.

Do đó FE = AH.

Xét tam giác BHE vuông tại H ta có

$\tan\widehat{BEH}=\frac{HB}{HE}=HB:\frac{AH}{3}=\frac{3HB}{AH}$

$=\frac{3HB}{\sqrt{HB.HC}}=3.\sqrt{\frac{HB}{HC}}$.

Xét tam giác DFE vuông tại F ta có

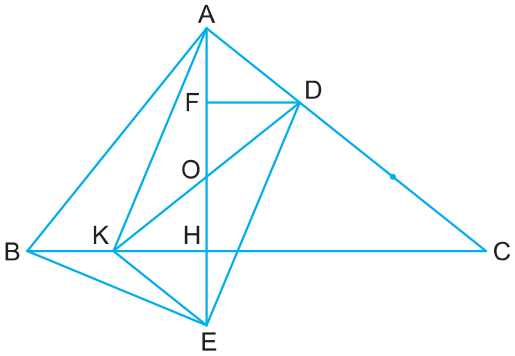
$\cot\widehat{FED}=\frac{FE}{FD}=AH:\frac{HC}{3}=\frac{3AH}{HC}$

$=\frac{3\sqrt{HB.HC}}{HC}=3.\sqrt{\frac{HB}{HC}}$.

Suy ra $\tan\widehat{BEH}=\cot\widehat{FED}$.

Do đó $\widehat{BED}=\widehat{BEH}+\widehat{FED}=90^o$.

Cách 7. Vẽ DF ⊥ AH tại F thì AF = HE (chứng minh trên).



Gọi O là trung điểm của FH. Kéo dài DO cắt BC tại K. Ta có ΔFOD = ΔHOK (g.c.g).

Suy ra OD = OK. (1)

Vì AF = HE và OF = OH nên OA = OE. (2)

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác ADEK là hình bình hành.

Do đó AD // EK và AK // ED.

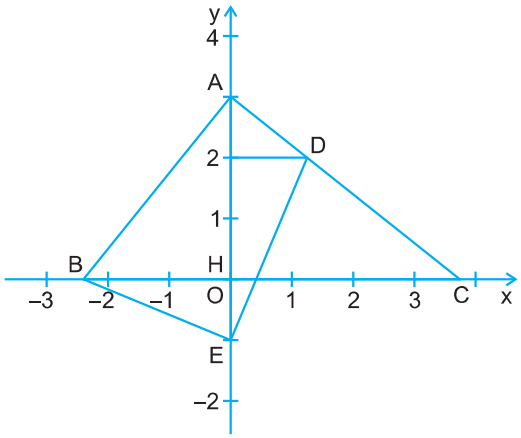
Mà AD ⊥ AB nên EK ⊥ AB.

Trong tam giác ABE có BH ⊥ AE và EK ⊥ AB nên K là trực tâm của tam giác ABE.

Do đó AK ⊥ BE.

Mà AK // ED nên BE ⊥ ED hay $\widehat{BED}=90^o$.

Cách 8. *Sử dụng hệ trục tọa độ.*



Chọn hệ trục tọa độ vuông góc có gốc là H, trục hoành là đường thẳng BC, trục tung là đường thẳng HA (như hình vẽ).

Vì AH = 3HE nên không mất tính tổng quát ta chọn A(0; 3) và E(0; –1). Gọi B(b; 0) (với b < 0).

Khi đó hệ số góc của đường thẳng AB là

$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-3}{b-0}=\frac{-3}{b}$.

Gọi hệ số góc của đường thẳng AC là k.

Vì AC ⊥ AB nên $\frac{-3}{b}.k=-1\Rightarrow k=\frac{b}{3}$.

Do đó phương trình của đường thẳng AC là $y=\frac{b}{3}x+3$, cắt trục hoành tại $C\left(\frac{-9}{b};0\right)$.

Vì AC = 3AD nên theo định lí Thales ta tìm được điểm $D\left(\frac{-3}{b};2\right)$.

Hệ số góc của đường thẳng BE là

$k_1=\frac{-1-0}{0-b}=\frac{1}{b}$.

Hệ số góc của đường thẳng DE là

$k_2=\frac{-1-2}{0-\left(\frac{-3}{b}\right)}=-b$.

Suy ra $k_1k_2=\frac{1}{b}.(-b)=-1$.

Do đó BE ⊥ DE $\Rightarrow\widehat{BED}=90^o$.

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 TP. HỒ CHÍ MINH

Môn: Toán

Năm học 2018-2019

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài 1. *(4.0 điểm)*

Cho x, y là các số thực sao cho $\frac{2}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{2x+y}$. Tính giá trị của biểu thức $\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2}$.

Bài 2. *(3.0 điểm)*

Cho a, b, c là ba số thực sao cho $a+b=c-2$ và $ab=2c^2-3c+1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=a^2+b^2$.

Bài 3. *(3.0 điểm)*

An khởi hành từ Sài Gòn đi Biên Hòa. Sau đó 5 phút, Bình và Cường khởi hành từ Biên Hòa về Sài Gòn. Trên đường đi, An gặp Cường ở địa điểm C rồi gặp Bình ở địa điểm D. Tính vận tốc của mỗi người, biết rằng quãng đường Sài Gòn - Biên Hòa dài 39 km; CD = 6 km. Vận tốc của An bằng 1,5 vận tốc của Bình và bằng $\frac{3}{4}$ vận tốc của Cường.

Bài 4. *(6.0 điểm)*

Cho tam giác ABC cân tại A, nội tiếp đường tròn (O). Từ B kẻ đường thẳng vuông góc với OC, đường thẳng này cắt AC tại D và cắt (O) tại E (E khác B). Cho biết AB = 8 cm và BC = 4 cm, tính độ dài các đoạn thẳng DE, OA và OD.

Bài 5. *(4.0 điểm)*

Hộp phô mai có dạng hình trụ, đường kính đáy 12,2 cm và chiều cao 2,4 cm.

a) Biết rằng 8 miếng phô mai được xếp nằm sát bên trong hộp và độ dày của giấy gói từng miếng không đáng kể. Hỏi thể tích của một miếng phô mai là bao nhiêu?

b) Tính diện tích giấy gói được sử dụng cho một miếng phô mai.

(Ghi kết quả gần đúng chính xác đến 1 chữ số thập phân sau dấu phẩy).



HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TP. HỒ CHÍ MINH

Năm học: 2019 - 2020

Môn thi: Toán

(Đề đăng trên TTT2 số 197+198)

Bài 1. Ta có $a+b+c=1 \Leftrightarrow a+b=1-c$.

Do đó

$A=a^3+b^3+c^3-3(ab+c)(c-1)$

$=(a+b)^3-3ab(a+b)+c^3+3(ab+c)(a+b)$

$=(a+b)^3+c^3+3(a+b)(-ab+ab+c)$

$=(1-c)^3+c^3+3(1-c)c=(1-c+c)^3=1$

Bài 2. a) Điều kiện $x \ge 1$.

Phương trình đã cho tương đương với

$$5\sqrt{x-1}-\sqrt{x+7}=\frac{25(x-1)-(x+7)}{8}$$

$$\Leftrightarrow (5\sqrt{x-1}-\sqrt{x+7})(5\sqrt{x-1}+\sqrt{x+7}-8)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}5\sqrt{x-1}-\sqrt{x+7}=0\\5\sqrt{x-1}+\sqrt{x+7}-8=0\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}5\sqrt{x-1}=\sqrt{x+7} & (1)\\5\sqrt{x-1}+\sqrt{x+7}=8 & (2).\end{array}\right.$$

Giải phương trình (1) và (2), sau đó kết hợp với điều kiện ta được tập nghiệm của phương trình là

$$S=\left\{\frac{4}{3};2\right\}.$$

b) Hệ phương trình đã cho tương đương với

$$\left\{\begin{array}{l}2(x+y-4)-xy=-4\\xy(x+y-4)=-2.\end{array}\right. \quad (1)$$

Đặt $u=x+y-4;\ v=xy$.

Hệ phương trình (1) tương đương

$$\left\{\begin{array}{l}2u-v=-4\\uv=-2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}v=2u+4\\u(2u+4)=-2\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}v=2u+4\\u^2+2u+1=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}v=2u+4\\(u+1)^2=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}v=2\\u=-1.\end{array}\right.$$

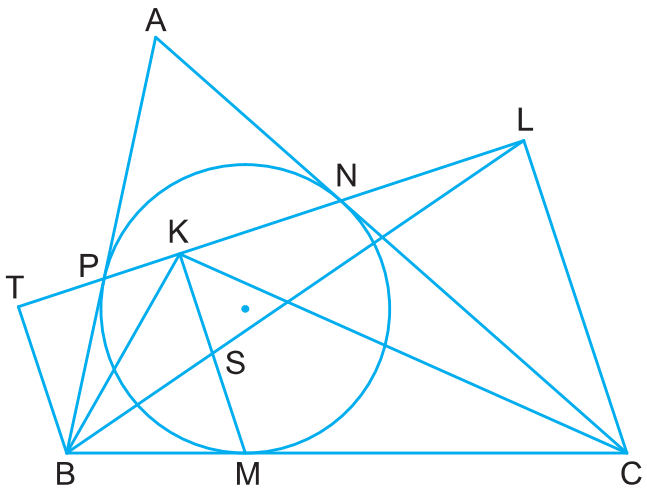
Suy ra

$$\left\{\begin{array}{l}x+y-4=-1\\xy=2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}x+y=3\\xy=2.\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1,\ y=2\\x=2,\ y=1.\end{array}\right.$$

Vậy nghiệm (x, y) của hệ phương trình là (1; 2) và (2; 1).

Bài 3. Vẽ BT ⊥ PN tại T, CL ⊥ PN tại L.

Vì AP = AN nên ΔAPN cân tại A, suy ra $\widehat{APN}=\widehat{ANP}$.



Mà $\widehat{TPB}=\widehat{APN}$, $\widehat{LNC}=\widehat{ANP}$

nên $\widehat{TPB}=\widehat{LNC}$. Vậy ΔTPB ∽ ΔLNC (g.g)

$$\Rightarrow \frac{TB}{LC}=\frac{BP}{CN}\Rightarrow \frac{TB}{LC}=\frac{BM}{CM}$$

(vì BP = BM, CN = CM).

Gọi S là giao điểm của BL và KM.

Ta có BT ⊥ PN, MK ⊥ PN, CL ⊥ PN.

Vậy BT // MK // CL.

$$\Delta BCL \text{ có } MS \parallel CL \Rightarrow \frac{BM}{CM}=\frac{BS}{LS}$$

$$\Delta BTL \text{ có } KS \parallel BT \Rightarrow \frac{BS}{LS}=\frac{TK}{LK}$$

Do đó $\frac{TB}{LC}=\frac{TK}{LK}$.

ΔTBK ∽ ΔLCK (c.g.c) suy ra $\widehat{TKB}=\widehat{LKC}$.

Mà $\widehat{TKB}+\widehat{BKM}=\widehat{LKC}+\widehat{CKM}\ (=90^\circ)$

nên $\widehat{BKM}=\widehat{CKM}$.

Vậy KM là tia phân giác của góc BKC.

Bài 4. a) Vì x, y, z là các số thực thuộc $[0;2]$ nên $x(2-x)\ge 0,\ y(2-y)\ge 0,\ z(2-z)\ge 0.$

Suy ra

$x(2-x)+y(2-y)+z(2-z)\ge 0$

$\Rightarrow x^2+y^2+z^2\le 2(x+y+z).$

Mà $x+y+z=3$ do đó $x^2+y^2+z^2\le 6.$

Đẳng thức xảy ra khi x, y, z $\in$ {0; 2} và $x+y+z=3$ (không tồn tại x, y, z thỏa mãn).

Vậy $x^2+y^2+z^2<6.$

b) Ta có $x,y,z\in[0;2]$

$\Rightarrow (2-x)(2-y)(2-z)\ge 0$ và $xyz\ge 0$

$\Rightarrow (2-x)(2-y)(2-z)+xyz\ge 0$

$\Rightarrow 8-4(x+y+z)+2(xy+yz+zx)\ge 0.$

Vậy $xy+yz+zx\ge 2$.

Do đó

$P=x^3+y^3+z^3-3xyz$

$=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$

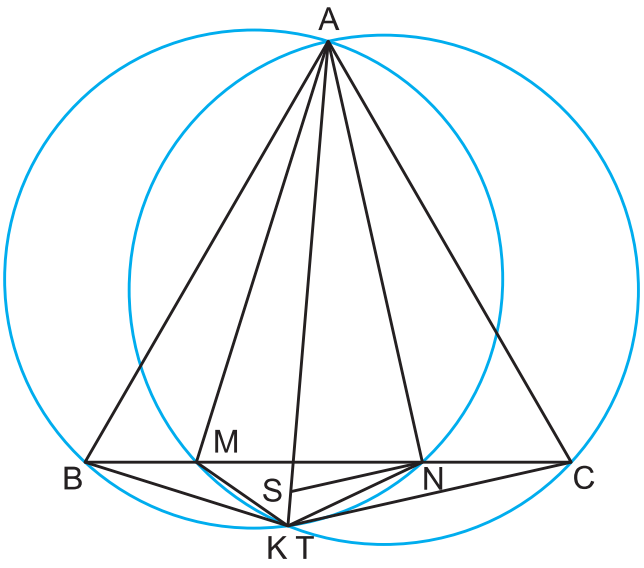
$=(x+y+z)\left[(x+y+z)^2-3(xy+yz+zx)\right]$

$=3\left[3^2-3(xy+yz+zx)\right]\le 3(3^2-3.2)=9.$

Đẳng thức xảy ra khi chẳng hạn $x=0,\ y=1,\ z=2.$

Vậy $P_{max}=9$ khi chẳng hạn $x=0,\ y=1,\ z=2.$

Bài 5.



a) Gọi T là điểm đối xứng với B qua AM. Ta có $\widehat{TAM}=\widehat{BAM}$, $AT=AB=AC$.

Mà $\widehat{TAM}+\widehat{TAN}=\widehat{BAM}+\widehat{CAN}\ (=30^o)$ nên $\widehat{TAN}=\widehat{CAN}$.

Do đó T và C đối xứng với nhau qua AN.

Mà $\widehat{ATM}=\widehat{ABC}=\widehat{ACB}$ suy ra tứ giác ACTM nội tiếp.

Vậy T thuộc đường tròn (ACM).

Mặt khác $\widehat{ATN}=\widehat{ACB}=\widehat{ABC}$ suy ra tứ giác ABTN nội tiếp. Vậy T thuộc đường tròn (ABN). Do đó T trùng với K.

Từ đó suy ra K và C đối xứng nhau qua AN.

b) Ta có

$\widehat{KAN}+\widehat{AMN}=\widehat{KAN}+\widehat{BAM}+\widehat{ABM}$

$=30^o+60^o=90^o$

Gọi S là giao điểm của AK với đường tròn (AMN) (S khác A).

Ta có $\widehat{ASN}=\widehat{AMN}$

$\Leftrightarrow \widehat{KAN}+\widehat{ASN}=\widehat{KAN}+\widehat{AMN}=90^o.$

Suy ra $\widehat{ANS}=90^o\Rightarrow$ AS là đường kính của đường tròn (AMN).

Vậy AK đi qua tâm đường tròn (AMN).

Bài 6. Ta có $7(m+n)^2+2mn$ chia hết cho 225. Mà $7(m+n)^2+2mn=7(m-n)^2+30mn$

Do đó $7(m-n)^2+30mn\ \vdots\ 225$

$\Rightarrow 7(m-n)^2+30mn\ \vdots\ 15.$

Mà $30mn\ \vdots\ 15$ nên $7(m-n)^2\ \vdots\ 15$

$\Rightarrow (m-n)^2\ \vdots\ 15$

$\Rightarrow (m-n)^2\ \vdots\ 3$ và $(m-n)^2\ \vdots\ 5$

$\Rightarrow (m-n)\ \vdots\ 3$ và $(m-n)\ \vdots\ 5$

$\Rightarrow (m-n)^2\ \vdots\ 225.$

Mà $7(m-n)^2+30mn\ \vdots\ 225$ nên $30mn\ \vdots\ 225$

$\Rightarrow m.n\ \vdots\ 15\Rightarrow m.n\ \vdots\ 3$ và $m.n\ \vdots\ 5.$

Ta có $m.n\ \vdots\ 3$ và $(m-n)\ \vdots\ 3.$

Suy ra $m\ \vdots\ 3$ và $n\ \vdots\ 3$

$\Rightarrow m.n\ \vdots\ 9.$

Tương tự có $m.n\ \vdots\ 5$ và $(m-n)\ \vdots\ 5.$

Suy ra $m\ \vdots\ 5$ và $n\ \vdots\ 5.$

Do đó $mn\ \vdots\ 25.$

Mà ƯCLN (9; 25) = 1 và 9.25 = 225.

Do vậy mn chia hết cho 225.

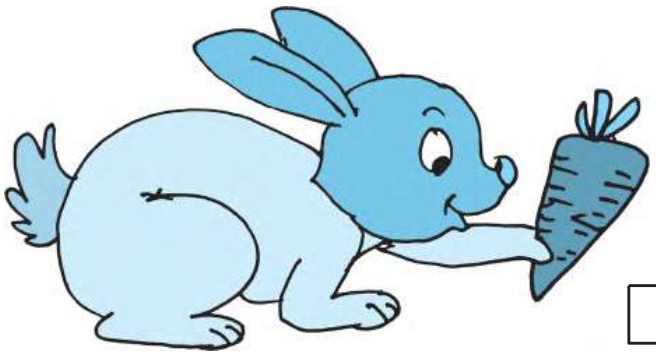


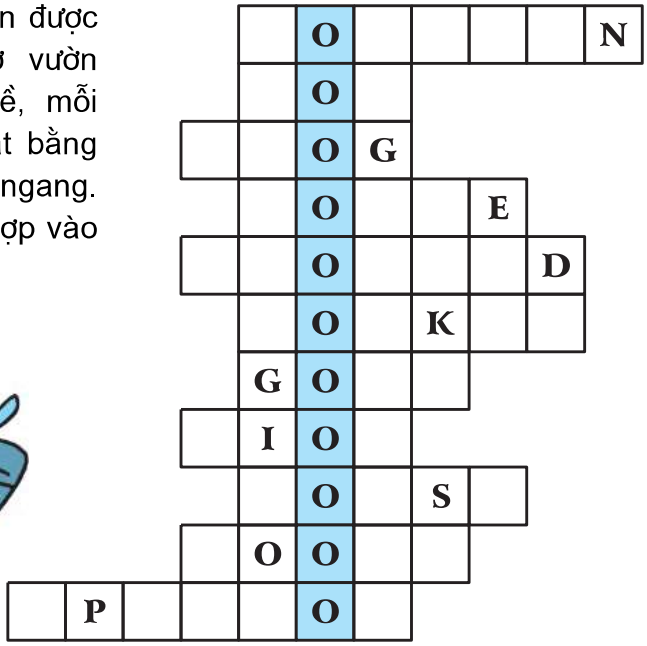
Kì này **Ô chữ**

CÁC LOÀI VẬT QUEN THUỘC

NGUYỄN THỊ MINH THƠM
GV. TH Thanh Lộc, Can Lộc, Hà Tĩnh

Hôm nay có 11 bạn được đi tham quan ở vườn bách thú. Lúc về, mỗi bạn ghi tên một loài vật bằng tiếng Anh ở một hàng ngang. Hãy điền chữ cái thích hợp vào các ô trống để biết tên 11 loài vật nhé!





Kết quả Ô chữ CÁC LOÀI CÂY (TTT2 số 196)

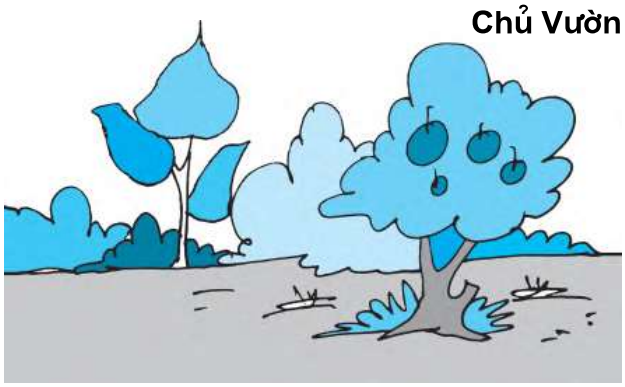
Vào thăm Vườn Anh kì trước, có rất đông các bạn đã nhiệt tình cùng tham gia với Hồng và Hà tìm kiếm các loại cây đang "ẩn trốn" trong ô chữ.

Và đây là kết quả tìm kiếm của chúng ta - các loại cây theo thứ tự các hàng ngang từ trên xuống: CHESTNUT TREE - cây hạt dẻ; BEECH TREE - cây sồi; CACTUS - cây xương rồng; FIG TREE - Cây sung; PEAR TREE - cây lê; COCONUT TREE - cây dừa; PINE TREE - cây thông; MAGNOLIA TREE - cây mộc lan; CHINABERRY - cây xoan; APPLE TREE - cây táo; CHERRY TREE - cây anh đào.

Nhận xét. Cảm ơn các bạn đã tham gia cùng Hồng và Hà. Năm bạn tìm đúng và đủ các loại cây cộng thêm chút may mắn sẽ được nhận quà tặng của Chủ Vườn: *Nguyễn Nhật Minh*, 9A, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Lê Khắc Hưng*, 7A, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Nguyễn Mai Phương*, 8D, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Dương Nguyên Khánh*, 7A3, *Chử Lê Phương Linh*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

Quan tâm gìn giữ, bảo vệ cây xanh là góp phần bảo vệ môi trường các bạn nhé!

Chủ Vườn



ĐỀ THI CÂU LẠC BỘ TTT

NGUYỄN ĐỨC TẤN

Kì 28

CLB1. Given two real numbers a and b such that $\frac{1}{a}-\frac{3}{b}=\frac{-14}{a+3b}$. Find the value of the expression $M=\frac{a^3}{b^3}-\frac{b^3}{a^3}$.

CLB2. Find all the values of a positive interger n such that 2^n-1 and 2^n+1 are all prime numbers.

CLB3. Calculate $A=\left[\frac{n}{2}\right]+\left[\frac{n+1}{2}\right]$.

Where [x] denotes the greatest integer not exceeding x.

CLB4. Let a, b and c be the lengths of the sides of a triangle. Show that

$(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)\le abc$.

CLB5. Given triangle ABC. Line m parallel to BC meets AB, AC at D and E respectively. Let M be the meeting point of BE and CD and AM meets DE at N. Prove that N is the midpoint of DE.

ĐỖ ĐỨC THÀNH *(dịch)*

Kết quả Kì 26 (TTT2 số 196)

CLB1. Đặt $p^2+a^2=b^2\Rightarrow p^2=b^2-a^2$

$=(b-a)(b+a)$. Vì p là số nguyên tố nên $b+a=p^2$ và $b-a=1$.

$\Rightarrow b=\frac{p^2+1}{2}$ và $a=\frac{p^2-1}{2}\Rightarrow 2a=p^2-1$.

Từ đó có $8(p+a+1)=8p+8a+8$

$=8p+4(p^2-1)+8=(2p+2)^2$ là số chính phương.

CLB2. $A=\frac{(2n+1)(n-1)}{(3n+1)(n-1)}=\frac{2n+1}{3n+1}$ (vì $n\ne 1$).

Đặt $d=(2n+1;3n+1)$.

$\Rightarrow 1=[3\times(2n+1)-2\times(3n+1)]:d\Rightarrow d=1$.

Mà $3n+1\ne 1$ (do $n\ne 0$).

Do đó giá trị của A không là số nguyên.

CLB3. Ta có $(x+y)^2\le 2(x^2+y^2)=2.9$

$\Rightarrow -3\sqrt{2}\le x+y\le 3\sqrt{2}$.

Mặt khác $2xy=(x+y)^2-(x^2+y^2)$

$=(x+y)^2-9=(x+y+3)(x+y-3)$.

$\Rightarrow B=\frac{xy}{x+y+3}=\frac{x+y-3}{2}$

$\Rightarrow \frac{-3\sqrt{2}-3}{2}\le B\le \frac{3\sqrt{2}-3}{2}$.

Vậy $B_{min}=\frac{-3\sqrt{2}-3}{2}$ khi $x=y=\frac{-3\sqrt{2}}{2}$.

$B_{max}=\frac{3\sqrt{2}-3}{2}$ khi $x=y=\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

CLB4. Nhận xét: $a^3+b^3+c^3=3abc$ thì $a+b+c=0$ hoặc $a=b=c$.

Ta có

$x^3+64y^3-24xy=-8$

$\Rightarrow x^3+(4y)^3+2^3=3.x.(4y).2$

$\Rightarrow x+4y+2=0$ hoặc $x=4y=2$.

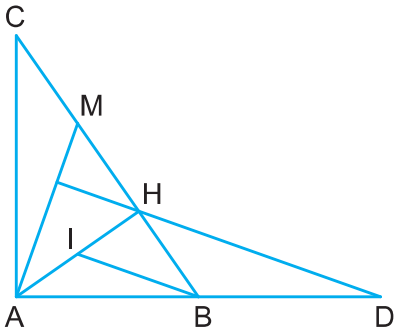
✻ Nếu $x+4y+2=0$ thì $C=\frac{x}{2}+2y=-1$.

✻ Nếu $x=4y=2$ thì $x=2$ và $y=\frac{1}{2}$.

Khi đó $C=\frac{x}{2}+y=2$.

Vậy $C=-1$ hoặc $C=2$.

CLB5.



Gọi I là trung điểm của AH.

Ta có $\Delta ACH\backsim\Delta BAH$ (g.g).

Mà $MC=MH$ và $IA=IH$ nên $\Delta ACM\backsim\Delta BAI$

$\Rightarrow \widehat{CAM}=\widehat{ABI}$.

Vì BI là đường trung bình của ΔAHD nên IB // HD, suy ra $\widehat{ABI}=\hat{D}$.

Mặt khác $\widehat{CAM}+\widehat{MAD}=90^o$.

Suy ra $\hat{D}+\widehat{MAD}=90^o\Rightarrow DH\perp AM$.

Nhận xét. Kì này không bạn nào có lời giải đúng, phần thưởng xin gác lại kì sau.

THIỀU QUANG TÙNG

Thì thầm... Thì thầm thôi...

Tuổi hồng... xin cứ tuổi hồng
Chuyện gì quá sớm... xin không trả lời



Hỏi: Cách mạng Tháng Mười thành công vào ngày 7 tháng 11 năm 1917 nhưng tại sao lại gọi là Cách mạng Tháng Mười anh ơi!

TRẦN MINH N.

(Lớp 7A3, THCS Thị trấn Kỳ Sơn, Hòa Bình)

Đáp:

Lê Nin lãnh đạo tài tình
Cách mạng thắng lợi, quang vinh tuyệt vời
Tháng Mười là đúng em ơi!
Ngày hai lăm (25) của tháng mười (10) lịch xưa.



Hỏi: Chúng em đang cãi nhau về "giễu" và "diễu" có nghĩa khác nhau không? Bất phân thắng bại anh ơi!

LÊ HỒNG N.

(Lớp 9B, THCS Cao Xuân Huy, Diễn Châu, Nghệ An)

Đáp:

Giễu là châm chọc, vui đùa
Chế giễu, giễu cợt nên vừa vừa thôi
Diễu là phô diễn ra rồi
Diễu hành, diễu võ đứng ngồi cùng xem.

Hỏi: Đáp số có nghĩa là gì ạ?

NGUYỄN THỊ B.

(Lớp 6/5, THCS Nguyễn Khuyến, Đà Nẵng)

Đáp:

Dùng nhiều nhiều đến là quen
Giật mình câu hỏi của em... ngỡ ngàng
Trả lời bằng số rõ ràng
Gọi là đáp số, "cô nàng" ưng không?



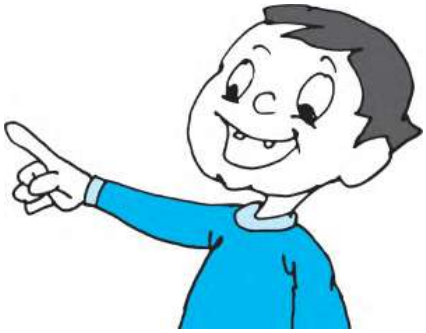
Hỏi: Em hay nghe nói đến "truyền thông" mà chưa hiểu lắm... Anh có thể nói ngắn gọn cho em hiểu được không?

DƯƠNG VĂN Q.

(Lớp 7A6, THCS Thốt Nốt, Cần Thơ)

Đáp:

Thông tin nghĩa ở chữ "thông"
Truyền là nhắn gửi cộng đồng hoặc ai
Qua thư, qua nói, báo đài
Nhận tin phân biệt đúng sai là mình.



ANH PHÓ GỠ XƯA



CÁC LỚP 6 & 7

Bài 1(199). Tính:

$$M=\frac{20182018\times 2017}{2^5\times 3^3\times 7\times 673}\times\frac{2017\times 2018-2}{2018\times 20172017}.$$

PHẠM TUẤN KHẢI
(Hà Nội)

Bài 2(199). Tìm các số thực x, y thỏa mãn $2019|x-1|+2020|y-2|+2021|y-3|+2022|y-4|=4042$.

NGUYỄN ĐỨC TẤN
(TP. Hồ Chí Minh)

Bài 3(199). Tính tổng tất cả các số tự nhiên có hai chữ số, không chia hết cho 5 và không chia hết cho 9.

LẠI QUANG THỌ
(Phòng GD - ĐT Tam Dương, Vĩnh Phúc)

Bài 4(199). Tìm số nguyên tố có hai chữ số, biết rằng nếu viết các chữ số của số đó theo thứ tự ngược lại ta cũng được một số nguyên tố và tổng của hai số này là một số có hai chữ số.

VŨ THẾ THÁM
(GV. THCS Vĩnh Tuy, Bằng Giang, Hải Dương)

SOLVE VIA MALL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Thanh Do Duc

1(199). Calculate:

$$M=\frac{20182018\times 2017}{2^5\times 3^3\times 7\times 673}\times\frac{2017\times 2018-2}{2018\times 20172017}.$$

2(199). Find the two real numbers x and y such that

$2019|x-1|+2020|y-2|+2021|y-3|+2022|y-4|=4042$.

3(199). Find the sum of all the natural 2-digit numbers that are not divisible by both 5 and 9.

4(199). Find the prime 2-digit number such that if its digits are interchanged, the prime 2-digit number becomes another prime 2-digit number and the sum of the two prime 2-digit numbers is also a 2-digit number.



CÁC LỚP THCS

Bài 5(199). Tìm tất cả các số chính phương sao cho nếu đổi chỗ chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị của số đó thì ta được một số chính phương khác số ban đầu.

HOÀNG NGỌC MINH

(GV. THPT chuyên Khoa học Tự nhiên, Hà Nội)

Bài 6(199). Giải phương trình

$$\frac{1}{\sqrt{x+3}}+\frac{1}{\sqrt{3x+1}}=\frac{2}{1+\sqrt{x}}.$$

ĐOÀN CÁT NHƠN

(GV. THCS Bình Định, TX. An Nhơn, Bình Định)

Bài 7(199). Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $0 \le x, y, z \le 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\sqrt{\frac{x}{1+yz}}+\sqrt{\frac{y}{1+xz}}+\frac{z}{2+2xy}$.

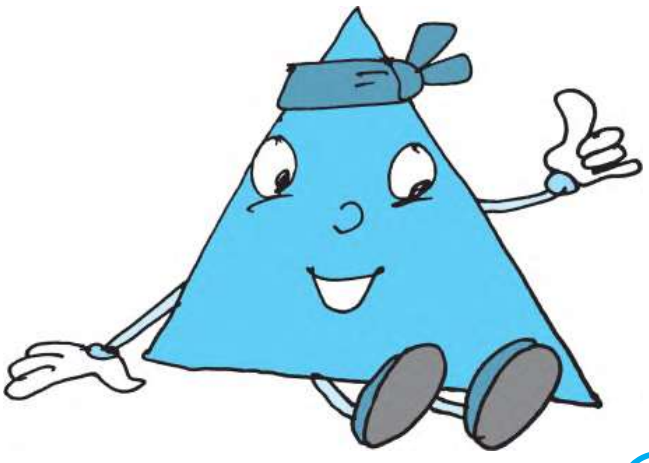
NGUYỄN VĂN NHO

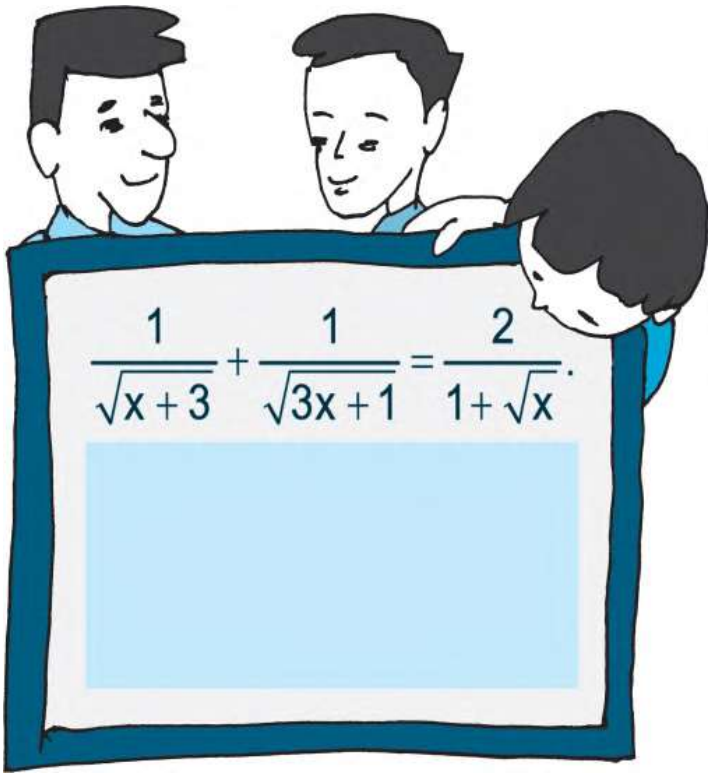
(GV. THPT Nguyễn Duy Trinh, Nghi Lộc, Nghệ An)

Bài 8(199). Cho tam giác nhọn ABC với hai đường cao BD và CE cắt nhau tại H. Gọi M, N thứ tự là trung điểm của BC, DE. Chứng minh rằng $\frac{2MN}{AH}=\frac{BC}{DE}-\frac{DE}{BC}$.

THÁI NHẬT PHƯỢNG

(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)





SOLVE VIA MALL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Thanh Do Duc

5(199). Find all the square numbers such that if their ten-place digit and unit digit are interchanged, then, they become other perfect squares.

6(199). Solve the following equation

$$\frac{1}{\sqrt{x+3}}+\frac{1}{\sqrt{3x+1}}=\frac{2}{1+\sqrt{x}}.$$

7(199). Given 3 real numbers x, y and z such that $0 \le x, y, z \le 1$.

Find the maximum value of the expression:

$$P=\sqrt{\frac{x}{1+yz}}+\sqrt{\frac{y}{1+xz}}+\frac{z}{2+2xy}.$$
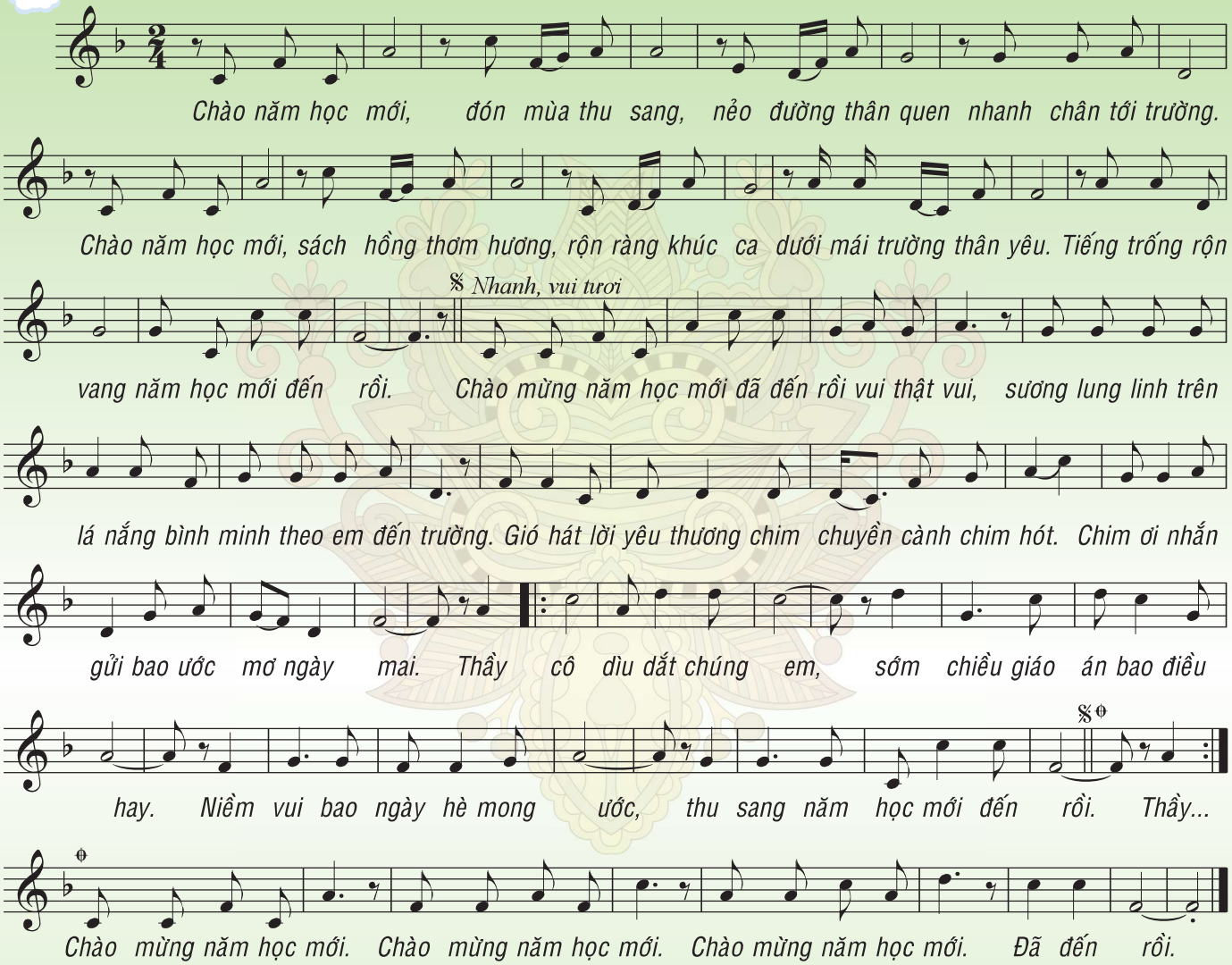
8(199). Given acute triangle ABC with BD and CE being the two altitudes meeting each other at H. Let M and N be the midpoints of BC and DE respectively.

Show that: $\frac{2MN}{AH}=\frac{BC}{DE}-\frac{DE}{BC}$.

CHÀO NĂM HỌC MỚI

Chậm vừa

Nhạc và lời: Lê Anh Hà





Thầy giáo Lê Anh Hà, sinh ngày 02 tháng 9 năm 1978, giáo viên Âm nhạc trường THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, Nghệ An, là hội viên Ban Âm nhạc Hội VHNT tỉnh Nghệ An. Gắn bó gần 20 năm trong ngành giáo dục, ngoài việc dạy học, thầy luôn trăn trở tạo ra những sân chơi nhằm góp phần giáo dục toàn diện bằng cách tạo ra các câu lạc bộ Nghệ thuật để cho học sinh tham gia trải nghiệm. Thầy đã viết nên nhiều ca khúc dành cho lứa tuổi học trò và được nhiều nhà trường trong cả nước đón nhận dàn dựng và biểu diễn như: *Lớp 6 là chúng em, Lớp 1 chúng em vui hát, Tự khúc sân trường, Trang sách hồng em yêu, Chợ Tết trường em, ...* đặc biệt là ca khúc *Chào năm học mới* được phổ biến rộng rãi, được đông đảo học sinh và các trường trong cả nước yêu thích. Nhân dịp bước vào năm học mới, xin giới thiệu bài hát *Chào năm học mới* cùng các em.

Dành cho giáo viên, phụ huynh và trẻ em từ 12 tuổi đến dưới 16 tuổi.
Giấy phép xuất bản: số 31/GP-BVHTT, cấp ngày 23/1/2003 của Bộ Văn hóa và Thông tin.
Mã số: 8BTT199M19. **In tại:** Công ty cổ phần in Công Đoàn Việt Nam, 167 Tây Sơn, Đống Đa, Hà Nội. In xong và nộp lưu chiểu tháng 10 năm 2019.

Giá: 10 000 đồng