NĂM THỨ
HAI MƯƠI
ISSN 1859-2740

Toán tuổi thơ 2

1/9
197 + 198
NĂM HỌC 2019 - 2020

TRUNG HỌC CƠ SỞ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO



CHÚC THẦY CÔ VÀ CÁC BẠN HỌC SINH MỘT NĂM HỌC THÀNH CÔNG!

Thực hành

TÂM LÝ HỌC ĐƯỜNG



Mục tiêu bộ sách nhằm **phát triển năng lực** đồng thời **tăng cảm xúc tích cực**, qua đó **hình thành kĩ năng sống** và giúp học sinh **tự tin giải quyết tình huống** trong cuộc sống.



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

CÔNG TY CỔ PHẦN ĐẦU TƯ & PHÁT TRIỂN GIÁO DỤC PHƯƠNG NAM

PHUONG NAM EDUCATION INVESTMENT AND DEVELOPMENT JSC

Địa chỉ: 231 Nguyễn Văn Cừ, Quận 5, TP. HCM • Tel: (028) 73 035 556 • Fax: (028) 38 305 002

Website: phuongnam.edu.vn

Toán tuổi thơ 2 TRUNG HỌC CƠ SỞ

Children's Fun Maths Journal

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HỘI ĐỒNG BIÊN TẬP

Phó Tổng biên tập NXBGD Việt Nam:
TS. TRẦN QUANG VINH
Phó Tổng biên tập phụ trách tạp chí:
ThS. NGUYỄN NGỌC HÂN
Phó Tổng biên tập tạp chí:
TRẦN THỊ KIM CƯƠNG

ỦY VIÊN

NGND. VŨ HỮU BÌNH
TS. NGUYỄN MINH ĐỨC
ThS. ĐẶNG HIỆP GIANG
TS. NGUYỄN MINH HÀ
PGS. TS. VŨ ĐÌNH HÒA
ThS. TRẦN QUANG HÙNG
TS. LÊ THỐNG NHẤT
PGS. TS. TẠ DUY PHƯỢNG
ThS. PHẠM ĐỨC TÀI
NGND. PGS. TS. TÔN THÂN
PGS. TS. LÊ ANH VINH

TÒA SOẠN

Tầng 2, nhà A, số 187B Giảng Võ, phường Cát Linh, quận Đống Đa, Hà Nội
Điện thoại: 024.35682701 - Fax: 024.35682702
Email (Ban biên tập): bbttoantuoitho@gmail.com
Email (Trị sự - Phát hành): tapchitoantuoitho@gmail.com
Website: http://www.toantuoitho.vn

ĐỐI TÁC ĐẠI DIỆN PHÍA NAM

Công ty cổ phần Đầu tư và Phát triển Giáo dục Phương Nam
231 Nguyễn Văn Cừ, Q.5, TP. Hồ Chí Minh
ĐT: 028.73035556, Email: thitruong@phuongnam.edu.vn

Trị sự - Phát hành:
TRỊNH THỊ TUYẾT TRANG,
NGUYỄN THỊ HUYỀN THANH, NGUYỄN THỊ HẢI ANH
Biên tập - Chế bản: **VŨ THỊ MAI, ĐỖ TRUNG KIÊN**
Mĩ thuật: **TRẦN NGỌC TRƯỜNG**

CHỊU TRÁCH NHIỆM XUẤT BẢN

Chủ tịch Hội đồng Thành viên NXBGD Việt Nam:
NGUYỄN ĐỨC THÁI
Tổng Giám đốc NXBGD Việt Nam:
HOÀNG LÊ BÁCH
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NXBGD Việt Nam:
PHAN XUÂN THÀNH

TRONG SỐ NÀY

Bài phát biểu tại Lễ khai mạc của Trưởng ban tổ chức cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc 2019 Tr 8

Bài phát biểu tại Lễ bế mạc của Trưởng ban tổ chức cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc 2019 Tr 10

Thư cảm ơn Tr 11

Cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc 2019

Đề thi cá nhân bậc THCS Tr 12

Đề thi vòng 1 (Tiếp sức Toán) Tr 14

Đề thi vòng 2 (Du lịch Toán học) Tr 15

Kết quả cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc 2019 - THCS Tr 16

Lời giải chi tiết đề thi cá nhân THCS Tr 20

Vào thăm Vườn Anh Tr 23

Ô chữ Các loại nhạc cụ

Nguyễn Thị Như Ý

Rừng Cười Tr 24

Công gì?

Vua Tếu

Giải toán thế nào? Tr 25

Một bài toán về tỉ số hai đoạn thẳng có nhiều cách giải

Phan Duy Nghĩa

Compa vui tính Tr 28

Tam giác cân đặc biệt

Phạm Tuấn Khải

Đo trí thông minh Tr 29

Thiếu hình nào?

Đỗ Thị Thúy Ngọc

Nhìn ra thế giới Tr 30
Đề thi IMC 2019 - Lớp 6
Võ Quốc Bá Cẩn
Kết quả Thi giải toán qua thư Tr 32
Đề thi các nước Tr 39
Australia Mathematics Competition 2018
Intermediate Division
Đỗ Trung Kiên
Eureka!
Sử dụng yếu tố bất biến để giải một số bài toán số học Tr 42
Ngô Thượng Thủy
Cách vẽ hình và lời giải bài hình học trong kì thi IMO 2019 Tr 44
Nguyễn Bá Đang
Lịch sử Toán học Tr 45
Một số bài toán về luyện vàng bạc trong hai cuốn sách toán cổ của Việt Nam
Tạ Duy Phượng, Phạm Vũ Lộc, Đoàn Thị Lệ, Cung Thị Kim Thành, Phan Thị Ánh Tuyết
Học ra sao? Tr 47
Sử dụng tính chẵn lẻ để giải một số bài toán số học
Nguyễn Ngọc Hùng
Chữ và chữ số Tr 49
Kì 43
Phượng Vỹ





Phá án cùng thám tử Sê-Lốc-Cốc Tr 50
Ai làm vỡ lọ hoa?
Trần Phương Nam
Sai ở đâu? Sửa cho đúng Tr 52
Lời giải đã đúng chưa?
Chu Tuấn
Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT chuyên TP. Hồ Chí Minh năm học 2019 - 2020 Tr 53
Hướng dẫn giải Đề thử sức trước kì thi THPT chuyên năm học 2019 - 2020 Tr 54
Dành cho các nhà toán học nhỏ Tr 56
Một số kĩ thuật tách số khi sử dụng bất đẳng thức AM-GM để giải toán cực trị
Mai Văn Năm
Thách đấu Tr 59
Trận đấu thứ một trăm sáu mươi tư
Nguyễn Minh Hà
Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ Tr 60
Đề thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ - Kì 27
Thái Nhật Phượng
Giải toán học Anh Tr 61
Problem 6(197+198)
Đỗ Đức Thành
Thì thầm... Thì thầm thôi... Tr 62
Anh Phó Gõ xưa
Thi giải toán qua thư Tr 63

LỄ KHAI MẠC
CUỘC THI CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ TOÀN QUỐC 2019



Ông Nguyễn Đức Thái,
Chủ tịch Hội đồng Thành viên NXBGD Việt Nam



Bà Lê Thị Bích Thuận,
Giám đốc Sở Giáo dục - Đào tạo TP. Đà Nẵng



Ông Nguyễn Ngọc Hân, Trưởng Ban tổ chức
cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc 2019



Ông Trương Quang Luyến, Tổng Giám đốc
Công ty cổ phần Văn phòng phẩm Hồng Hà



Tiết mục văn nghệ chào mừng các đoàn về dự thi



Các đại biểu dự Lễ khai mạc

LỄ KHAI MẠC CUỘC THI CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ TOÀN QUỐC 2019



Các đoàn diễu hành qua sân khấu



Ban tổ chức tặng Kỉ niệm chương cho đơn vị đăng cai



Đại diện nhà tài trợ chính nhận Kỉ niệm chương của Ban tổ chức



Ban tổ chức tặng Kỉ niệm chương cho Hiệu trưởng trường THCS - THPT Nguyễn Khuyến



Các đoàn tham dự nhận cờ lưu niệm



Ban tổ chức trao thưởng cuộc thi Giải toán qua thư năm học 2018 - 2019

PHẦN THI CÁ NHÂN VÀ TIẾP SỨC TOÁN



Các thí sinh tại sân trường THCS - THPT Nguyễn Khuyến



Các vị đại biểu, Trưởng đoàn, Lãnh đội, Giám khảo, Giám thị



Các thí sinh hồi hộp chờ đến phần thi cá nhân



Các thí sinh đang làm bài thi cá nhân



Các thí sinh háo hức chờ đến phần thi Tiếp sức Toán



Phần thi Tiếp sức Toán đầy căng thẳng





Chúng tớ hoàn thành phần thi Tiếp sức Toán rồi nhé!

PHẦN THI DU LỊCH TOÁN HỌC



Trưởng ban tổ chức phổ biến quy chế thi phần thi Du lịch Toán học



Phần thi sôi động nhất của cuộc thi



Cả đội cùng trao đổi để tìm kết quả của bài toán



Niềm vui của cả đội khi đã hoàn thành 6 bài toán

LỄ BẾ MẠC CUỘC THI CÂU LẠC BỘ TTT TOÀN QUỐC 2019



Văn nghệ mừng thành công cuộc thi
Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc 2019



Trao giải phần thi cá nhân





Trao giải phần thi Tiếp sức Toán và Du lịch Toán học



Trao giải cho sáu thí sinh
giải đúng liên tiếp nhiều câu nhất tính từ câu 1



Trao giải cho các thí sinh
đạt điểm cao nhất

BÀI PHÁT BIỂU TẠI LỄ KHAI MẠC CỦA TRƯỞNG BAN TỔ CHỨC

CUỘC THI CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ TOÀN QUỐC 2019

Kính thưa các vị đại biểu, các vị khách quý, các vị trưởng đoàn, lãnh đội, các em học sinh, các bậc phụ huynh và các phóng viên báo, đài.

Kính thưa quý vị, tờ Đặc san Toán Tuổi thơ ra mắt độc giả năm 2000. Năm 2002, tạp chí Toán Tuổi thơ chính thức được thành lập và đã nhanh chóng trở thành tờ tạp chí được các thầy cô giáo, các em học sinh ở Tiểu học và Trung học cơ sở yêu mến.

Từ năm 2005 đến năm 2014, Tạp chí đã phối hợp với các Sở Giáo dục và Đào tạo tổ chức được 3 lần Giao lưu Toán Tuổi thơ (tại Nam Định, Quảng Ninh, Hải Phòng), 7 lần Olympic Toán Tuổi thơ toàn quốc (tại Hà Nội, Thừa Thiên - Huế, Long An, Lào Cai, Cà Mau, Vĩnh Phúc và Đắk Lắk). Chúng tôi tự hào vì đã tạo ra một sân chơi trí tuệ, lành mạnh, bổ ích cho các em học sinh và các thầy cô giáo.

Từ năm học 2015 - 2016, tạp chí Toán Tuổi thơ phối hợp với các Sở Giáo dục và Đào tạo tổ chức Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ trong các nhà trường để tạo phong trào dạy và học toán bằng tiếng Anh. Nhiều địa phương đã tổ chức Cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ cấp huyện và cấp tỉnh. Năm 2016, có 24 tỉnh, thành trong cả nước tham dự Cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc tại thủ đô Hà Nội. Năm 2017, Cuộc thi được tổ chức tại Trà Vinh, một tỉnh ở miền Nam với 24 tỉnh thành từ ba miền Bắc, Trung, Nam tham dự. Có 20 tỉnh, thành cử đoàn tham dự Cuộc thi năm 2018 tại Lào Cai, một tỉnh miền núi phía Bắc. Cuộc thi đã để lại ấn tượng tốt đẹp với các em học sinh, các thầy cô giáo và các bậc phụ huynh.

Tiếp nối thành công đó, năm nay Cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc được tổ chức tại TP. Đà Nẵng, thành phố xinh đẹp ở miền Trung, một địa danh có nhiều phong cảnh hữu tình, các khu du lịch nổi tiếng, bãi biển trải dài với cát trắng và biển xanh, đúng vào dịp Đà Nẵng tổ chức cuộc thi bắn pháo hoa quốc tế. Thành phố Đà Nẵng có những con người mến khách, có ngành giáo dục phát triển và được sự quan tâm đặc biệt của chính quyền địa phương, các câu lạc bộ môn học em yêu thích được khuyến khích tổ chức, trong đó có câu lạc bộ toán.

Năm nay có 348 thí sinh từ 28 tỉnh thành với 58 đội trong cả nước cùng tham dự, đó là Bắc Giang, Bắc Ninh, Đà Nẵng, Đắk Nông, Đồng Nai, Hà Nam, Hà Nội, Hà Tĩnh, Hải Dương, Hòa Bình, Hưng Yên, Kiên Giang, Lào Cai, Lạng Sơn, Nam Định, Ninh Bình, Phú Thọ, Phú Yên, Quảng Ngãi, TP. Hồ Chí Minh, Sơn La, Thái Bình, Tuyên

Quang, Thanh Hóa, Thừa Thiên - Huế, Trà Vinh, Vĩnh Phúc, Yên Bái. Rất nhiều tỉnh, thành đã tổ chức các kì thi toán cấp huyện, cấp tỉnh theo mô hình tổ chức của Olympic Toán Tuổi thơ và Cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc. Tạp chí Toán Tuổi thơ tự hào vì đã tạo ra một sân chơi trí tuệ, lành mạnh, bổ ích cho các em học sinh và các thầy cô giáo. Tính đến nay đã có 60/63 tỉnh, thành tham dự các cuộc thi toàn quốc do Toán Tuổi thơ tổ chức, điều đó cho thấy sức hấp dẫn và uy tín của cuộc thi.

Cuộc thi năm nay cả ở Tiểu học và Trung học cơ sở đều diễn ra các phần thi: Cá nhân, Tiếp sức Toán và Du lịch Toán học. Đề thi phần thi cá nhân là toán bằng tiếng Việt. Đề thi ở phần thi Tiếp sức Toán và Du lịch Toán học là toán bằng tiếng Anh, các thí sinh không sử dụng máy tính bỏ túi khi làm bài.

- Ở phần thi cá nhân: Các thầy cô là lãnh đội tham gia gửi đề dự tuyển cùng các chuyên gia. Ban tổ chức sẽ tuyển chọn 60 bài toán mỗi cấp học để các chuyên gia và các lãnh đội chọn ra đề thi chính thức gồm có 12 bài trắc nghiệm và 3 bài tự luận. Thời gian làm bài là 60 phút.

- Trong phần thi Tiếp sức Toán: Các em học sinh trong các đội được tham gia lần lượt giải 6 bài toán trong thời gian không quá 30 phút giống như chạy tiếp sức. Ba đội giải bài nhanh nhất mỗi cấp học được cộng thêm 1 điểm.

- Mỗi cấp học có 12 đội xuất sắc nhất trong phần thi Tiếp sức Toán được tham gia phần thi Du lịch Toán học. Ở phần thi này cả đội cần thể hiện khả năng hợp tác nhóm để cùng giải từng bài toán cho đến khi tìm ra kết quả đúng của bài đó thì mới có tấm vé đến du lịch ở thành phố tiếp theo. Sẽ thật tuyệt vời nếu cả đội được đi du lịch ở cả 6 thành phố.

Hi vọng cùng với việc được gặp gỡ, học hỏi qua cách thi mới lạ, hấp dẫn, các bạn học sinh đến từ 28 tỉnh, thành trong cả nước sẽ được khẳng định mình và học hỏi để cùng tiến bộ. Các bạn học sinh ở miền Bắc và miền Nam được tham quan các danh lam thắng cảnh tại thành phố Đà Nẵng tươi đẹp, được trải nghiệm ở lễ hội bắn pháo hoa rực rỡ. Đó thực sự là một trải nghiệm bổ ích trong cuộc đời các bạn học sinh.

Thay mặt ban lãnh đạo tạp chí Toán Tuổi thơ, tôi xin cảm ơn lãnh đạo Bộ Giáo dục và Đào tạo, NXBGD Việt Nam, UBND TP. Đà Nẵng, Sở GD - ĐT TP. Đà Nẵng, trường THCS - THPT Nguyễn Khuyến đã ủng hộ giúp đỡ cho Cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc 2019, xin cảm ơn Công ty cổ phần Văn phòng phẩm Hồng Hà - nhà tài trợ chính đã liên tục tài trợ cho Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc trong nhiều năm qua, cảm ơn các nhà tài trợ. Xin cảm ơn các cơ quan thông tấn báo chí đã đến dự và đưa tin.

Xin chúc sức khỏe các vị đại biểu, chúc các bạn học sinh đạt được thành tích cao.

BÀI PHÁT BIỂU TẠI LỄ BẾ MẠC CỦA TRƯỞNG BAN TỔ CHỨC

CUỘC THI CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ TOÀN QUỐC 2019

Kính thưa các vị đại biểu, các vị khách quý, các vị trưởng đoàn, lãnh đội, các em học sinh, các bậc phụ huynh và các phóng viên báo, đài.

Những ngày qua, tại thành phố Đà Nẵng xinh đẹp và mến khách, 348 em học sinh đến từ 28 tỉnh, thành trong cả nước với 33 đội Tiểu học và 25 đội Trung học cơ sở đã tụ hội về đây để tham dự một hoạt động thường niên, Cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc mà các em đã mong chờ. Tham gia cuộc thi, các em học sinh được khẳng định mình, được giao lưu, học hỏi và tham gia các phần thi mới lạ với đề thi toán tiếng Việt và toán tiếng Anh, đề dự tuyển được các chuyên gia, các đoàn tham dự đóng góp với chất lượng rất cao. Các chuyên gia cùng các thầy cô giáo lãnh đội đã làm việc miệt mài để chọn ra đề thi cá nhân gồm 15 câu cho mỗi cấp học trong đó có 12 câu chỉ ghi đáp số và 3 câu tự luận. Đề thi cá nhân được đánh giá là hay, có nhiều dạng toán khác nhau và có tính phân loại tốt. Năm nay phần thi cá nhân có sự đổi mới so với năm trước, đề thi là toán tiếng Việt với nhiều câu tự luận hơn và thời gian làm bài nhiều hơn. Điều này cũng giúp phát hiện ra các em học sinh có năng khiếu toán học. Phần thi Tiếp sức Toán và Du lịch Toán học diễn ra thật sự sôi động ngoài sân trường trước sự chứng kiến của các thầy cô giáo, các bậc phụ huynh. Phần thi này giúp các em học sinh phát huy khả năng hợp tác nhóm để giải các bài toán hay và khó. Đề thi toán bằng tiếng Anh, chỉ ghi đáp số. Trong phần thi Du lịch Toán học có một số bài toán khá khó và dài, tuy nhiên cả ở Tiểu học và Trung học cơ sở đều có 3 đội làm bài xong trước thời gian để kết thúc phần thi này. Phần thi Du lịch Toán học diễn ra sôi động tại sân trường đã để lại ấn tượng tuyệt vời với các thầy cô giáo, các em học sinh, các vị phụ huynh và các phóng viên báo đài.

Sự thành công của cuộc thi là kết quả của công tác chuẩn bị hết sức nghiêm túc, tỉ mỉ, và sự tham gia nhiệt tình, chăm lo chu đáo cho các em học sinh của các trưởng đoàn, lãnh đội, các vị phụ huynh, là sự nhiệt tình chu đáo và mến khách của đơn vị đăng cai, sự đồng hành với tất cả các hoạt động của tạp chí Toán Tuổi thơ của nhà tài trợ chính Công ty Cổ phần Văn phòng phẩm Hồng Hà.

Thành công lớn nhất của cuộc thi là khơi dậy phong trào dạy và học toán trong các nhà trường, đặc biệt là dạy toán bằng tiếng Anh. Thay mặt Ban tổ chức tôi xin cảm ơn Bộ Giáo dục và Đào tạo, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, UBND thành phố Đà Nẵng, Sở Giáo dục và Đào tạo Đà Nẵng, Ban lãnh đạo và cán bộ công nhân viên trường THCS - THPT Nguyễn Khuyến, cảm ơn 60 bạn tình nguyện viên đã nhiệt tình giúp đỡ Ban tổ chức. Đặc biệt xin cảm ơn Công ty Cổ phần Văn phòng phẩm Hồng Hà, nhà tài trợ chính luôn đồng hành với các cuộc thi do Toán Tuổi thơ tổ chức, cảm ơn các nhà tài trợ. Cảm ơn các phóng viên VTV, các cơ quan báo chí truyền thông ở trung ương và địa phương đã đến dự và đưa tin. Cảm ơn các Sở Giáo dục và Đào tạo của 28 tỉnh thành đã cử đoàn tham dự. Tất cả đã chung tay làm nên cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc có nhiều ý nghĩa và trở thành cuộc thi uy tín được tổ chức thường niên.

Dù kết quả cuộc thi như thế nào, Ban tổ chức cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc 2019 tin rằng các quý vị đại biểu, các em học sinh và các thầy cô giáo luôn nhớ về những ngày đầu tháng 6 tại thành phố Đà Nẵng xinh đẹp và mến khách với Lễ hội bắn pháo hoa quốc tế rực rỡ. Thời gian diễn ra cuộc thi tuy ngắn ngủi nhưng có đủ mọi cung bậc cảm xúc hồi hộp có, hạnh phúc có, có lúc vui buồn đan xen.

Cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc năm nay, phần thi cá nhân cấp Tiểu học thí sinh đạt điểm cao nhất là 97 điểm, bậc Trung học cơ sở thí sinh đạt điểm cao nhất là 100 điểm.

Sau đây là giờ phút mong đợi nhất của các thí sinh. Xin nhường diễn đàn cho MC. Cảm ơn mọi người đã chú ý lắng nghe.

THƯ CẢM ƠN

Cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc 2019 đã diễn ra trong ba ngày từ 8/6/2019 đến 10/6/2019 tại thành phố biển Đà Nẵng với sự tham dự của 35 đoàn gồm 33 đội Tiểu học, 25 đội THCS đến từ 28 tỉnh thành trong cả nước. Cuộc thi là một sân chơi trí tuệ, lành mạnh, bổ ích cho các em học sinh và các thầy cô giáo. Các thí sinh từ mọi miền của đất nước đến với Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ để được giao lưu, học hỏi và tham gia các phần thi mới lạ với đề thi toán bằng tiếng Việt và toán bằng tiếng Anh.

Cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc 2019 thành công tốt đẹp, gây hiệu ứng xã hội tốt, để lại nhiều kỉ niệm đẹp trong lòng các thầy cô giáo, các em học sinh, các bậc phụ huynh.

Cảm ơn lãnh đạo nhiều Sở Giáo dục và Đào tạo, lãnh đạo Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, lãnh đạo Thành ủy, Ủy ban nhân dân thành phố Đà Nẵng và nhiều nhà tài trợ đã đến dự Lễ Khai mạc và Bế mạc.

Cảm ơn đơn vị đăng cai Sở Giáo dục và Đào tạo TP. Đà Nẵng, trường THCS - THPT Nguyễn Khuyến đã tạo điều kiện giúp đỡ để cuộc thi được tổ chức thành công.

Cảm ơn các đồng chí lãnh đạo, chuyên viên các phòng Giáo dục và Đào tạo có đoàn dự thi, các thầy cô giáo, các bậc phụ huynh và 348 học sinh đại diện cho các Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ ở các tỉnh, thành phố: Bắc Giang; Đà Nẵng; Bắc Ninh; Đắc Nông; Đồng Nai; Hà Nam; Hà Nội; Hà Tĩnh; Hải Dương; Hưng Yên; Hòa Bình; TP. Hồ Chí Minh; Kiên Giang; Lào Cai; Lạng Sơn; Nam Định; Ninh Bình; Phú Thọ; Phú Yên; Sơn La; Quảng Ngãi; Tuyên Quang; Thừa Thiên - Huế; Thái Bình; Thanh Hóa; Trà Vinh; Vĩnh Phúc; Yên Bái đã tham dự Cuộc thi.

Cảm ơn nhà tài trợ chính - Công ty Cổ phần Văn phòng phẩm Hồng Hà; Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam; Nhà xuất bản Giáo dục tại TP. Đà Nẵng; Nhà xuất bản Giáo dục tại TP. Hà Nội; Công ty Cổ phần Đầu tư và phát triển Giáo dục Đà Nẵng; Công ty Cổ phần Đầu tư và phát triển Giáo dục Phương Nam; Xí nghiệp Bản đồ 1 - Bộ Quốc phòng, Công ty Cổ phần in Công đoàn Việt Nam; Công ty Cổ phần phát triển Giáo dục POMath đã góp phần vào thành công của Cuộc thi.

Cảm ơn phóng viên VTV2 Đài truyền hình Việt Nam, các báo đài ở địa phương đã đến dự và đưa tin về Cuộc thi.

Xin cảm ơn tất cả và hẹn gặp lại tại Cuộc thi năm 2020.

TOÁN TUỔI THƠ

CUỘC THI CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ TOÀN QUỐC 2019

ĐỀ THI CÁ NHÂN BẬC TRUNG HỌC CƠ SỞ

Thời gian làm bài: 60 phút

Đề thi gồm 2 trang

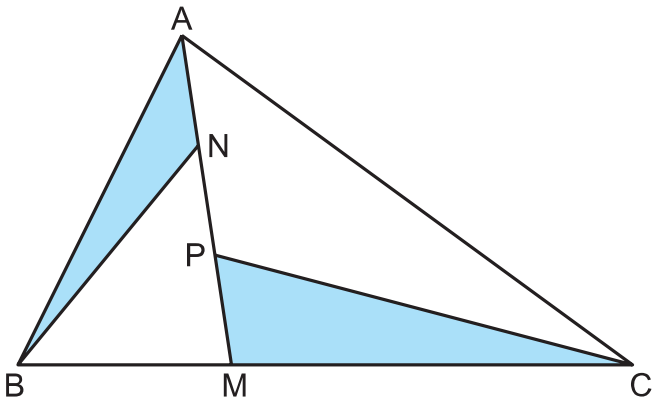
Từ câu 1 đến câu 12 chỉ ghi đáp số; câu 13, 14 và 15 viết lời giải đầy đủ vào tờ trả lời.

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Có bao nhiêu cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn $xy - 2y + x - 3 = 0$?

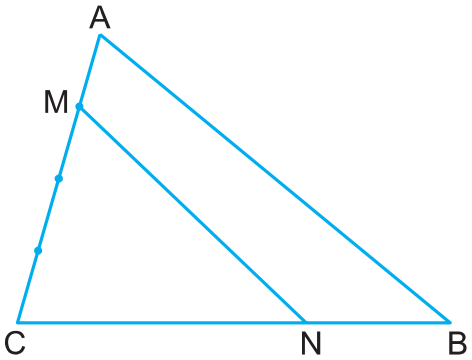
Câu 2. Cho $\overline{abc}$ là số nguyên tố. Tìm số ước tự nhiên của số $\overline{abcabc}$.

Câu 3. Cho tam giác ABC có diện tích bằng 9 cm^2 và điểm M bất kì thuộc cạnh BC. Trên đoạn thẳng AM lấy hai điểm N và P sao cho AN = NP = PM. Tính tổng diện tích hai tam giác ABN và CMP.



Câu 4. Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $\frac{x}{4}=\frac{y}{3}$; $\frac{y}{6}=\frac{z}{11}$ và $x.y.z = -528$. Tìm x.

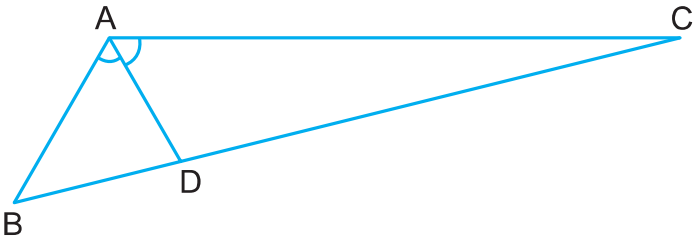
Câu 5. Cho tam giác ABC. Điểm M thuộc cạnh AC sao cho AC = 4AM. Gọi N là điểm thuộc cạnh BC sao cho diện tích tam giác MCN bằng diện tích tứ giác AMNB. Tính $\frac{BN}{BC}$.



Câu 6. Cho ba số thực a, b, c thỏa mãn a – b = 1 và b – c = 2.
Tính giá trị của biểu thức $P = a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac$.

Câu 7. Có bao nhiêu cặp số nguyên (x, y) đồng thời thỏa mãn hai bất đẳng thức sau $|x| + 3 < 5$ và $5 - |y| > 2$?

Câu 8. Cho tam giác ABC có AD là đường phân giác trong. Biết AB = 4 cm, AC = 12 cm và AD = 3 cm. Hãy tính số đo góc BAC.



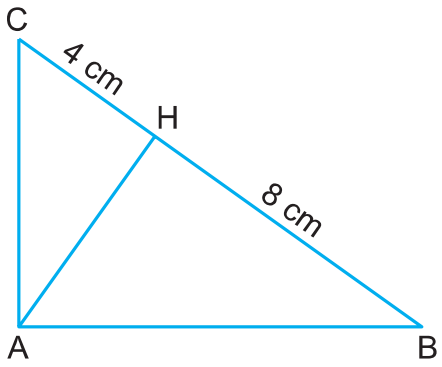
Câu 9. Cho số $A = \underbrace{1111...1111}_{\text{2019 chữ số 1}}$. Xác định số dư khi chia số A cho 7.

Câu 10. Một trang trại có một dãy lồng gà được xếp theo thứ tự sau: Đầu tiên là 1 lồng màu đỏ, rồi đến 1 lồng màu xanh; sau đó là 1 lồng màu đỏ, rồi đến 2 lồng màu xanh; tiếp theo là 1 lồng màu đỏ, rồi đến 3 lồng màu xanh, ... Cứ tiếp tục như vậy cho đến lồng thứ 69. Hỏi tổng số gà trong 69 lồng là bao nhiêu? Biết rằng 1 lồng màu đỏ nhốt 9 con gà và 1 lồng màu xanh nhốt 6 con gà.

Câu 11. Cho các số thực a, b, c khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{a}+\frac{1}{2b}+\frac{1}{3c}=0$.

Tính giá trị của biểu thức $A=\frac{bc}{a^2}+\frac{ca}{8b^2}+\frac{ab}{27c^2}$.

Câu 12. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH. Biết BH = 8 cm, CH = 4 cm. Tính $\frac{AB}{AC}$.

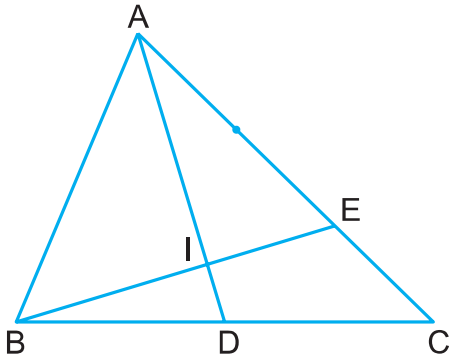


II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 13. Các số tự nhiên x, y nào thỏa mãn $9x-6^y=2019$?

Câu 14. Tìm số nguyên x nhỏ nhất thỏa mãn $|x+9|+|x+6|+|x+2019|<4x$.

Câu 15. Cho tam giác ABC và D là trung điểm của BC. Lấy điểm E thuộc cạnh AC sao cho AE = 2EC. Gọi I là giao điểm của AD và BE. Tính tỉ số $\frac{ID}{IA}$.



CUỘC THI CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ TOÀN QUỐC 2019

CHILDREN'S FUN MATHS JOURNAL NATIONAL COMPETITION 2019

ĐỀ THI BẬC TRUNG HỌC CƠ SỞ (SECONDARY SCHOOL PAPER)

VÒNG 1: TIẾP SỨC TOÁN (ROUND 1: RELAY RACE)

Thời gian: 30 phút cho cả 6 câu hỏi (Duration: 30 minutes for 6 problems)

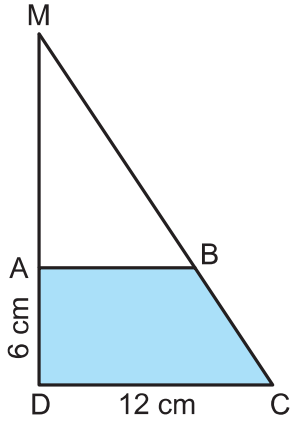
Problem 1. Find the positive integer n such that 2n + 1 and n + 32 are consecutive natural numbers.

Problem 2. Some books are given to a group of people. If each person receives 8 books, there will be a shortage of 3 books. If each person receives 7 books, then, there will be 4 books left.

a) How many people are there in the group?

b) How many books are there?

Problem 3.



Given a right trapezoid ABCD with AD = 6 cm; DC = 12 cm; AB = $\frac{2}{3}$DC.

AD meets BC at M.

a) Find the area of trapezoid ABCD in cm^2.

b) Find the length of segment AM in cm.

Problem 4. Given numbers: 0, 1, 2, 3, 4, 5.

a) Find the smallest 5-distinct-digit number divisible by 5 whose digits are chosen from the numbers above.

b) How many 3-distinct-digit numbers divisible by 15 are there whose digits are chosen from the numbers above?

Problem 5. Given real numbers a, b, c such that ab + bc + ca = 164 and $\frac{a}{3}=\frac{b}{2}=\frac{c}{7}$.

a) If a > 0, find the value of the expression $B = a^3 + b^2 + c$.

b) If a < 0, find the value of the expression $B = a^3 + b^2 + c$.

Problem 6. The sum of the three side lengths of a right triangle is 18 and the sum of the squares of the three side lengths is 128.

a) Find the length of the hypotenuse of the triangle.

b) Find the height with respect to the hypotenuse of the triangle.

ĐÁP ÁN ĐỀ THI BẬC THCS (ANSWERS FOR SECONDARY SCHOOL PAPER)

VÒNG 1: TIẾP SỨC TOÁN (ROUND 1: RELAY RACE)

Mỗi bài giải đúng được 2 điểm. Mỗi phần giải đúng được 1 điểm (bài 1, mỗi kết quả đúng được 1 điểm).

Problem 1. 30; 32.

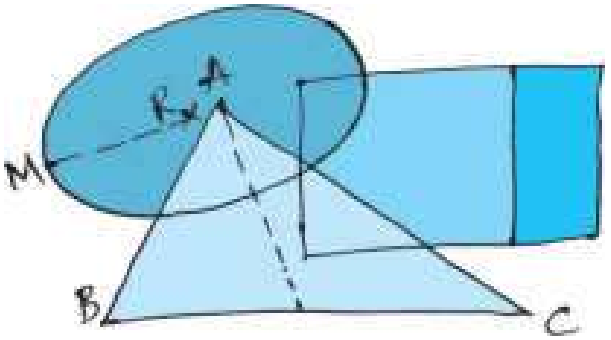
Problem 2. a) 7. b) 53.

Problem 3. a) 60. b) 12.

Problem 4. a) 10235. b) 14.

Problem 5. a) B = 246. b) B = –214.

Problem 6. a) 8. b) $\frac{9}{4}$.



CUỘC THI CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ TOÀN QUỐC 2019

CHILDREN'S FUN MATHS JOURNAL NATIONAL COMPETITION 2019

ĐỀ THI BẬC TRUNG HỌC CƠ SỞ (SECONDARY SCHOOL PAPER)

VÒNG 2: DU LỊCH TOÁN HỌC (ROUND 2: MATHEMATICS TOUR)

Thời gian: 30 phút cho cả 6 câu hỏi (Duration: 30 minutes for 6 problems)

Problem 1. Given real numbers a, b such that $a \neq b$, $ab \neq 0$ and $a + \frac{1}{b} = b + \frac{1}{a}$.

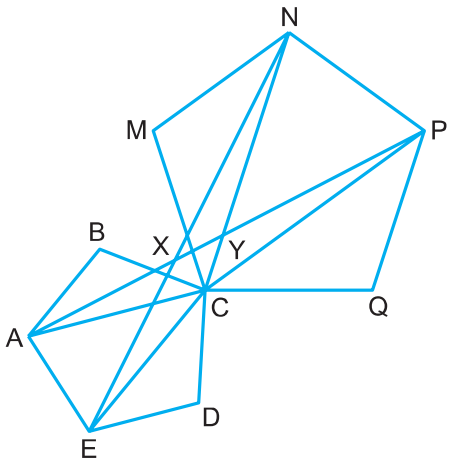
Find the value of the expression:

$$M = a^2b + ab^2 + a + b.$$

Problem 2. Given natural numbers x, y such that $(2^x + 7)(2^x + 8) + 9^y = 1561$.

Find the value of x.

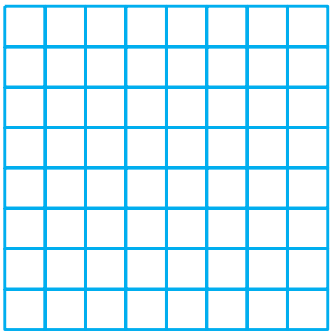
Problem 3. Given two regular pentagons ABCDE and CMNPQ with a common point C as shown. AP meets EN at X. Find the measure of angle AXN.



Problem 4. Given 20 numbers: 1, 2, 3, ... , 17, 18, 2019 and 1000000. Mai takes 2k numbers out of the 20 given numbers and divides them into k groups with 2 numbers in each group such that the sum of two numbers in each group is a perfect square number. What is the maximum value of k?

Problem 5. Five cards are imprinted with 5 positive integers that can be equal. We take the sum of each pair of two numbers. There are only three values for the sums are 219, 290 and 361. What is the largest number among the five numbers on the cards?

Problem 6. In each square of the 8×8 chess board, there written a number indicating the number of ways the knight can move to that square from other squares. Find the sum of all of the numbers written on the chess board.



The diagrams are not drawn to scale



ĐÁP ÁN ĐỀ THI BẬC THCS (ANSWERS FOR SECONDARY SCHOOL PAPER)

VÒNG 2: DU LỊCH TOÁN HỌC (ROUND 2: MATHEMATICS TOUR)

Problem 1. M = 0.

Problem 2. x = 5.

Problem 3. $\angle AXN = 144^\circ$.

Problem 4. k = 9.

Problem 5. 216.

Problem 6. 336.

KẾT QUẢ CUỘC THI CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ TOÀN QUỐC 2019 BẬC THCS

PHẦN THI CÁ NHÂN

STT	Số báo danh	Họ tên	Tỉnh, Thành phố	Giải
1	ĐN09A	Lê Trí Nguyên	Đà Nẵng A	Vàng
2	ĐN10A	Nguyễn Phúc Trường	Đà Nẵng A	Vàng
3	ĐN07B	Nguyễn Gia Huy	Đà Nẵng B	Vàng
4	HN08A	Trần Huy Tuấn	Hà Nội A	Vàng
5	HN10B	Đặng Quang Thắng	Hà Nội B	Vàng
6	HN11B	Nguyễn Minh Vương	Hà Nội B	Vàng
7	NB07	Đinh Trần Minh	Ninh Bình	Vàng
8	PT08	Lương Minh Hiếu	Phú Thọ	Vàng
9	PT11	Nguyễn Bá Hoàng	Phú Thọ	Vàng
10	PT12	Đinh Gia Huy	Phú Thọ	Vàng
11	TB07	Hoàng Ngọc Anh	Thái Bình	Vàng
12	TB11	Phan Quang Minh	Thái Bình	Vàng
13	TB12	Nguyễn Vân Trang	Thái Bình	Vàng
14	TH11A	Hoàng Văn Phúc	Thanh Hóa A	Vàng
15	VP08B	Nguyễn Ngọc Toàn	Vĩnh Phúc B	Vàng
16	VP11B	Nguyễn Hương Giang	Vĩnh Phúc B	Vàng
17	ĐN07A	Huỳnh Kim Nghĩa	Đà Nẵng A	Bạc
18	ĐN08A	Nguyễn Bá Nhật Hoàng	Đà Nẵng A	Bạc
19	ĐN10B	Trần Anh Tuấn	Đà Nẵng B	Bạc
20	BG08A	Hoàng Hải Yến	Bắc Giang A	Bạc
21	BG09A	Ngụy Quốc Anh	Bắc Giang A	Bạc
22	BG11A	Nguyễn Trọng Hiệp	Bắc Giang A	Bạc
23	HN07A	Ngô Thái Bình	Hà Nội A	Bạc
24	HN09A	Nguyễn Ngọc Lê Minh	Hà Nội A	Bạc
25	HN07B	Nguyễn Đức Hiệp	Hà Nội B	Bạc
26	HN08B	Nguyễn Thành Vinh	Hà Nội B	Bạc
27	HN12B	Nguyễn Gia Kuốp	Hà Nội B	Bạc
28	LCa07A	Nguyễn Minh Tùng	Lào Cai A	Bạc
29	LCa08A	Đinh Huyền Trang	Lào Cai A	Bạc
30	LCa09A	Phạm Hoàng Tiến	Lào Cai A	Bạc
31	LCa12A	Nguyễn Lê Mai Anh	Lào Cai A	Bạc
32	LS07	Lăng Hồng Nguyệt Anh	Lạng Sơn	Bạc
33	NB08	Trương Minh Trang	Ninh Bình	Bạc
34	NB09	Trần Thu Hoài	Ninh Bình	Bạc

STT	Số báo danh	Họ tên	Tỉnh, Thành phố	Giải
35	PT07	Phùng Đăng Dương	Phú Thọ	Bạc
36	PY08	Nguyễn Văn Phước	Phú Yên	Bạc
37	QNg10	Nguyễn Phúc Thọ	Quảng Ngãi	Bạc
38	TB08	Nguyễn Tuấn Anh	Thái Bình	Bạc
39	TB09	Bùi Thị Ngọc Hoa	Thái Bình	Bạc
40	TB10	Phạm Nguyễn Nhật Minh	Thái Bình	Bạc
41	TH07A	Nguyễn Tuấn Linh	Thanh Hóa A	Bạc
42	TH09A	Vũ Ngọc Tùng	Thanh Hóa A	Bạc
43	VP07A	Nguyễn Văn Khang	Vĩnh Phúc A	Bạc
44	VP09A	Nguyễn Châu Anh	Vĩnh Phúc A	Bạc
45	VP07B	Dương Hạnh Nhi	Vĩnh Phúc B	Bạc
46	VP09B	Kim Anh Hùng	Vĩnh Phúc B	Bạc
47	VP10B	Bùi Thế Kiệt	Vĩnh Phúc B	Bạc
48	VP12B	Lương Hoàng Anh	Vĩnh Phúc B	Bạc
49	ĐN12A	Võ Đức Anh Huy	Đà Nẵng A	Đồng
50	ĐN08B	Phùng Thiên Phước	Đà Nẵng B	Đồng
51	ĐN12B	Phạm Hoàng Bách	Đà Nẵng B	Đồng
52	ĐNo07	Trần Hữu Chính	Đắk Nông	Đồng
53	ĐNa07	Hoàng Ngọc Phú	Đồng Nai	Đồng
54	ĐNa08	Đoàn Khôi Nguyên	Đồng Nai	Đồng
55	ĐNa09	Huỳnh Xuân Vũ	Đồng Nai	Đồng
56	BG07A	Hoàng Ngọc Hà	Bắc Giang A	Đồng
57	BG10A	Phạm Nguyễn Tùng Dương	Bắc Giang A	Đồng
58	BG12A	Trần Mạnh Dũng	Bắc Giang A	Đồng
59	HN10A	Nghiêm Phú Quang Hưng	Hà Nội A	Đồng
60	HN11A	Nguyễn Gia Bách	Hà Nội A	Đồng
61	HN09B	Võ Hà Vy	Hà Nội B	Đồng
62	HY07	Lương Quang Anh	Hưng Yên	Đồng
63	HY08	Hoàng Tùng Dương	Hưng Yên	Đồng
64	HY11	Đặng Đỗ Phương Anh	Hưng Yên	Đồng
65	HB08	Đinh Tuệ Anh	Hòa Bình	Đồng
66	HB11	Hoàng Ngọc Nam	Hòa Bình	Đồng
67	HB12	Đinh Phương Tuấn	Hòa Bình	Đồng
68	LCa10A	Vũ Trung Kiên	Lào Cai A	Đồng
69	LCa11A	Lê Thành Trung	Lào Cai A	Đồng
70	LCa07B	Trịnh Hoàng Anh	Lào Cai B	Đồng
71	LCa09B	Phạm Việt An	Lào Cai B	Đồng

STT	Số báo danh	Họ tên	Tỉnh, Thành phố	Giải
72	LCa10B	Nguyễn Hữu Vinh	Lào Cai B	Đồng
73	LCa12B	Vũ Minh Hiếu	Lào Cai B	Đồng
74	LS08	Lành Cao Phong	Lạng Sơn	Đồng
75	LS09	Phạm Phú Trường	Lạng Sơn	Đồng
76	LS10	Lê Hoàng Thành	Lạng Sơn	Đồng
77	NB11	Vũ Minh Trang	Ninh Bình	Đồng
78	NB12	Phạm Phương Thảo	Ninh Bình	Đồng
79	PT09	Hán Vũ Long	Phú Thọ	Đồng
80	PT10	Trần Anh Vũ	Phú Thọ	Đồng
81	PY07	Hà Huy Hoàng	Phú Yên	Đồng
82	PY10	Cao Minh Trí	Phú Yên	Đồng
83	QNg07	Phạm Bảo Kha	Quảng Ngãi	Đồng
84	QNg11	Đoàn Tú Uyên	Quảng Ngãi	Đồng
85	TH08A	Nguyễn Đức Thanh	Thanh Hóa A	Đồng
86	TH10A	Đinh Khắc Hoàng	Thanh Hóa A	Đồng
87	SG08	Nguyễn Minh Hưng	TP. Hồ Chí Minh	Đồng
88	TQ08	Mai Hồng Đức	Tuyên Quang	Đồng
89	TQ10	Nguyễn Phương Anh	Tuyên Quang	Đồng
90	VP08A	Lê Tuấn Anh	Vĩnh Phúc A	Đồng
91	VP10A	Nguyễn Quốc Bảo	Vĩnh Phúc A	Đồng
92	VP11A	Lê Thế Linh	Vĩnh Phúc A	Đồng
93	VP12A	Bùi Thị Nhật Minh	Vĩnh Phúc A	Đồng
94	YB07	Nguyễn Hồng Quân	Yên Bái	Đồng
95	YB08	Trần Trung Kiên	Yên Bái	Đồng
96	YB09	Đặng Thái Sơn	Yên Bái	Đồng
97	YB10	Nguyễn Phương Anh	Yên Bái	Đồng
98	ĐN11A	Nguyễn Minh Thịnh	Đà Nẵng A	Giải Triển vọng
99	ĐN09B	Lê Kim Châu	Đà Nẵng B	Giải Triển vọng
100	ĐN11B	Nguyễn Thành Quốc	Đà Nẵng B	Giải Triển vọng
101	ĐNo08	Lê Anh Tuấn	Đắk Nông	Giải Triển vọng
102	ĐNo09	Ngô Anh Hoàn	Đắk Nông	Giải Triển vọng
103	ĐNo11	Đặng Thị Thúy Vi	Đắk Nông	Giải Triển vọng
104	ĐNa11	Đinh Xuân Anh	Đồng Nai	Giải Triển vọng
105	ĐNa12	Nguyễn Nguyên Phi Bảo	Đồng Nai	Giải Triển vọng
106	HN12A	Nguyễn Quang Tùng	Hà Nội A	Giải Triển vọng
107	HY09	Ngô Diệu Linh	Hưng Yên	Giải Triển vọng
108	HY10	Nguyễn Quốc Minh	Hưng Yên	Giải Triển vọng

STT	Số báo danh	Họ tên	Tỉnh, Thành phố	Giải
109	HY12	Phạm Thu Ngân	Hưng Yên	Giải Triển vọng
110	HB07	Phan Khánh An	Hòa Bình	Giải Triển vọng
111	HB10	Phạm Ngọc Đức	Hòa Bình	Giải Triển vọng
112	KG07	Hồ Phước Vinh	Kiên Giang	Giải Triển vọng
113	KG08	Nguyễn Xuân Thịnh	Kiên Giang	Giải Triển vọng
114	KG09	Nguyễn Cao Gia Khang	Kiên Giang	Giải Triển vọng
115	KG10	Ngô Quang Tân	Kiên Giang	Giải Triển vọng
116	KG11	Lê Bảo Trúc	Kiên Giang	Giải Triển vọng
117	KG12	Bùi Đỗ Hải Đăng	Kiên Giang	Giải Triển vọng
118	LCa08B	Dương Bảo Chi	Lào Cai B	Giải Triển vọng
119	LCa11B	Bùi Yến Nhi	Lào Cai B	Giải Triển vọng
120	LS11	Đặng Thái Dương	Lạng Sơn	Giải Triển vọng
121	LS12	Phạm Trung Kiên	Lạng Sơn	Giải Triển vọng
122	NB10	Lương Thế Minh	Ninh Bình	Giải Triển vọng
123	PY09	Phạm Ngọc Duy	Phú Yên	Giải Triển vọng
124	PY11	Phạm Trí Nguyên	Phú Yên	Giải Triển vọng
125	PY12	Trần Thị Bảo An	Phú Yên	Giải Triển vọng
126	QNg09	Trần Lê Thảo Nguyên	Quảng Ngãi	Giải Triển vọng
127	QNg12	Huỳnh Gia Bảo	Quảng Ngãi	Giải Triển vọng
128	TH12A	Phạm Ngọc Thạch	Thanh Hóa A	Giải Triển vọng
129	SG07	Trần Trung Dũng	TP. Hồ Chí Minh	Giải Triển vọng
130	SG10	Bùi Xuân Lâm	TP. Hồ Chí Minh	Giải Triển vọng
131	TV07	Kim Thái Vi Anh	Trà Vinh	Giải Triển vọng
132	TV08	Lê Thúy Đình	Trà Vinh	Giải Triển vọng
133	TV09	Diệp Thảo Nguyên	Trà Vinh	Giải Triển vọng
134	TV12	Huỳnh Nguyễn Ngọc Trân	Trà Vinh	Giải Triển vọng
135	TQ07	Nguyễn Quang Hưng	Tuyên Quang	Giải Triển vọng
136	TQ12	Vũ Cẩm Tú	Tuyên Quang	Giải Triển vọng
137	YB12	Nguyễn Xuân Hiển	Yên Bái	Giải Triển vọng

KẾT QUẢ CUỘC THI CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ TOÀN QUỐC 2019 BẬC THCS

PHẦN THI TIẾP SỨC TOÁN VÀ DU LỊCH TOÁN HỌC

Đội	Giải
Hà Nội A, Bắc Giang A, Hà Nội B	Vàng
Lạng Sơn, Thanh Hóa A, Ninh Bình, Phú Yên	Bạc
Lào Cai A, Đà Nẵng B, Thái Bình, Vĩnh Phúc A, Yên Bái	Đồng

CUỘC THI CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ TOÀN QUỐC 2019

LỜI GIẢI CHI TIẾT ĐỀ THI CÁ NHÂN BẬC THCS

Câu 1. Ta có $xy - 2y + x - 3 = 0$

$\Leftrightarrow (x-2)(y+1) = 1.$

Vì $x, y \in \mathbb{Z}$ nên ta có bảng giá trị:

$x-2$	1	-1
$y+1$	1	-1
x	3	1
y	0	-2

Vậy các cặp số (x; y) là: (3; 0) và (1; –2).

Đáp số: 2.

Câu 2. Ta có

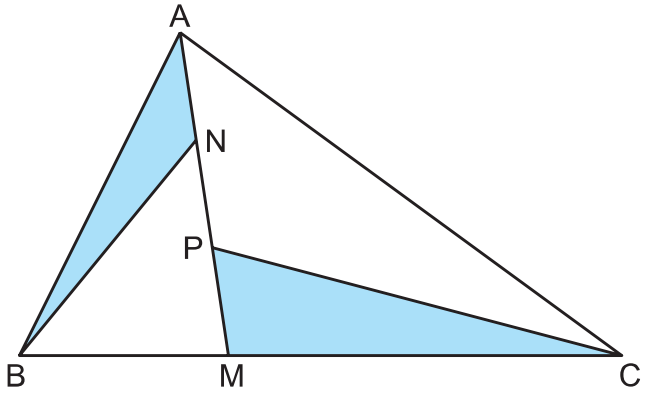
$\overline{abcabc} = \overline{abc}.1001 = \overline{abc}.7.13.11.$

Số ước số của $\overline{abcabc}$ là:

(1 + 1).(1 + 1).(1 + 1).(1 + 1) = 16 (ước).

Đáp số: 16.

Câu 3.



Kí hiệu S_{XYZ} là diện tích tam giác XYZ, ta có

Vì $\frac{S_{ABN}}{S_{ABM}} = \frac{AN}{AM} = \frac{1}{3}; \frac{S_{CMP}}{S_{ACM}} = \frac{PM}{AM} = \frac{1}{3}$

nên $\frac{1}{3} = \frac{S_{ABN}}{S_{ABM}} = \frac{S_{CMP}}{S_{ACM}} = \frac{S_{ABN} + S_{CMP}}{S_{ABM} + S_{ACM}}$

$= \frac{S_{ABN} + S_{CMP}}{S_{ABC}}.$

Suy ra $S_{ABN} + S_{CMP} = \frac{1}{3}S_{ABC} = 9.\frac{1}{3} = 3$ cm^2.

Đáp số: 3 cm^2.

Câu 4. Ta có $\frac{x}{4} = \frac{y}{3} \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{y}{6}.$ (1)

Mà $\frac{y}{6} = \frac{z}{11}.$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra

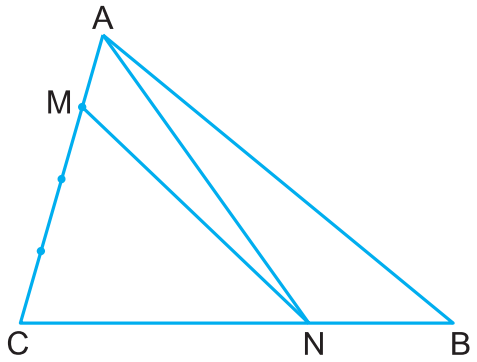
$\frac{x}{8} = \frac{y}{6} = \frac{z}{11} = k$

$\Rightarrow k^3 = \frac{x.y.z}{8.6.11} = \frac{-528}{528} = -1 \Rightarrow k = -1.$

$\Rightarrow x = -8;\ y = -6;\ z = -11.$

Đáp số: x = –8.

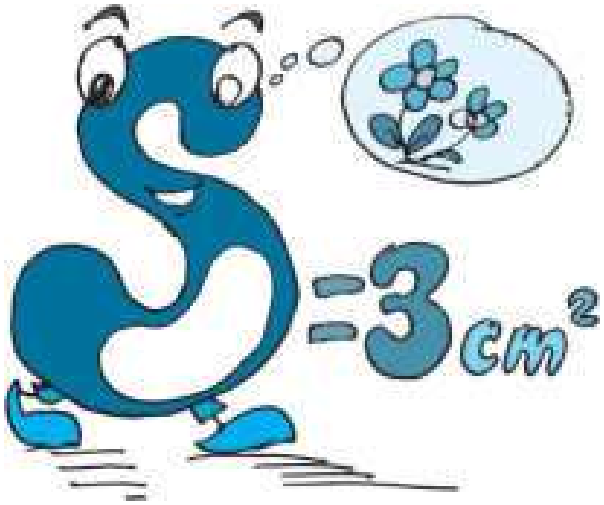
Câu 5. Nối AN.



Vì AC = 4AM nên $AM = \frac{1}{3}$ MC.

Suy ra $S_{MNC} = 3S_{AMN}$ (vì MC = 3AM, chung đường cao hạ từ N đến AC).

Vì $S_{AMNB} = S_{MNC}$ nên $S_{ANB} = 2S_{AMN}$.



Do đó nếu S_{ABC} là 3 + 1 + 2 = 6 (phần) thì S_{ANB} là 2 phần hay $S_{ANB} = \frac{1}{3}S_{ABC}$.

Suy ra $BN = \frac{1}{3}BC$ hay $\frac{BN}{BC} = \frac{1}{3}$.

Đáp số: $\frac{1}{3}$.

Câu 6. Vì a – b = 1, b – c = 2 nên a – c = 3

Do đó $P = a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac$

$= \frac{1}{2}\left[(a-b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2\right] = 7.$

Đáp số: 7.

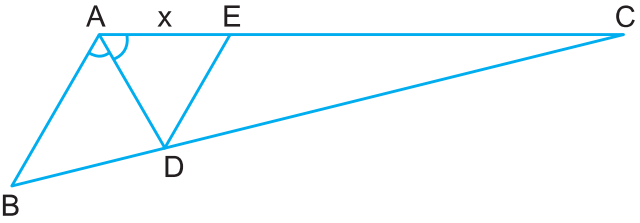
Câu 7. Từ |x| + 3 < 5 suy ra |x| < 2, mà x nguyên nên x ∈ {–1; 0; 1}.

Từ 5 – |y| > 2 suy ra |y| < 3, mà y nguyên nên y ∈ {–2; –1; 0; 1; 2}.

Mỗi số nguyên x kết hợp với một số nguyên y cho ta một cặp số nguyên (x, y). Vậy số cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn điều kiện đề bài là $3 \times 5 = 15$.

Đáp số: 15.

Câu 8.



Từ D kẻ DE // AB (E ∈ AC), dễ thấy tam giác ADE cân tại E. Đặt AE = DE = x (cm).

Theo hệ quả của định lí Thales, ta có

$\frac{EC}{AC} = \frac{DE}{AB} \Leftrightarrow \frac{12-x}{12} = \frac{x}{4} \Leftrightarrow x = 3.$

Do đó AE = ED = AD = 3 cm, nên ADE là tam giác đều.

Suy ra $\widehat{DAE} = 60^o$, do đó $\widehat{BAC} = 120^o$.

Đáp số: 120^o.

Câu 9. Ta thấy số $M = 111111 = 7.15873 \vdots 7$.

Ta có $A = \underbrace{1111...1111}_{\text{2016 chữ số 1}}.10^3 + 111.$

Do đó số dư khi chia A cho 7 là số dư khi chia 111 cho 7.

Suy ra A chia cho 7 dư 6.

Đáp số: 6.



Câu 10. Bẻ gập dãy ngang thành dãy dọc (Hình dưới). Vì đến hàng thứ 10 thì ta có 10 lồng đỏ và 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55 lồng xanh bằng 65 lồng nên hàng thứ 11 chỉ còn 1 lồng đỏ và 3 lồng xanh để được tổng cộng 69 lồng.

Thứ tự dòng	Số lồng đỏ	Số lồng xanh
1	1	1
2	1	2
3	1	3
4	1	4
5	1	5
6	1	6
7	1	7
8	1	8
9	1	9
10	1	10
11	1	3

Do đó tổng số có 11 lồng đỏ và 58 lồng xanh.

Vì mỗi lồng đỏ chứa 9 con gà và mỗi lồng xanh chứa 6 con gà nên tổng số gà trong 69 lồng là

$11 \times 9 + 58 \times 6 = 447.$

Đáp số: 447 con gà.

Câu 11. Vì $\frac{1}{a}+\frac{1}{2b}+\frac{1}{3c}=0$ nên

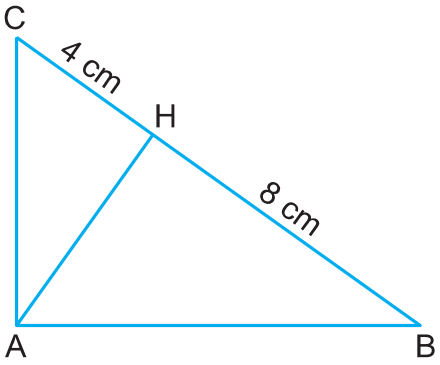
$\left(\frac{1}{a}\right)^3+\left(\frac{1}{2b}\right)^3+\left(\frac{1}{3c}\right)^3=\frac{3}{a.2b.3c}=\frac{1}{2abc}.$

Suy ra $A=\frac{bc}{a^2}+\frac{ca}{8b^2}+\frac{ab}{27c^2}$

$=\frac{abc}{a^3}+\frac{abc}{8b^3}+\frac{abc}{27c^3}=abc.\frac{1}{2abc}=\frac{1}{2}.$

Đáp số: $\frac{1}{2}$.

Câu 12.



Ta có $\Delta ABC \backsim \Delta HBA$ (g.g) nên

$\frac{AB}{HB}=\frac{BC}{BA}\Rightarrow AB^2=BH.BC.$

Tương tự $AC^2=CH.BC.$

Do đó $\frac{AB^2}{AC^2}=\frac{BH.BC}{CH.BC}=\frac{BH}{CH}=\frac{8}{4}=2.$

Suy ra $\frac{AB}{AC}=\sqrt{2}.$

Đáp số: $\sqrt{2}$.

Câu 13. Nếu $y\geq 2$ thì $6^y \vdots 9$ mà $9x \vdots 9$.

Suy ra 2019 chia hết cho 9 (vô lí).

Do đó $y\in\{0;1\}$.

+ Nếu $y=0$ thì $9x=2020$ (loại).

+ Nếu $y=1$ thì $9x=2025$, từ đó $x=225$.

Vậy $x=225$, $y=1$.

Câu 14. Vì $|x+9|+|x+6|+|x+2019|<4x$ nên $x>0$.

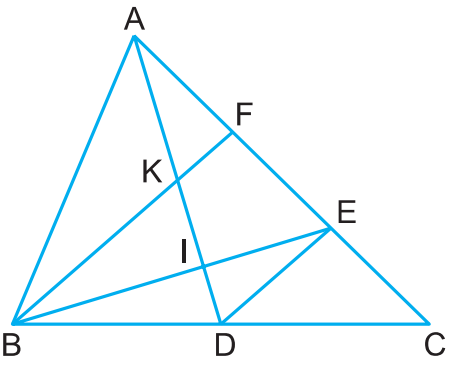
Suy ra $x+9>0$; $x+6>0$; $x+2019>0$.

Do đó ta có $4x>x+9+x+6+x+2019$

Suy ra $x>2034$.

Vậy số nguyên x nhỏ nhất cần tìm là 2035.

Câu 15.



Lấy F là trung điểm của AE thì AF = FE = EC.

Gọi K là giao điểm của AD và BF.

Vì DE là đường trung bình của tam giác BCF nên KF // DE.

Xét tam giác ADE có FA = FE và KF // DE, suy ra KA = KD.

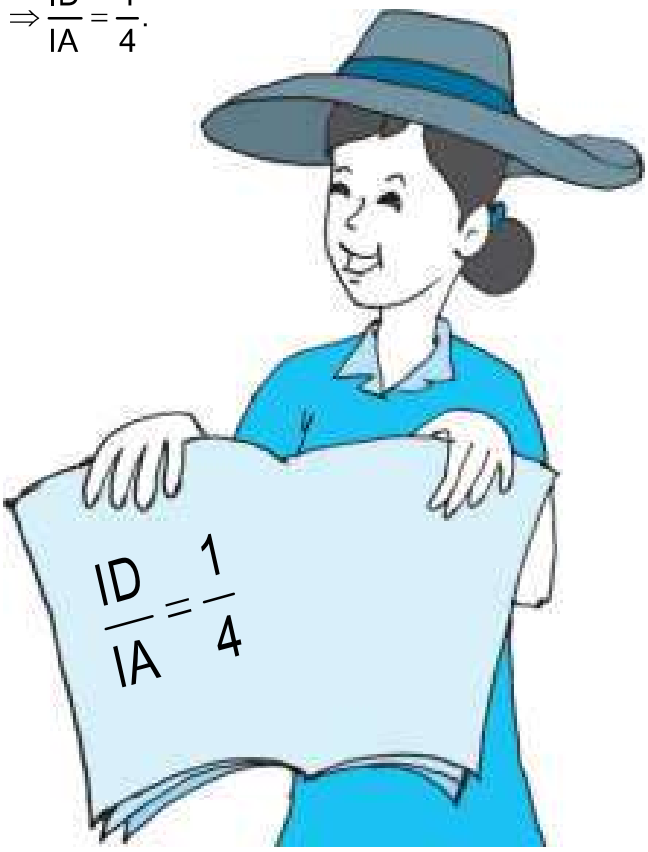
Mặt khác BF = 2DE = 4KF.

Suy ra $BK=3KF=\frac{3}{2}DE.$

Vì BK // DE nên theo hệ quả của định lí Ta-lét ta có

$\frac{ID}{IK}=\frac{DE}{KB}=\frac{2}{3}\Rightarrow\frac{ID}{KD}=\frac{2}{5}\Rightarrow\frac{ID}{AD}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$

$\Rightarrow\frac{ID}{IA}=\frac{1}{4}.$





Kì này

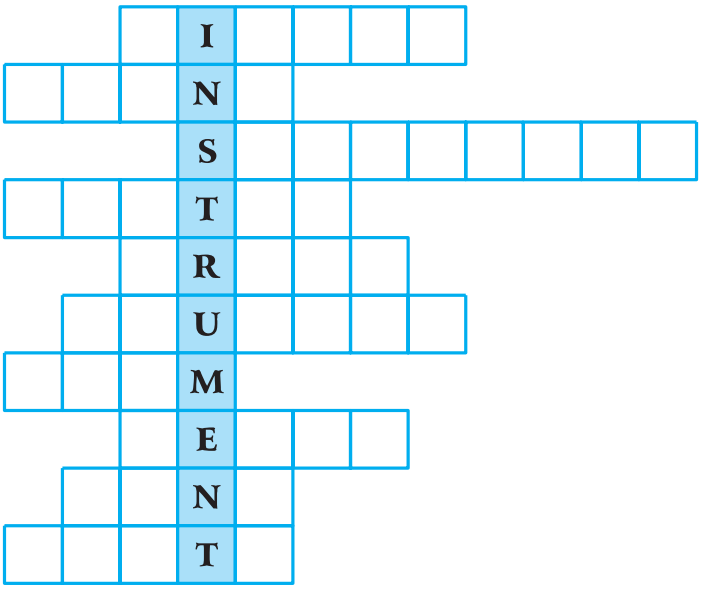
Ô chữ

CÁC LOẠI NHẠC CỤ

NGUYỄN THỊ NHƯ Ý

GV. THCS Hoàng Xuân Hãn Đức Thọ Hà Tĩnh

Hôm nay Hồng và Hà được đi tham quan ở Bảo tàng Âm nhạc. Các bạn đã quan sát thấy rất nhiều nhạc cụ. Các nhạc cụ đó đang "ẩn trốn" trong các hàng ngang của ô chữ dưới đây. Các bạn hãy tìm ra các nhạc cụ mà Hồng và Hà đã quan sát được nhé.





Kết quả Ô chữ NÔNG TRẠI (TTT2 số 195)

Chủ Vườn rất vui lại được gặp các bạn trong Vườn Anh của Toán Tuổi thơ. Chắc hẳn các bạn đã có một kì nghỉ hè lí thú, bổ ích.

Chủ Vườn hi vọng Ô chữ NÔNG TRẠI trong Vườn Anh kì trước đã mang đến cho các bạn cảm giác thư giãn, vui vẻ sau một năm học nhiều cố gắng. Các con vật đang ẩn trốn đã được tìm thấy:

Hàng ngang từ trên xuống:
GOAT - Con dê;
RABBIT - Con thỏ;
PIG - Con lợn;
COW - Con bò;
DONKEY - Con lừa.
Hàng dọc:
CHICKEN - Con gà;
TURKEY - Con gà tây;
SHEEP - Con cừu;
HORSE - Con ngựa.



Nhận xét. Chúc các bạn một năm học mới đạt thành tích tốt. Chủ Vườn sẽ gửi quà tặng tới các bạn đã có đáp án đúng: *Nguyễn Như Ngọc*, 7C, THCS Nguyễn Cao, Quế Võ, **Bắc Ninh**; *Đoàn Minh Đức*, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Vương Quốc Bảo*, 7A1, THCS Mộc Ly, Mộc Châu, **Sơn La**; *Bùi Trần Nhật Dương*, 7A1, THCS Trưng Vương, Đại Thịnh, Mê Linh, **Hà Nội**; *Nguyễn Duy Khánh*, 8G, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.

Chủ Vườn



● *Kì này*

Công gì?

Công gì đi dạo, ngắm hoa
Công gì con của vua cha một thời
Công gì không để thiệt người
Công gì mà nếu ai lười không xong
Công gì trang bị cả còng
Công gì giai cấp tiền phong nước mình
Công gì xây dựng tài tình
Công gì bật điện lung linh ánh đèn
Công gì giải quyết việc liền
Công gì làm ít đòi quyền lợi to
Công gì bỏ phiếu tự do
Công gì không giấu quanh co điều gì
Công gì cần phải nhớ ghi
Công gì mọi việc không vì lợi riêng
Bây giờ đánh trống, khua chiêng
Xin mời các bạn mọi miền giải mau!

VUA TẾU



Kết quả (TTT2 số 195)

Nhà gì?

Nhà giáo dạy học là nghề
Nhà kính soi cả bốn bề lạ sao
Nhà thuyền giữa sóng biển gào
Nhà nước thì có chức cao và quyền
Nhà buôn mua lại bán liền
Nhà ga hành khách đợi lên được tầu
Nhà văn viết truyện làm đầu
Nhà trai ăn hỏi đám dâu về nhà
Nhà thờ chuông đánh ngân nga
Nhà sư niệm Phật, thường là ăn chay
Nhà thương có bệnh cứu ngay
Nhà bảo tàng giữ đêm ngày vật xưa
Nhà đài tin tức nhanh đưa
Nhà hát nghệ sĩ say sưa diễn hoài
Nhà thơ vần điệu thành bài
Nhà nông đồng ruộng miệt mài bón chăm
Nhà hàng vào uống, vào ăn
Nhà chung cư có nhiều căn, nhiều tầng
Nhà cử tạ đẩy trăm cân
Nhà vô địch sẽ được nâng cúp vàng
Nhà rông hội họp buôn làng
Nhà kho chỉ để chứa hàng ai ơi
Nhà băng tiền gửi sinh lời
Nhà trẻ thì dạy bé thời ấu thơ
Nhà tranh gỗ, lá đơn sơ
Nhà Trắng nằm ở thủ đô Hoa Kỳ.

HONG HA

Nhận xét. Kì này tạp chí nhận được rất nhiều câu trả lời của các bạn ở khắp nơi trên cả nước gửi về. Nhưng chỉ có năm bạn được tặng quà, đó là: *Nghiêm Thị Vân Anh*, 7A4, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Quốc Hưng*, 6A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Ngô Phương Linh*, 6C, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, **Nam Định**; *Võ Thị Minh Huyền*, 6A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Đặng Khánh Trung*, 6A, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**.

NGUYỄN HẢI ANH



MỘT BÀI TOÁN VỀ TỈ SỐ HAI ĐOẠN THẲNG CÓ NHIỀU CÁCH GIẢI

PHAN DUY NGHĨA

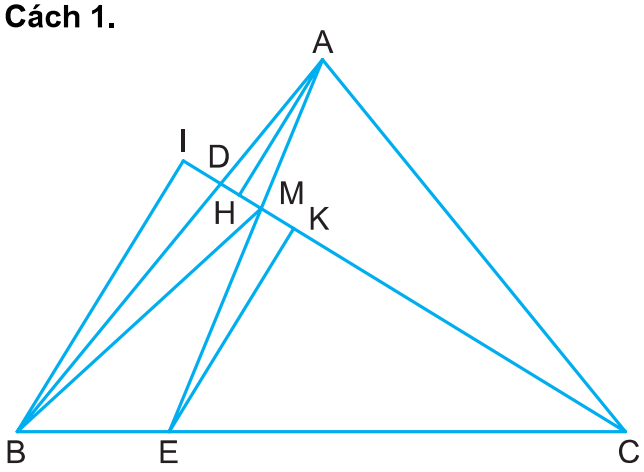
Phòng GDTH, Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Tĩnh

Bài viết này xin giới thiệu một bài toán hình học về tính tỉ số hai đoạn thẳng có nhiều cách giải.

Bài toán 1. Cho tam giác ABC. Trên cạnh AB, BC lần lượt lấy các điểm D, E sao cho AB = 3AD; BC = 4BE. Gọi M là giao điểm của AE và CD. Tính tỉ số $\frac{MA}{ME}$.

✻ **Hướng khai thác thứ nhất.** Ta sẽ xét các cách giải của bài toán này.

Cách 1.



Nối B với M. Gọi H, K, I lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, E, B trên đường thẳng CD.

Ta có $S_{ACD} = \frac{1}{2}S_{DCB}$ (Hai tam giác có chung chiều cao hạ từ C đến BD và BD = 2DA).

Suy ra $AH = \frac{1}{2}BI$. (1)

Mặt khác $S_{BMC} = \frac{4}{3}S_{EMC}$ (Hai tam giác có chung chiều cao hạ từ M đến BE và $BC = \frac{4}{3}EC$).

Suy ra $BI = \frac{4}{3}EK$. (2)

Từ (1) và (2), ta có

$AH = \frac{1}{2}BI = \frac{1}{2}.\frac{4}{3}EK = \frac{2}{3}EK$.

Suy ra $S_{MAC} = \frac{2}{3}S_{MEC}$.

Mà hai tam giác MAC và MEC có chung chiều cao hạ từ C tới AE nên $MA = \frac{2}{3}ME$.

Vậy $\frac{MA}{ME} = \frac{2}{3}$.

Cách 2. Nối B với M.

Vì $S_{ACD} = \frac{1}{2}.S_{BCD}$ (Hai tam giác có chung chiều cao hạ từ C đến BD và BD = 2DA) nên

$S_{AMC} = \frac{1}{2}S_{BMC}$.

Ta lại có $S_{MBC} = \frac{4}{3}S_{MEC}$.

Mặt khác hai tam giác ACM và MCE có chung chiều cao hạ từ C xuống AE, suy ra

$\frac{MA}{ME} = \frac{S_{AMC}}{S_{MEC}} = \frac{S_{AMC}}{S_{MBC}}.\frac{S_{MBC}}{S_{MEC}} = \frac{1}{2}.\frac{4}{3} = \frac{2}{3}$.

Cách 3. Nối B với M.

Ta có $S_{ACE} = 3S_{ABE}$ (Hai tam giác có chung chiều cao hạ từ A đến BC và CE = 3BE).

$S_{ABM} = 3.S_{ADM}$ (Hai tam giác có chung chiều cao hạ từ M đến AD và AB = 3AD). (1)

$S_{ACM} = 3.S_{ABM}$ (Hai tam giác có chung đáy AM và chiều cao hạ từ C đến AM bằng 3 lần chiều cao hạ từ B đến AM). (2)

Từ (1) và (2), suy ra $S_{ACM} = 9S_{ADM}$.

Do đó $S_{ACD} = 10S_{ADM}$.

Vì $S_{ACD} = \frac{1}{3}S_{ABC}$ nên suy ra

$S_{ABC} = 10.3.S_{ADM} = 30S_{ADM}$.

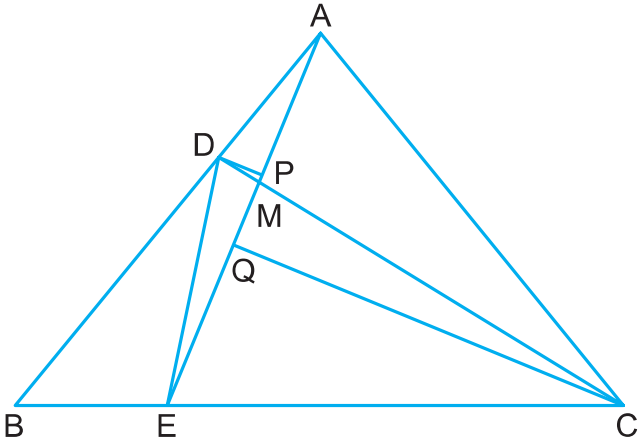
Do đó $S_{ABE} = \frac{1}{4}S_{ABC} = \frac{15}{2}S_{ADM}$.

Suy ra $S_{BME} = \frac{15}{2} S_{ADM} - 3S_{ADM} = \frac{9}{2} S_{ADM}$.

Vì hai tam giác ABM và BME có chung chiều cao hạ từ B xuống AE nên suy ra tỉ số hai cạnh đáy là

$\frac{MA}{ME} = 3 : \frac{9}{2} = \frac{2}{3}$.

Cách 4. Nối E với D. Gọi P, Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của D, C trên AE.



Ta có $S_{ACD} = \frac{1}{3} S_{ABC}$. (1)

$S_{AED} = \frac{1}{3} S_{AEB}$. (2)

$S_{ABE} = \frac{1}{4} S_{ABC}$. (3)

$S_{ABE} = \frac{1}{3} S_{AEC}$. (4)

Từ (2) và (3) ta có $S_{AED} = \frac{1}{12} S_{ABC}$. (5)

Từ (2) và (4) ta có $S_{AED} = \frac{1}{9} S_{AEC}$.

Suy ra $DP = \frac{1}{9} CQ$.

Do đó $S_{AMD} = \frac{1}{9} S_{ACM}$. (6)

Từ (1) và (6) suy ra $S_{AMD} = \frac{1}{30} S_{ABC}$. (7)

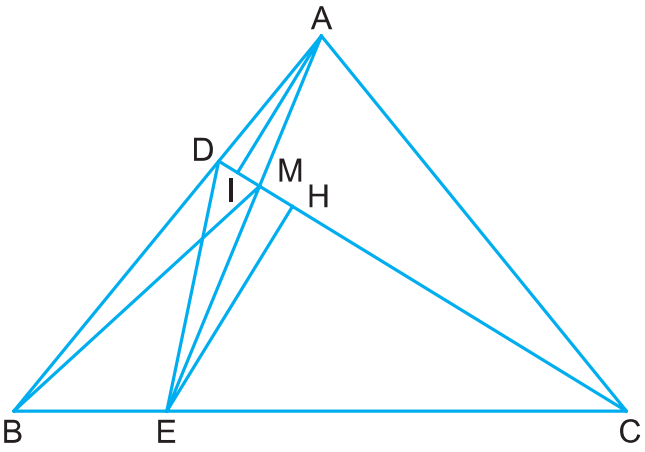
Từ (5) và (7) ta có $S_{AMD} = \frac{12}{30} S_{AED} = \frac{2}{5} S_{AED}$.

Mặt khác tam giác AMD và tam giác AED có chung chiều cao DP.

Suy ra $MA = \frac{2}{5} AE$.

Do đó $\frac{MA}{ME} = \frac{2}{3}$.

Cách 5. Nối E với D.



Ta có $S_{CBD} = \frac{2}{3} S_{CAB}$. (1)

$S_{DEC} = \frac{3}{4} S_{DBC}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra

$S_{DEC} = \frac{3}{4} S_{DBC} = \frac{3}{4} . \frac{2}{3} S_{CAB} = \frac{1}{2} S_{CAB}$. (3)

Ta lại có $S_{CAD} = \frac{1}{3} S_{CAB}$. (4)

Từ (3) và (4) suy ra $S_{DEC} = \frac{3}{2} S_{CAD}$.

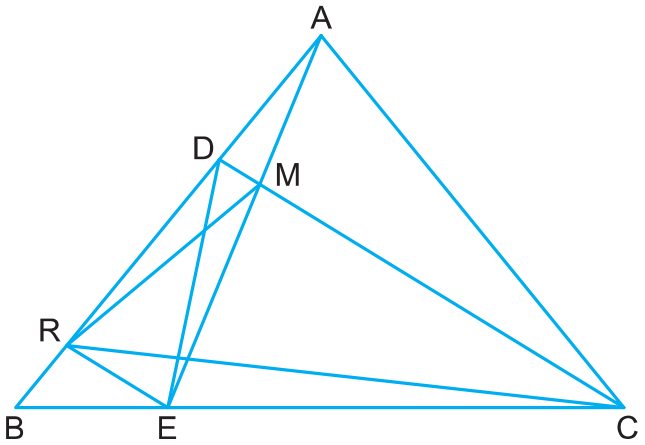
Do đó $EH = \frac{3}{2} AI$.

Suy ra $S_{EMC} = \frac{3}{2} S_{AMC}$.

Vì tam giác EMC và tam giác AMC có chung chiều cao hạ từ C xuống AE nên tỉ số hai cạnh đáy là $\frac{ME}{MA} = \frac{3}{2}$.

Suy ra $\frac{MA}{ME} = \frac{2}{3}$.

Cách 6. Kẻ ER song song với DC, R thuộc AB. Nối R với C, nối E với D, nối R với M.



Ta có $S_{RCE} = S_{RDE}$. (1)

Suy ra $S_{BRC} = S_{BED}$.

Do đó $S_{BRE} = \frac{1}{4} S_{BRC} = \frac{1}{4} S_{BED}$.

Suy ra $BR = \frac{1}{4} BD$, $DR = 3BR$.

Mặt khác $AB = 3AD$.

Do đó $AD = 2BR$, $AR = AD + DR = 5BR$.

Suy ra $S_{MDA} = \frac{2}{5} S_{MAR}$.

Vì DM // RE nên $S_{MDR} = S_{DME}$.

Suy ra $S_{MAR} = S_{ADE}$.

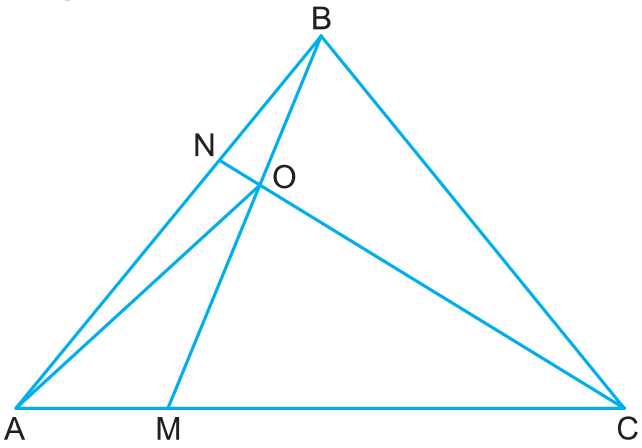
Do đó $S_{MDA} = \frac{2}{5} S_{ADE}$.

Suy ra $\frac{MA}{ME} = \frac{2}{3}$.

✻ **Hướng khai thác thứ hai.** Xét bài toán tổng quát:

Bài toán 2. Cho tam giác ABC. Trên cạnh AB, AC lần lượt lấy các điểm N, M sao cho $BN = m.AN$; $CM = n.AM$. Gọi O là giao điểm của BM và CN. Tính tỉ số $\frac{OB}{OM}$.

Lời giải.



Nối A với O. Ta có

$$\frac{S_{AOC}}{S_{MOC}} = \frac{AC}{MC} = \frac{AM + MC}{MC} = 1 + \frac{AM}{MC} = 1 + \frac{1}{n}.$$

Ta có $BN = m.AN$ nên $S_{BNC} = m.S_{ANC}$.

Suy ra $S_{BOC} = m.S_{AOC}$.

Hai tam giác BOC và MOC có chung chiều cao hạ từ C xuống BM nên suy ra

$$\frac{OB}{OM} = \frac{S_{BOC}}{S_{MOC}} = \frac{S_{BOC}}{S_{AOC}} . \frac{S_{AOC}}{S_{MOC}} = \frac{m(1+n)}{n}.$$

• Như vậy Bài toán 1 là trường hợp của Bài toán 2 khi $m = \frac{1}{2}$ và $n = 3$.

• Đặc biệt nếu $m = n = 1$ thì $\frac{OB}{OM} = 2$. Đây là một trong những tính chất của ba đường trung tuyến trong tam giác.

✻ **Hướng khai thác thứ ba.**

• Qua bài toán tổng quát trên ta thấy được mối quan hệ giữa các tỉ số $\frac{BN}{AN}$, $\frac{CM}{AM}$ với tỉ số $\frac{OB}{OM}$. Sâu sắc hơn nữa là nếu biết 2 trong 3 tỉ số này, ta sẽ tính được tỉ số còn lại.

• Chẳng hạn xét bài toán sau:

Bài toán 3. Cho tam giác ABC. Gọi E là trung điểm của BC. Gọi I là trung điểm của AE. Kẻ CI kéo dài cắt AB tại M, kẻ BI kéo dài cắt AC tại N. Tính các tỉ số $\frac{AM}{MB}$; $\frac{IM}{IC}$; $\frac{AN}{NC}$; $\frac{IN}{IB}$.

✻ **Hướng khai thác thứ tư.** Nếu thay đổi cách phát biểu bài toán đã cho ta có bài toán mới như sau:

Bài toán 4. Cho tam giác ABE. Trên cạnh AB lấy điểm D sao cho $AB = 3AD$, trên cạnh AE lấy điểm M sao cho $MA = \frac{2}{3} ME$. Đường thẳng DM cắt cạnh BE kéo dài tại điểm C. Tính tỉ số $\frac{BE}{EC}$.

Các bạn hãy tìm thêm các hướng khai thác bài toán trên nhé.





Kì này TAM GIÁC CÂN ĐẶC BIỆT

Bài toán. Hồng đố Hà bài toán: Cho tam giác ABC cân tại A với đường cao BH và $\widehat{A} = 30^\circ$. Chứng minh rằng $2CH = AB - BC\sqrt{2}$.

Sau một thời gian suy nghĩ Hà nói với Hồng: "Tớ không những giải được bài toán của bạn mà còn chứng minh được bài toán đảo như sau:

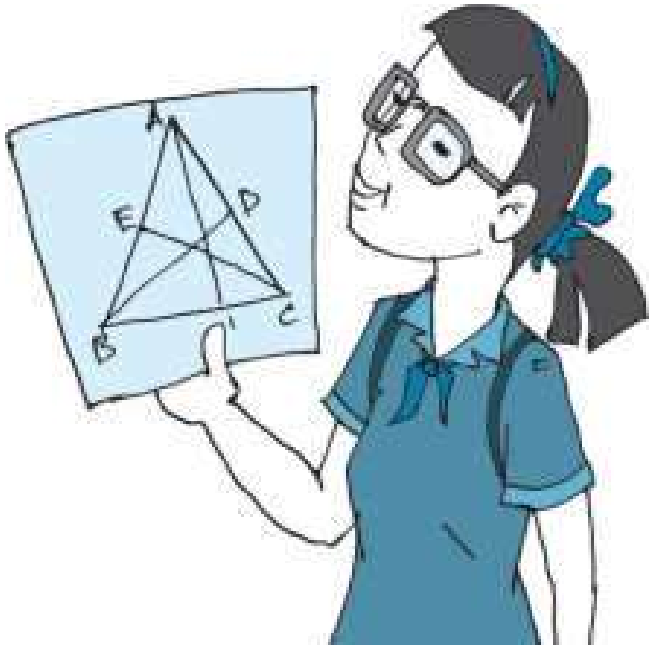
Cho tam giác ABC cân tại A với đường cao BH, biết rằng $2CH = AB - BC\sqrt{2}$. Chứng minh rằng $\widehat{A} = 30^\circ$".

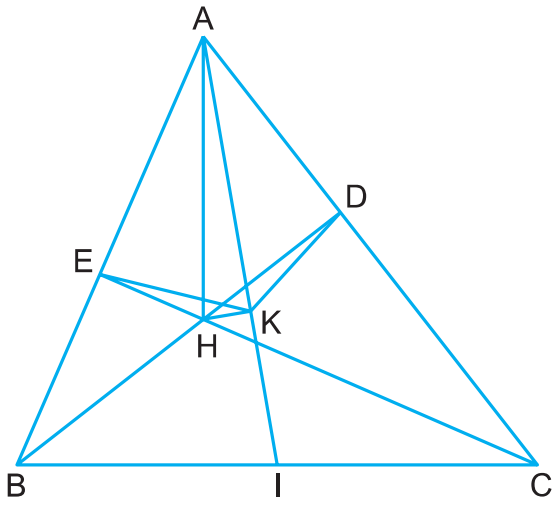
Bạn có làm được như Hà không? Hãy gửi ý kiến của bạn đến Tòa soạn nhé.

PHẠM TUẤN KHẢI *(Hà Nội)*

Kết quả **(TTT2 số 195)**

CÓ ĐỒNG QUY KHÔNG?





Gọi giao điểm của BD, CE là H.

Kẻ HK ⊥ AI (K ∈ AI).

Ta có $\widehat{AEH} = \widehat{ADH} = \widehat{AKH} (= 90^\circ)$.

Suy ra năm điểm A, E, H, K, D thuộc đường tròn đường kính AH.

Do đó $\widehat{EKD} = 180^\circ - \widehat{BAC}$. (1)

Suy ra $\widehat{EKH} = \widehat{EAH} = 90^\circ - \widehat{ABC}$

$\Rightarrow \widehat{EKH} + \widehat{ABC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{EKI} + \widehat{EBI} = 180^\circ$.

Do đó đường tròn (BEI) đi qua K.

Ta có $\widehat{EKI} = 180^\circ - \widehat{ABC}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra

$\widehat{EKI} + \widehat{EKD} = 180^\circ - \widehat{ABC} + 180^\circ - \widehat{BAC}$

$= 360^\circ - (\widehat{ABC} + \widehat{BAC})$

$\Rightarrow 360^\circ - \widehat{IKD} = 360^\circ - (\widehat{ABC} + \widehat{BAC})$

$\Rightarrow \widehat{IKD} = \widehat{ABC} + \widehat{BAC} = 180^\circ - \widehat{ACB}$

$\Rightarrow \widehat{IKD} + \widehat{ACB} = 180^\circ$.

Do đó tứ giác KICD nội tiếp.

Vậy các đường tròn (CID), (AED) và (BEI) đồng quy tại K.

HONG HA

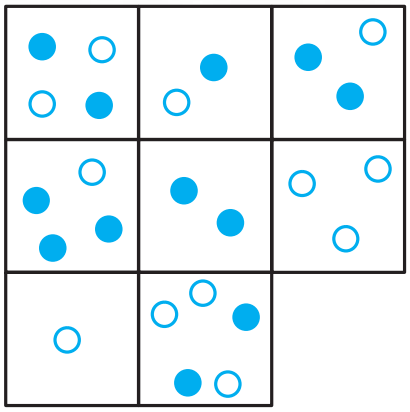
Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt, được thưởng kì này: *Trần Anh Vũ*, 8A, THCS Hợp Tiến, Nam Sách, **Hải Dương**; *Trần Quý Dương*, 8A, THCS Thạch Thất, Thạch Thất, **Hà Nội**; *Võ Trần Ngọc Hữu*, 8/1, THCS Lý Tự Trọng, Tiên Kỳ, Tiên Phước, **Quảng Nam**; *Phạm Ngọc Trinh*, 8B, THCS Hồ Xuân Hương, Quỳnh Lưu; *Nguyễn Công Hùng*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

VŨ ĐÌNH HÒA



Kì này THIẾU HÌNH NÀO?

Cho bảng sau:





Hình vẽ nào trong các hình sau điền vào chỗ trống cho hợp lôgic?



ĐỖ THỊ THÚY NGỌC

Phó Trưởng phòng Giáo dục Trung học, Sở GD&ĐT Ninh Bình

(Sưu tầm và giới thiệu)

Kết quả ĐIỀN HÌNH THÍCH HỢP (TTT2 số 195)

Quy luật. Từ hình đã cho, ta dựng hình vuông có cạnh bằng cạnh mép bên trái của hình này, xong tô đậm hoặc gạch chéo phần tạo thêm nằm trong hình vuông. Xoay hình tô đậm 180° ta thấy hình đó giống hình B.

Vậy hình phù hợp để ghép với hình đã cho thành hình vuông là hình B.

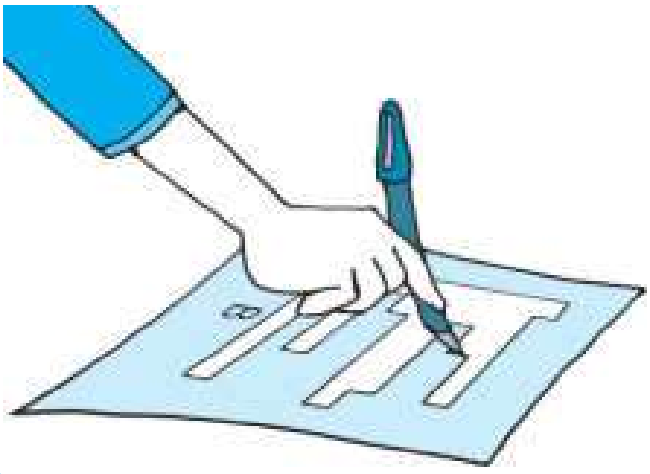
Nhận xét. Tất cả các bạn tham gia gửi bài đều chọn đúng đáp án B, nhưng một số bạn không giải thích rõ cách làm.

HONG HA®

Các bạn sau trình bày tốt được thưởng kì này: *Vũ Đức Đạt*, 6C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Nguyễn Như Ngọc*, 6C, THCS Nguyễn Cao, Quế Võ, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Thế Quân*, 6B; *Đinh Xuân Vinh*, 7A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Đặng Trần Khánh Linh*, 7/4, THCS Lê Văn Thiêm, TP. Hà Tĩnh, **Hà Tĩnh**.

Các bạn sau được tuyên dương: *Thân Lan Phương*, 8C; *Nguyễn Đức Tuấn*, 6C, THCS Nguyễn Cao, Quế Võ; *Nguyễn Quang Minh*, 8C, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Duy Khánh*, 7G, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Phạm Vũ Hoàng*, 8A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**.

NGUYỄN XUÂN BÌNH



ĐỀ THI IMC 2019 - LỚP 6

VÕ QUỐC BÁ CẨN
Trường Archimedes Academy, Q. Cầu Giấy, Hà Nội
(Sưu tầm và dịch)

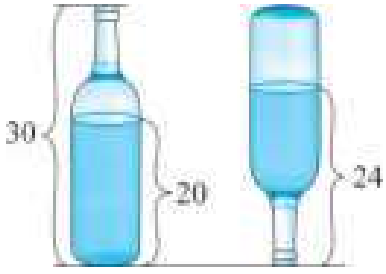
International Mathematical Contest (IMC) là kì thi được tổ chức hàng năm ở Singapore bắt đầu từ năm 2005 với hàng nghìn thí sinh tham dự. Năm nay là năm thứ 15 của kì thi và là năm thứ 5 đoàn Việt Nam tham dự. Đây là một sân chơi bổ ích với nhiều hoạt động hấp dẫn. Ngoài việc được tiếp cận với các bài toán hay, thú vị, các em học sinh còn được tham quan, giao lưu văn hóa, văn nghệ với các nước giúp bổ sung thêm vốn kiến thức của mình. Kết thúc kì thi năm nay, đoàn Việt Nam đã giành được thành tích khá tốt với 10 Huy chương Vàng, 20 Huy chương Bạc và 40 Huy chương Đồng. Dưới đây là đề thi của khối 6.

A. CHỌN ĐÁP SỐ ĐÚNG (MỖI CÂU ĐÚNG ĐƯỢC 5 ĐIỂM)

1. Tính giá trị của biểu thức
$20{,}19 \times 55{,}6 + 2{,}019 \times 689 - 7{,}35 \times 67{,}3$.
A. 0 B. 1 C. 20,19 D. 2019

2. Ba dấu chấm được điền vào số 2019, trong đó có một dấu chấm được sử dụng làm dấu phẩy, hai dấu chấm được điền phía trên các chữ số để biểu thị phần thập phân lặp lại. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu số thập phân vô hạn tuần hoàn theo cách này? Ví dụ, viết $3{,}\dot{3}$ có nghĩa là 3,33…, viết $3{,}1\dot{4}\dot{1}$ có nghĩa là 3,1414….
A. 2 B. 3 C. 4 D. 6

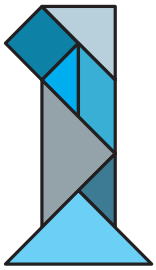
3. Một cái chai có chiều cao 30 cm đang chứa 300 ml nước (phần thân chai có dạng hình trụ). Nếu đặt cái chai dựng đứng thì chiều cao của mực nước là 20 cm, còn nếu lật ngược cái chai lại thì chiều cao của mực nước là 24 cm. Hỏi nếu đổ đầy nước thì cái chai đã cho có thể chứa bao nhiêu ml nước?



A. 300 B. 390 C. 420 D. 540

4. Tính tổng của một số nguyên dương có duy nhất một ước dương và tất cả các số nguyên tố chẵn.
A. 3 B. 6 C. 8 D. Không xác định

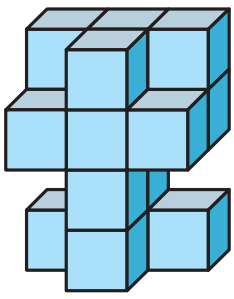
5. Trong hình vẽ bên dưới, hình số "1" được tạo thành bằng cách ghép 7 mảnh ghép trong trò chơi Tangram lại với nhau. Biết rằng diện tích của hình vuông là 1 cm^2. Tính diện tích của hình số "1" (theo cm^2).



A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

6. 220 g dung dịch nước muối chứa 5% muối. Hỏi khi cho thêm 30 g muối vào dung dịch đó thì dung dịch thu được chứa bao nhiêu phần trăm là muối?
A. 8% B. 10.5% C. 16.4% D. 20.5%

7. Có 16 khối lập phương nhỏ, mỗi khối có thể tích 8 cm^3 được dùng để ghép lại thành một khối như hình vẽ bên dưới. Tính diện tích bề mặt của khối này (theo cm^2).



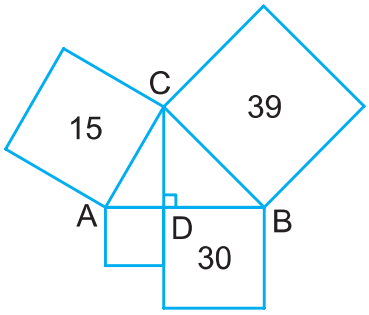
A. 100 B. 128 C. 200 D. 208

8. Từ các chữ số 2, 0, 1 và 9, có thể tạo thành bao nhiêu số có bốn chữ số với các chữ số đôi một khác nhau?
A. 24 B. 18 C. 12 D. 6

B. ĐIỀN ĐÁP SỐ (MỖI CÂU ĐÚNG ĐƯỢC 5 ĐIỂM)

9. Tính: $\frac{21^3+20^3}{21\times20}-\frac{20^3+19^3}{20\times19}+\frac{19^3+18^3}{19\times18}-\frac{18^3+17^3}{18\times17}+\cdots-\frac{2^3+1^3}{2\times1}$.

10. Trong hình vẽ bên dưới, tam giác ABC có ba góc đều nhọn và CD là đường cao. Trên các cạnh AC, BC, AD và BD, dựng ra phía ngoài tam giác ABC bốn hình vuông như hình vẽ. Biết rằng diện tích của ba hình vuông lớn lần lượt là 15, 30 và 39. Tính diện tích của hình vuông nhỏ nhất.



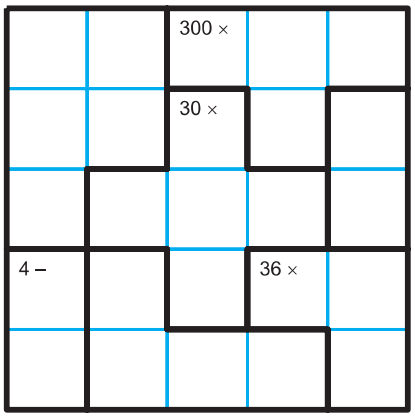
11. Ban đầu, tỉ lệ số tiền của ba học sinh A, B, C là 3 : 4 : 6. Sau đó B đưa cho A một ít tiền và C tiêu một ít tiền, lúc này tỉ lệ số tiền của ba bạn là 9 : 5 : 7. Một lát sau, A tiêu một ít tiền và B đưa cho C một ít tiền, lúc này tỉ lệ số tiền của ba bạn có là 2 : 1 : 3. Biết rằng C tiêu nhiều hơn A tổng cộng 172 đô la. Tính tổng số tiền mà ba bạn có lúc đầu.

12. Bảng dưới đây bao gồm các chữ cái tiếng Anh và mã tương ứng được sử dụng trong mã hóa. Quy trình mã hóa như sau: số mã của chữ cái tương ứng được nhân lên 3 lần, sau đó cộng thêm 11. Lấy kết quả thu được đem chia cho 26, số dư thu được chính là mã tương ứng của chữ cái. Ví dụ, để mã hóa cụm từ IMC, ta thấy mã tương ứng của I là 8, M là 12 và C là 2. Do $3\times8+11=35$ chia 26 dư 9 nên mật mã cho I là J; $3\times12+11=47$ chia 26 dư 21 nên mật mã cho M là V; $2\times3+11=17$ chia 26 dư 17 nên mật mã cho C là R; do đó mật mã cho cụm từ IMC là JVR.

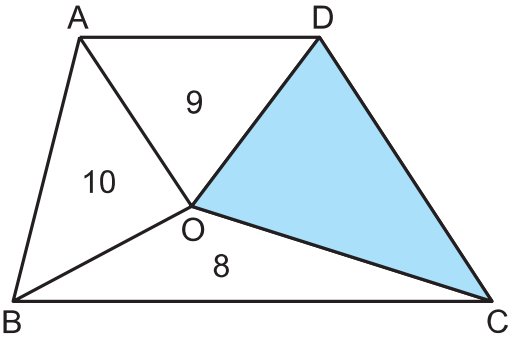
Chữ cái	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
Mã	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chữ cái	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Mã	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

Hỏi mật mã của từ "THANK YOU" là gì?

13. Điền các số từ 1 đến 5 vào bảng ô vuông bên dưới theo quy tắc sau: Trên mỗi hàng và mỗi cột, mỗi chữ số đều xuất hiện không quá một lần. Ngoài ra, các đoạn thẳng tô đậm phân chia bảng ô vuông thành các vùng sao cho các số bên trong mỗi vùng sau khi sử dụng phép toán tương ứng với phép toán được ghi chú ở vùng đó sẽ thu được kết quả là số được ghi trong vùng đó (trước phép toán). Hỏi số có năm chữ số tạo bởi các số ở cột thứ hai (đọc từ trên xuống) là bao nhiêu?



14. Trong hình vẽ bên dưới, ABCD là hình thang với hai đáy là AD và BC, BC = 2AD. O là một điểm nằm trong hình thang. Biết rằng các tam giác DOA, AOB, BOC có diện tích lần lượt là 9 cm^2, 10 cm^2 và 8 cm^2. Tính diện tích tam giác COD.



15. Các số nguyên dương từ 1 đến 30 được viết liền nhau theo thứ tự từ lớn đến nhỏ để tạo thành số a = 302928...321. Tìm số dư khi chia a cho 13.

16. Một khúc gỗ được chia thành 7 phần. Mỗi phần có thể được sơn bằng một trong bốn màu: đỏ, vàng, xanh và trắng sao cho hai phần liền kề được tô màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách sơn màu khác nhau cho khúc gỗ đã cho? Hai cách sơn màu được xem là giống nhau nếu sau khi xoay khúc gỗ thì cách sơn màu này sẽ trở thành cách sơn màu kia.

(Xem tiếp trang 37)

Kết quả

Giải toán qua thư



Bài 1(195). Cho các số nguyên x, y thỏa mãn $5x - 2y = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = 3|x| + 5|y|$.

Lời giải. Ta có $5x - 2y = 1$ nên $5x = 2y + 1$.

✻ Xét $x \geq 1 \Rightarrow 2y \geq 4 \Rightarrow y \geq 2$.

Do đó $T = 3|x| + 5|y| \geq 3 + 10 = 13$.

✻ Xét $x = 0$ thì y không phải là số nguyên (loại).

✻ Xét $x \leq -1 \Rightarrow 2y \leq -6 \Rightarrow y \leq -3$.

Suy ra $T = 3|x| + 5|y| \geq 3 + 15 = 18$.

Vậy $T_{min} = 13$ khi $x = 1$, $y = 2$.

Nhận xét. Bài toán này mới nhìn đề tưởng là bài dễ nhưng để tìm ra lời giải các bạn học sinh cần biết chia khoảng giá trị của biến để đánh giá. Các bạn sau có lời giải tốt: *Nguyễn Sĩ Bách*, 6D, *Nguyễn Công An*, 7C, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Nguyễn Anh Thư*, 6A3, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**.

PHÙNG KIM DUNG

Bài 2(195). Cho các số nguyên a, b, c, d khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + \frac{1}{d^2} = 1$.

Tính giá trị của biểu thức $M = ab + cd$.

Lời giải. Vì a, b, c, d là các số nguyên khác 0 nên $|a|, |b|, |c|, |d|$ là các số nguyên dương.

Nếu một trong các số $|a|, |b|, |c|, |d|$ bằng 1 thì $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + \frac{1}{d^2} > 1$ (vô lí).

Do đó $|a| \geq 2$; $|b| \geq 2$; $|c| \geq 2$; $|d| \geq 2$.

Suy ra

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + \frac{1}{d^2} \leq \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi

$|a| = |b| = |c| = |d| = 2$

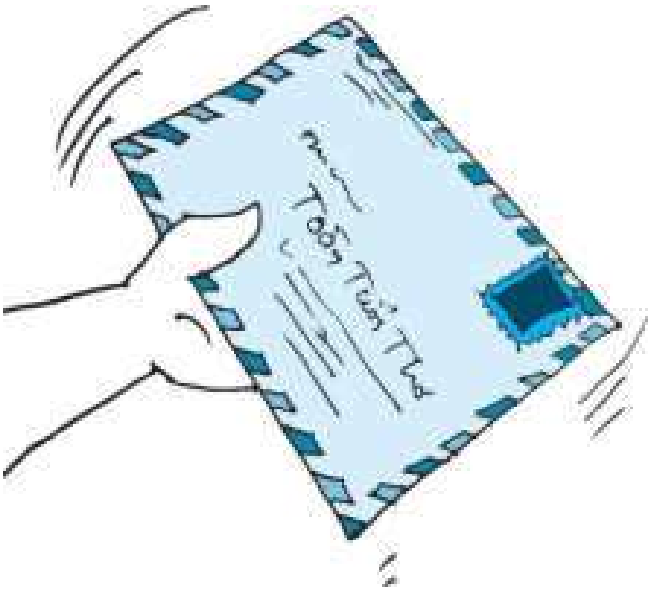
$\Rightarrow |ab| = |cd| = 4$

$\Rightarrow ab;\ cd \in \{4; -4\}$.

Vậy M có các giá trị là –8; 0 hoặc 8.

Nhận xét. Có rất nhiều bạn tham gia giải bài. Các bạn sau đây có lời giải đúng và ngắn gọn: *Nguyễn Lương Ngọc Ánh*, 6C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Sĩ Bách*, *Nguyễn Hằng Nga*, 6D, *Nguyễn Công An*, *Trần Hồng Minh*, 7C, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, *Ngô Thị An Bình*, 7E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Trương Ngọc Thu Trang*, 6D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Lê Tuấn Nghĩa*, 6C, THCS Đoàn Thị Điểm, Yên Mỹ, **Hưng Yên**; *Nguyễn Anh Thư*, 6A3, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Đỗ Minh Khánh*, *Đan Anh Thái*, 6 Liverpool, THPT Hà Nội Amsterdam, **Hà Nội**.

CAO VĂN DŨNG



Bài 3(195). Tìm các số có ba chữ số $\overline{abc}$ thỏa mãn hai điều kiện sau:

i) $a = b + c$.

ii) $b(c + 1) = 52 - 4a$.

Lời giải. Thay $a = b + c$ từ (i) vào (ii) ta được

$bc + b = 52 - 4(b + c)$

$\Leftrightarrow bc + 5b + 4c = 52$

$\Leftrightarrow (b + 4)(c + 5) = 72$. (*)

Vì c là chữ số nên $5 \le c + 5 \le 14$.

Mặt khác từ (*) ta có $c + 5$ là ước của 72.

Do đó $c + 5 \in \{6, 8, 9, 12\}$.

Suy ra $c \in \{1, 3, 4, 7\}$.

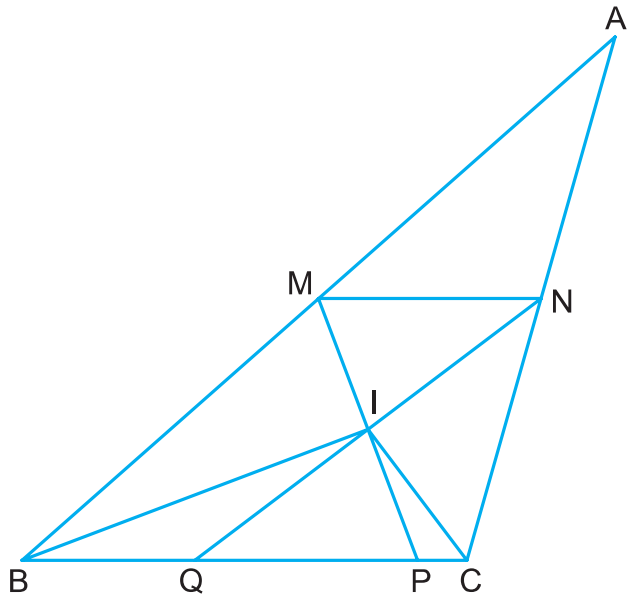
Xét các trường hợp và kết hợp với (i) và (*) ta tìm được bốn số $\overline{abc}$ thỏa mãn yêu cầu đề bài là 981, 853, 844 và 927.

Nhận xét. Đây là kiểu bài toán quen thuộc nên có nhiều bạn gửi lời giải đến tòa soạn, tuy nhiên có một số bạn còn chưa cẩn thận nên không tìm đủ bốn kết quả. Các bạn sau có lời giải tốt: *Nguyễn Minh Hải*, *Nguyễn Trần Kiên*, *Nguyễn Quang Nhật*, *Bùi Đàm Quân*, *Vũ Nam Đức Trung*, 6C1, THCS Archimedes Academy, **Hà Nội**; *Đoàn Minh Đức*, *Võ Thị Minh Huyền*, 6A, *Bùi Trí Sâm*, 6C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Lê Tuấn Nghĩa*, 6C, THCS Đoàn Thị Điểm, Yên Mỹ, **Hưng Yên**; *Nguyễn Văn Hùng*, 6A, *Nguyễn Sĩ Bách*, *Nguyễn Hằng Nga*, 6D, *Nguyễn Thị Ngân*, 7B, *Nguyễn Công An*, *Nguyễn Nguyên Công*, *Hoàng Đình Đức*, *Trần Hồng Minh*, *Lê Thiệp Sang*, 7C, *Nguyễn Văn Thắng*, *Nguyễn Đức Thành*, *Phan Đăng Xuân*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Nguyễn Mạnh Thắng*, 6C, *Ngô Thị An Bình*, 7E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Nguyễn Trung Kiên*, 6A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, *Nguyễn Phương Ngân*, 7D, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Nguyễn Anh Thư*, 6A3, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Nguyễn Hoàng Long*, 6B, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Duy Khánh*, 7G, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.

VÕ QUỐC BÁ CẨN

Bài 4(195). Cho tam giác ABC, gọi I là giao điểm các đường phân giác trong của tam giác. M là trung điểm của AB, biết rằng $\widehat{MIB} = 90^\circ$. Chứng minh rằng $AB + AC = 3BC$.

Lời giải.



Gọi N là trung điểm của AC, P, Q lần lượt là giao điểm của MI, NI với BC.

Từ giả thiết $\widehat{MIB} = 90^\circ$, BI là tia phân giác của $\widehat{MBP}$, ta có ΔBMP cân tại B.

Do đó IM = IP.



Kết hợp với $\widehat{MIN} = \widehat{PIQ}$ (đối đỉnh), $\widehat{NMI} = \widehat{QPI}$ (so le trong), suy ra $\Delta NMI = \Delta QPI$ (g.c.g).

Do đó $PQ = MN = \dfrac{BC}{2}$ và $IN = IQ$.

Mà CI là tia phân giác của $\widehat{NCQ}$ nên ΔCQN cân tại C.

Suy ra $CN = CQ$.

Do đó $BC = BP + CQ - PQ = BM + CN - PQ$

$= \dfrac{AB}{2} + \dfrac{AC}{2} - \dfrac{BC}{2}$.

Do đó $AB + AC = 3BC$.

Nhận xét. Chỉ có bạn *Nguyễn Công An*, 7C, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An** có lời giải đúng.

HỒ QUANG VINH

Bài 5(195). Giải phương trình

$$\frac{3x+1}{2x^2+3x-2} + \frac{1}{x^2-1} = \frac{1}{x^2+3x}.$$

Lời giải. ĐKXĐ $x \neq -3;\ x \neq -2;\ x \neq -1;\ x \neq 0;$

$x \neq \dfrac{1}{2};\ x \neq 1.$

Đặt $\begin{cases} x^2 - 1 = a \\ x^2 + 3x = b. \end{cases}$



Suy ra $3x + 1 = b - a;\ 2x^2 + 3x - 2 = a + b - 1.$

Phương trình trở thành

$$\frac{b-a}{a+b-1} + \frac{1}{a} = \frac{1}{b}$$

$$\Leftrightarrow \frac{b-a}{a+b-1} + \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{b-a}{a+b-1} + \frac{b-a}{ab} = 0$$

$$\Leftrightarrow (b-a)\left[\frac{1}{a+b-1} + \frac{1}{ab}\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} b-a=0 & (1) \\ \dfrac{1}{a+b-1} + \dfrac{1}{ab} = 0. & (2) \end{array}\right.$$

Ta có $(1) \Leftrightarrow a = b \Rightarrow x^2 - 1 = x^2 + 3x$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-1}{3}$ (Thỏa mãn ĐKXĐ).

Ta lại có $(2) \Leftrightarrow \dfrac{1}{a+b-1} + \dfrac{1}{ab} = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{ab+a+b-1}{ab(a+b-1)} = 0 \Rightarrow ab + a + b - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x^4 + 3x^3 + x^2 - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 2x - 2)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^2 + 2x - 2 = 0 & (3) \\ x^2 + x + 1 = 0 & (4) \end{array}\right.$$

Ta có $(3) \Leftrightarrow x^2 + 2x - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1 = \sqrt{3} \\ x+1 = -\sqrt{3} \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \sqrt{3} - 1 \\ x = -\sqrt{3} - 1 \end{array}\right.$$ (Thỏa mãn ĐKXĐ).

Ta có $x^2 + x + 1 = \left(x + \dfrac{1}{2}\right)^2 + \dfrac{3}{4} > 0$ với $\forall x$.

Suy ra (4) vô nghiệm.

Vậy phương trình có tập nghiệm là

$$S = \left\{\frac{-1}{3}; \sqrt{3} - 1; -\sqrt{3} - 1\right\}.$$

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng, đầy đủ: *Trần Minh Khôi*, *Lương Minh Hiếu*, *Hán Vũ Long*, 8C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì; *Trương Đức Tài*, 8A3, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**; *Phạm Ngọc Trinh*, *Trần Phương Mai*, 8B, THCS Hồ Xuân Hương, Quỳnh Lưu; *Nguyễn Công An*, 7C, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Lê Đức Chính*, 8B, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Tuấn Dương*, 8C5, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Phạm Vũ Hoàng*, 8A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Anh Thư*, 6A3, THCS Kế An, Kế An, **Sóc Trăng**.

LÊ ĐỨC THUẬN

Bài 6(195). Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3+y^3=(x^2+y^2)\sqrt{x^2-xy+y^2} & (1)\\ xy=\sqrt{4x-3}. & (2)\end{cases}$$

Lời giải. ĐKXĐ $x\ge\dfrac{3}{4}$.

Nhận xét

$2(x^2-xy+y^2)=x^2+(x-y)^2+y^2\ge x^2>0$.

Kết hợp với $x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)$ ta có

$(1)\Leftrightarrow(x+y)\sqrt{x^2-xy+y^2}=x^2+y^2$.

Chú ý $xy=\sqrt{4x-3}\ge 0\Rightarrow y\ge 0$.

Đặt $a=x^2+y^2$, $b=xy$.

Từ (1) suy ra

$0=(x+y)^2(x^2-xy+y^2)-(x^2+y^2)^2$

$=(a+2b)(a-b)-a^2=ab-2b^2$

$=b(a-2b)=xy(x-y)^2$.

✻ TH1. $xy=0$, từ (2) suy ra $x=\dfrac{3}{4}$, từ đó $y=0$.

✻ TH2. $x=y$, thay vào (2) ta được

$x^2=\sqrt{4x-3}$

$\Leftrightarrow x^4=4x-3$

$\Leftrightarrow (x-1)^2\left[(x+1)^2+2\right]=0$

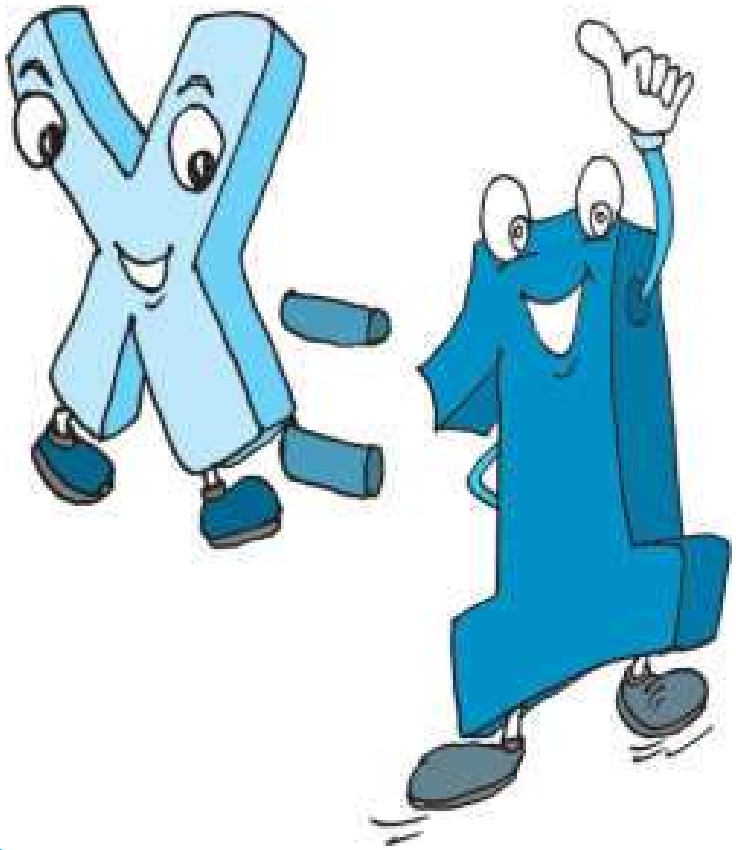
$\Leftrightarrow x=1$.

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm

$(x,\ y)\in\left\{\left(\dfrac{3}{4},\ 0\right);\ (1,\ 1)\right\}$.

Nhận xét. Bài toán giải hệ phương trình trên thuộc dạng cơ bản, chủ yếu dựa vào phân tích thành nhân tử. Các bạn sau có lời giải đúng: *Nguyễn Phương Linh*, 9A, THCS Lập Thạch, **Vĩnh Phúc**; *Lê Ngọc Tùng*, 9A, THCS Nguyễn Trực, Thanh Oai, **Hà Nội**; *Hà Như Nguyệt*, 8E; *Trần Minh Khôi*, *Hán Vũ Long*, 8C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì; *Trương Đức Tài*, 8A3, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh; *Nguyễn Công Hùng*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Duy Long*, 9A, THCS Tố Như; *Trương Ngọc Tân*, 9D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Thị trấn Bút Sơn, Hoằng Hóa; *Trịnh Duy Minh*, 9C, THCS Trần Mai Ninh, TP. Thanh Hóa, **Thanh Hóa**; *Trần Phương Mai*, *Phạm Ngọc Trinh*, 8B, THCS Hồ Xuân Hương, Quỳnh Lưu, **Nghệ An**; *Nguyễn Anh Thư*, 6A3, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**.

NGUYỄN MINH ĐỨC



Bài 7(195). Cho bảng ô vuông cỡ 17×17. Các số 1, 2, 3, ..., 17 được điền vào mỗi ô vuông của bảng sao cho mỗi ô vuông chứa đúng một số và mỗi số xuất hiện đúng 17 lần trong bảng. Chứng minh rằng tồn tại một hàng hoặc một cột chứa ít nhất 5 số phân biệt.

Lời giải. Giả sử số k xuất hiện ở đúng x_k hàng và y_k cột. Từ đó số k xuất hiện tối đa $x_k y_k$ lần trong bảng.

Theo giả thiết của đề bài, mỗi số xuất hiện đúng 17 lần trong bảng nên $x_k y_k \geq 17$.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có

$x_k + y_k \geq 2\sqrt{x_k y_k} \geq 2\sqrt{17} > 8.$

Suy ra $x_k + y_k \geq 9$.

Do đó

$(x_1 + x_2 + ... + x_{17}) + (y_1 + y_2 + ... + y_{17}) \geq 153.$

Suy ra trong hai tổng $x_1 + x_2 + ... + x_{17}$ và $y_1 + y_2 + ... + y_{17}$ có ít nhất một tổng có giá trị không nhỏ hơn 77.

Không mất tổng quát, giả sử

$x_1 + x_2 + ... + x_{17} \geq 77.$

Ta kí hiệu (k, i) là cặp số mà số k nằm ở hàng i trong bảng, ví dụ (0, 3) là cặp số thỏa mãn số 0 nằm ở hàng 3, và gọi S là tập các cặp số đó.

Số phần tử của S là $A = x_1 + x_2 + ... + x_{17}$.

Theo nguyên lí Dirichlet, tồn tại ít nhất một chỉ số i mà $x_i \geq \left[\frac{77}{17}\right] + 1 = 5$, tức là tồn tại năm số phân biệt ở cùng hàng i.

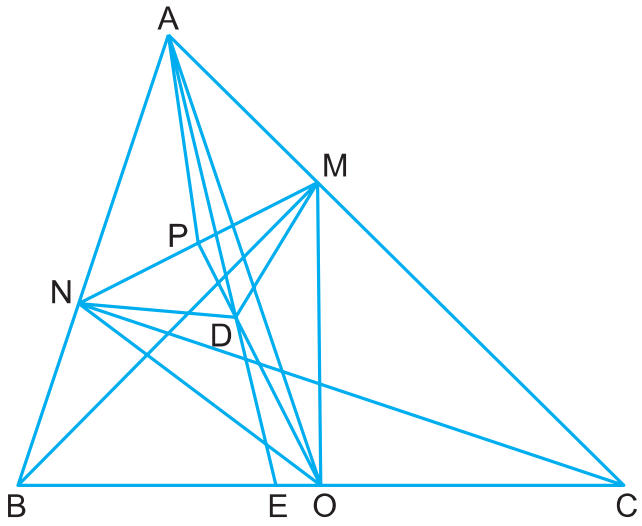
Suy ra đpcm.

Nhận xét. Đây là một bài toán tổ hợp khó. Không bạn nào có lời giải đúng.

TRỊNH HOÀI DƯƠNG

Bài 8(195). Cho tam giác nhọn ABC có AB < AC. Gọi O là trung điểm của BC, kẻ các đường cao BM và CN của tam giác ABC. Tia phân giác của $\widehat{BAC}$ cắt tia phân giác của $\widehat{MON}$ tại D. Gọi E là giao điểm của AD và BC. Chứng minh rằng tứ giác BNDE nội tiếp.

Lời giải.



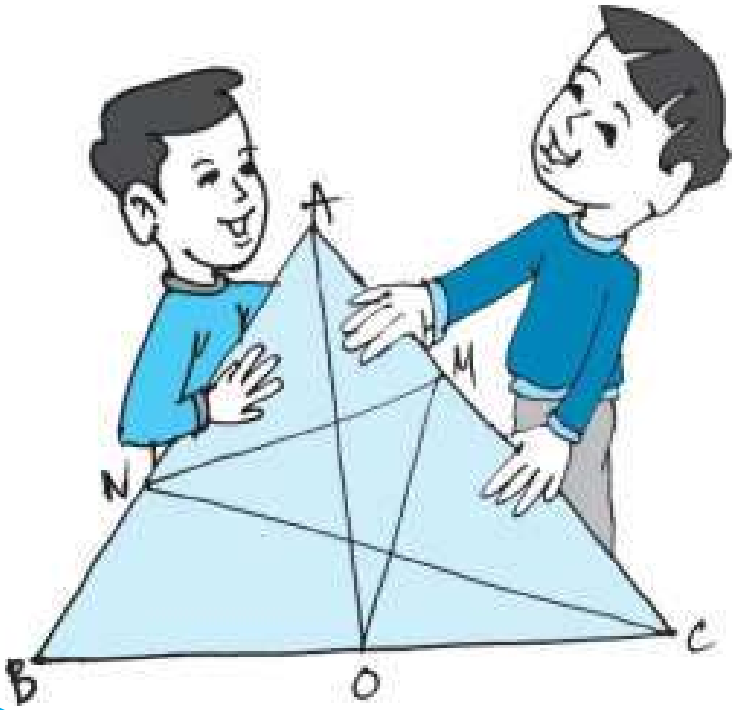
Theo tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác vuông ta có

$MO = \frac{BC}{2} = ON.$

Suy ra tam giác OMN cân tại O.

Do đó tia phân giác OD của góc MON cũng là đường trung trực của MN.

Suy ra PO vuông góc với MN tại trung điểm P của MN.



Vì $\Delta AMN \backsim \Delta ABC$ và AP, AO thứ tự là đường trung tuyến của tam giác AMN và tam giác ABC nên $\widehat{PAN} = \widehat{OAC}$.

Suy ra AD cũng là tia phân giác của $\widehat{PAO}$.

Do đó $\frac{DP}{DO} = \frac{AP}{AO}$. (1)

Mặt khác vì AP và AO là đường trung tuyến tương ứng của hai tam giác đồng dạng, ta có

$\frac{AP}{AO} = \frac{MN}{BC} = \frac{PN}{BO} = \frac{PN}{NO}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{DP}{DO} = \frac{PN}{NO}$ hay ND là tia phân giác của $\widehat{PNO}$.

Từ đó và chú ý rằng $\widehat{ANM} = \hat{C}$, $\widehat{ONB} = \hat{B}$, suy ra $\widehat{ONM} = \widehat{BAC}$.

Ta có

$$\widehat{AND} = \widehat{ANM} + \widehat{MND} = \hat{C} + \frac{\widehat{ONM}}{2}$$

$$= \hat{C} + \frac{\widehat{BAC}}{2} = \widehat{DEB}.$$

Suy ra tứ giác BNDE nội tiếp.

Nhận xét. Đây là nội dung bài toán trong IMO Shortlist 2004 G1. Lời giải trên từ Shortlist khá ngắn gọn, tránh dựng lại hình. Tuy nhiên có một cách khác khá ngắn gọn là dựng lại điểm D. Có nhiều bạn giải dài dòng, các bạn sau có lời giải tốt: *Nguyễn Công Hùng, Đặng Thái Tuấn*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Trần Quý Dương, Đỗ Hoàng Nam Khánh*, 8A, THCS Thạch Thất, Thạch Thất; *Lê Ngọc Tùng*, 9A, THCS Nguyễn Trực, Thanh Oai, **Hà Nội**; *Nguyễn Tuấn Dương*, 8C5, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Trần Trung Thành*, 9E THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Trọng Tâm*, 9D, THCS Nhữ Bá Sỹ, thị trấn Bút Sơn, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Huy Hoàng*, 9B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**.

TRẦN QUANG HÙNG

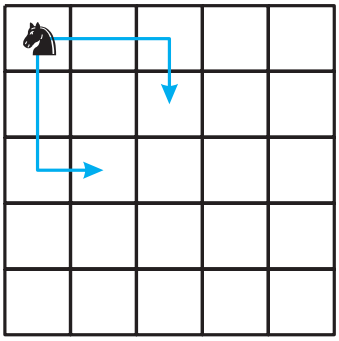
ĐỀ THI IMC ...

(Xem tiếp trang 31)

C. TỰ LUẬN (MỖI CÂU ĐÚNG ĐƯỢC 10 ĐIỂM, CÓ TÍNH ĐIỂM THÀNH PHẦN)

17. Anton và Benjie rời khỏi hai địa điểm A và B cùng một lúc. Anton đi xe đạp, còn Benjie đi bộ; cả hai đi cùng một hướng về địa điểm C. Vận tốc của Anton gấp 2,5 lần vận tốc của Benjie. Sau 2 giờ di chuyển, Anton bắt kịp Benjie ở một địa điểm D cách địa điểm C là 15 km. Nếu Benjie tăng vận tốc của mình thêm 3 km/h thì Anton sẽ bắt kịp Benjie ngay tại địa điểm C. Tính khoảng cách giữa hai địa điểm A và C (theo km).

18. Trong bảng ô vuông 5×5 bên dưới, quân mã đang đứng ở ô vuông góc trên bên trái của bảng. Biết rằng quân mã có thể di chuyển theo cách đi của cờ vua, hỏi sau 24 bước di chuyển, quân mã có thể đi qua tất cả các ô vuông của bảng, mỗi ô đúng một lần không? Nếu câu trả lời là có, hãy vẽ hình thể hiện cách đi của con mã. Nếu câu trả lời là không, hãy giải thích tại sao.





HƯỚNG DẪN GIẢI...

(Tiếp theo trang 55)

Câu 9. Áp dụng bất đẳng thức $\sqrt{x}+\sqrt{y} \le \sqrt{2(x+y)}$ và bất đẳng thức AM-GM ta có

$$\sqrt{\frac{a^2+1}{2}}-\sqrt{a}=\frac{\frac{a^2+1}{2}-a}{\sqrt{\frac{a^2+1}{2}}+\sqrt{a}} \ge \frac{1}{2}\frac{(a-1)^2}{\sqrt{2\left(\frac{a^2+1}{2}+a\right)}}$$

$$=\frac{1}{2}.\frac{(a-1)^2}{a+1}=\frac{1}{2}.\left(a-3+\frac{4}{a+1}\right).$$

Chứng minh tương tự rồi cộng theo vế các bất đẳng thức ta có:

$$\sqrt{\frac{a^2+1}{2}}-\sqrt{a}+\sqrt{\frac{b^2+1}{2}}-\sqrt{b}+\sqrt{\frac{c^2+1}{2}}-\sqrt{c}$$

$$+\sqrt{\frac{d^2+1}{2}}-\sqrt{d} \ge \frac{1}{2}(a+b+c+d)-6$$

$$+2\left(\frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+1}+\frac{1}{c+1}+\frac{1}{d+1}\right)$$

$$=\frac{1}{2}(a+b+c+d)-2=2\left[\frac{1}{4}(a+b+c+d)-1\right]$$

$$=2\left[\frac{1}{4}(a+1)+\frac{a}{a+1}+\frac{1}{4}(b+1)+\frac{b}{b+1}\right.$$

$$\left.+\frac{1}{4}(c+1)+\frac{c}{c+1}+\frac{1}{4}(d+1)+\frac{d}{d+1}-4\right]$$

$$\ge 2.(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d}-4)$$

$$=2.(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d})-8.$$

Suy ra điều phải chứng minh.

Câu 10. Gọi S_1 là tổng các số trên ô trắng thuộc hàng lẻ, cột lẻ. Gọi S_2 là tổng các số trên ô đen thuộc hàng lẻ, cột chẵn. Gọi S_3 là tổng các số trên ô đen thuộc hàng chẵn, cột lẻ. Gọi S_4 là tổng các số trên ô trắng thuộc hàng chẵn, cột chẵn.

$\Rightarrow S_1, S_2, S_3, S_4$ là các số nguyên dương.

Tổng các số ở hàng lẻ bằng

$S_1+S_2 \equiv 981 \equiv 1 \pmod 2$.

Tổng các số ở cột chẵn bằng

$S_2+S_4 \equiv 1010 \equiv 1 \pmod 2$.

Suy ra $S_1+S_4 \equiv 1 \pmod 2$.

Mà số các số 1 trong các ô trắng chính là tổng S_1+S_4.

Do đó có một số lẻ số 1 trong các ô trắng.

NEW

CÁCH GỬI BÀI ĐẾN TOÁN TUỔI THƠ

1. Bài gửi đăng

- Bài viết đã gửi đến Toán Tuổi thơ thì không gửi đến báo hay tạp chí khác.
- Nếu bài trích hoặc sưu tầm ở tài liệu khác thì phải ghi rõ nguồn gốc tài liệu "Sưu tầm". Nếu bài dịch ở tài liệu nào thì cần gửi kèm bản gốc.
- Bài viết có đủ và chính xác các thông tin: Họ tên, địa chỉ, số điện thoại, số tài khoản ngân hàng (nếu có) để tòa soạn tiện liên lạc và gửi nhuận bút.

2. Bài giải của học sinh

- Mỗi chuyên mục hay mỗi bài Thi giải toán qua thư: giải vào một tờ giấy, phía trên cùng có ghi rõ họ tên, địa chỉ rõ ràng, chính xác (lớp, trường, huyện quận, tỉnh thành).
- Chuyên mục Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ: giải liền 5 bài, có thể giải bằng tiếng Anh hoặc tiếng Việt.

3. Hình thức gửi bài

- Bài gửi đăng nên đánh máy, gửi kèm file vào email: bbttoantuoitho@gmail.com hoặc gửi bản gốc qua đường bưu điện.
- Bài giải của học sinh (viết tay) gửi về tòa soạn theo địa chỉ: **Tạp chí Toán Tuổi thơ, Tầng 2, nhà A, số 187B Giảng Võ, P. Cát Linh, Q. Đống Đa, Hà Nội.**

4. Thời hạn gửi bài

Thời hạn gửi bài là 1 tháng kể từ ngày phát hành. Do đó các bạn không nhất thiết phải gửi chuyển phát nhanh mà chỉ cần gửi thường hoặc gửi bảo đảm.

TTT



AUSTRALIAN MATHEMATICS COMPETITION AMC 2018

INTERMEDIATE DIVISION

AUSTRALIAN SCHOOL YEARS 9 AND 10

Time allowed: 60 *minutes*

ĐỖ TRUNG KIÊN *(Sưu tầm và giới thiệu)*

Questions 1 to 10, 3 marks each

1. The value of $\dfrac{2018-18}{1000}$ is

(A) 0.02 (B) 0.1 (C) 1 (D) 2 (E) 2000

2. What value is indicated on this charisma-meter?



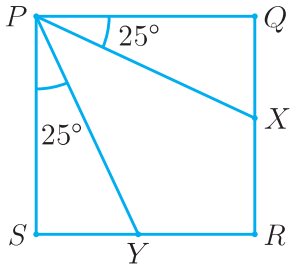
(A) 36.65 (B) 37.65 (C) 38.65
(D) 37.15 (E) 37.3

3. What is the difference between the sum and the product of 4 and 5?

(A) 1 (B) 8 (C) 9 (D) 11 (E) 20

4. In the diagram, PQRS is a square. What is the size of $\angle XPY$?

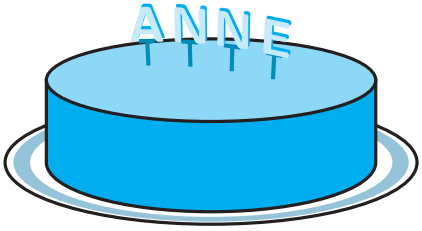
(A) 25° (B) 30° (C) 35° (D) 40° (E) 45°



5. Which of the following is not a whole number?

(A) 350 ÷ 2 (B) 350 ÷ 7 (C) 350 ÷ 5
(D) 350 ÷ 25 (E) 350 ÷ 20

6. Nora, Anne, Warren and Andrew bought plastic capital letters to spell each of their names on their birthday cakes. Their birthdays are on different dates, so they planned to reuse letters on different cakes.



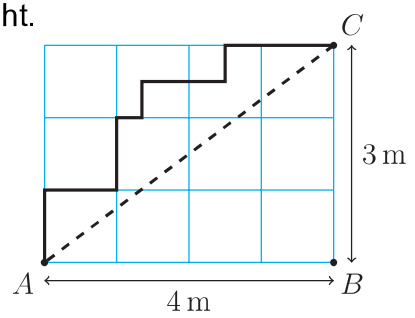
What is the smallest number of letters they needed?

(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

7. In years, 2018 days is closest to

(A) 4.5 years (B) 5 years (C) 5.5 years
(D) 6 years (E) 6.5 years

8. Two paths from A to C are pictured. The stepped path consists of horizontal and vertical segments, whereas the dashed path is straight.



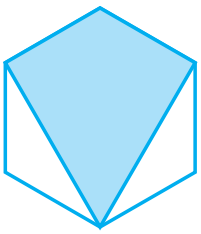
What is the difference in length between the two paths?

(A) 1 m (B) 2 m (C) 3 m (D) 4 m (E) 0 m

9. The value of $9 \times 1.2345 - 9 \times 0.1234$ is

(A) 9.9999 (B) 9 (C) 9.0909
(D) 10.909 (E) 11.1111

10. What fraction of this regular hexagon is shaded?



(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{3}{5}$ (E) $\frac{4}{5}$

Questions 11 to 20, 4 marks each

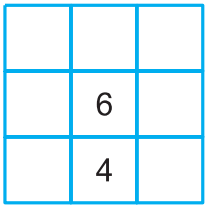
11. The cost of feeding four dogs for three days is \$60. Using the same food costs per dog per day, what would be the cost of feeding seven dogs for seven days?

(A) \$140 (B) \$200 (C) \$245
(D) \$350 (E) \$420

12. In a certain year there were exactly four Tuesdays and exactly four Fridays in the month of December. What day of the week was 31 December?

(A) Monday (B) Wednesday
(C) Thursday (D) Friday (E) Saturday

13. Fill in this diagram so that each of the rows, columns and diagonals adds to 18.



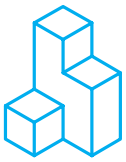
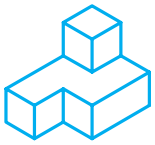
What is the sum of all the corner numbers?

(A) 20 (B) 22 (C) 23 (D) 24 (E) 25

14. The sum of 4 consecutive integers is t. In terms of t, the smallest of the four integers is

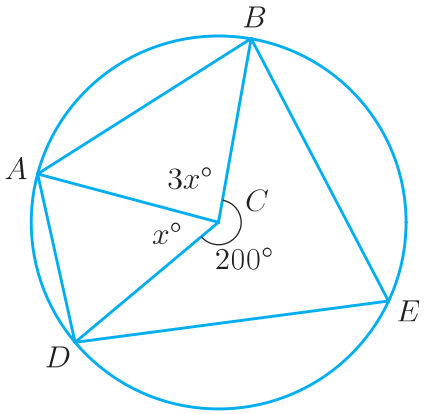
(A) $\frac{t-10}{4}$ (B) $\frac{t-2}{4}$ (C) $\frac{t-3}{4}$
(D) $\frac{t-4}{4}$ (E) $\frac{t-6}{4}$

15. A 3-dimensional object is formed by gluing six identical cubes together. Four of the diagrams below show this object viewed from different angles, but one diagram shows a different object. Which diagram shows the different object?

(A)  (B)  (C) 

(D)  (E) 

16. In the circle shown, C is the centre and A, B, D and E all lie on the circumference. Reflex ∠BCD = 200°, ∠DCA = x° and ∠BCA = 3x° as shown.



The ratio of ∠DAC : ∠BAC is

(A) 3 : 1 (B) 5 : 2 (C) 8 : 3
(D) 7 : 4 (E) 7 : 3

17. Allan and Zarwa are playing a game tossing a coin. Allan wins as soon as a head is tossed and Zarwa wins if two tails are tossed. The probability that Allan wins is

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{5}{8}$ (D) $\frac{2}{3}$ (E) $\frac{3}{4}$

18. In this expression

$$\square\ \frac{1}{3}\ \square\ \frac{1}{4}\ \square\ \frac{1}{5}\ \square\ \frac{1}{6}\ \square\ \frac{1}{7}$$

we place either a plus sign or a minus sign in each box so that the result is the smallest positive number possible. The result is

(A) between 0 and $\frac{1}{100}$

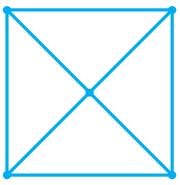
(B) between $\frac{1}{100}$ and $\frac{1}{50}$

(C) between $\frac{1}{50}$ and $\frac{1}{20}$

(D) between $\frac{1}{20}$ and $\frac{1}{10}$

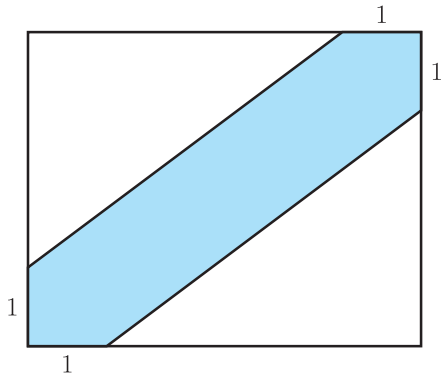
(E) between $\frac{1}{10}$ and 1

19. A town is laid out in a square of side 1 kilometre, with six straight roads as shown. Each day the postman must walk the full length of every road at least once, starting wherever he likes and ending wherever he likes. How long is the shortest route he can take, in kilometres?



(A) $4+\frac{\sqrt{2}}{2}$ (B) $4+\sqrt{2}$ (C) $4+2\sqrt{2}$
(D) $4+3\sqrt{2}$ (E) $5+2\sqrt{2}$

20. A rectangle with integer sides has a diagonal stripe which starts 1 unit from the diagonal corners, as in the diagram. The area of the stripe is exactly half of the area of the rectangle. What is the perimeter of this rectangle?



(A) 14 (B) 16 (C) 18 (D) 20 (E) 22

Questions 21 to 25, 5 marks each

21. How many digits does the number 20^{18} have?

(A) 24 (B) 38 (C) 18 (D) 36 (E) 25

22. In this subtraction, the first number has 100 digits and the second number has 50 digits.

$$\underbrace{111\ldots111}_{\text{100 digits}} - \underbrace{222\ldots222}_{\text{50 digits}}$$

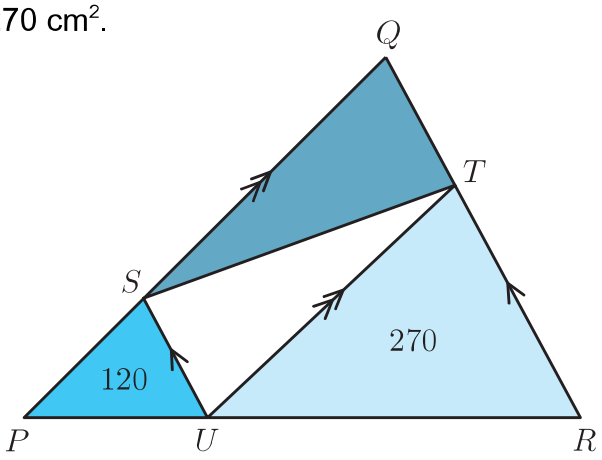
What is the sum of the digits in the result?

(A) 375 (B) 420 (C) 429 (D) 450 (E) 475

23. Suppose p is a two-digit number and q has the same digits, but in reverse order. The number $p^2 - q^2$ is a non-zero perfect square. The sum of the digits of p is

(A) 7 (B) 9 (C) 11 (D) 12 (E) 13

24. In triangle ΔPQR, U is a point on PR, S is a point on PQ, T is a point on QR with US // RQ, and UT // PQ. The area of ΔPSU is 120 cm^2 and the area of ΔTUR is 270 cm^2.



The area of ΔQST, in square centimetres, is

(A) 150 (B) 160 (C) 170
(D) 180 (E) 200

25. This year Ann's age is the sum of the digits of her maths teacher's age. In five years Ann's age will be the product of the digits of her maths teacher's age at that time. How old is Ann now?

(A) 11 (B) 13 (C) 15 (D) 14 (E) 16

For questions 26 to 30, shade the answer as an integer from 0 to 999 in the space provided on the answer sheet. Questions 26 to 30 are worth 6, 7, 8, 9 and 10 marks, respectively.

26. I have a three-digit number, and I add its digits to create its digit sum. When the digit sum of my number is subtracted from my number, the result is the square of the digit sum. What is my three-digit number?

27. A road from Tamworth to Broken Hill is 999km long. There are road signs each kilometre along the road that show the distances (in kilometres) to both towns as shown in the diagram.



How many road signs are there that use exactly two different digits?

28. In the division shown, X, Y and Z are different non-zero digits.

$$\begin{array}{r} Z\ X \quad \text{rem. } Y \\ 8\overline{)\ X\ Y\ Z} \end{array}$$

What is the three-digit number XYZ?

29. An infinite increasing list of numbers has the property that the median of the first n terms equals the nth odd positive integer. How many numbers in the list are less than 2018?

30. For $n \geq 3$, a pattern can be made by overlapping n circles, each of circumference 1 unit, so that each circle passes through a central point and the resulting pattern has order-n rotational symmetry. For instance, the diagram shows the pattern where $n = 7$. If the total length of visible arcs is 60 units, what is n?





SỬ DỤNG YẾU TỐ BẤT BIẾN ĐỂ GIẢI MỘT SỐ BÀI TOÁN SỐ HỌC

NGÔ THƯỢNG THỦY
GV. THCS Độc Lập, TP. Thái Nguyên, Thái Nguyên

Trong một số bài toán số học nếu sử dụng yếu tố bất biến thì ta sẽ tìm được lời giải của bài toán một cách dễ dàng. Sau đây ta sẽ xét một số bài toán minh họa.

Bài toán 1. Hai bạn An và Bình chơi cờ vua với nhau. Sau mỗi ván cờ, người thắng được 2 điểm, người thua được 0 điểm và nếu hòa thì mỗi người được 1 điểm. Hỏi sau một số ván thi đấu nào đó, có thể xảy ra trường hợp bạn An được 10 điểm và bạn Bình được 15 điểm hay không? Vì sao?

Lời giải. Ta thấy sau mỗi ván cờ, tổng số điểm của hai bạn An và Bình sẽ tăng thêm 2 điểm; mà ban đầu tổng số điểm của hai bạn là 0 điểm. Suy ra, ở mọi thời điểm tổng số điểm của hai bạn luôn là số chẵn.

Vì 10 + 15 = 25 là số lẻ nên không thể xảy ra trường hợp bạn An được 10 điểm và bạn Bình được 15 điểm sau một số ván thi đấu nào đó.

Nhận xét. *Điều mấu chốt của bài toán này là tổng số điểm của hai bạn luôn là số chẵn sau mỗi ván cờ. Đây cũng chính là yếu tố bất biến của bài toán mà chúng ta cần tìm ra.*

Bài toán 2. Bạn Nam viết lên bảng các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 2019. Sau đó, bạn thực hiện một trò chơi như sau: Mỗi lần xóa đi hai số tự nhiên bất kì trong các số đó và viết lên bảng một số mới bằng tổng các lập phương của hai số đã xóa. Việc làm này thực hiện liên tiếp đến khi trên bảng còn lại đúng một số. Hỏi số đó có chia hết cho 6 không? Vì sao?

Lời giải. Tổng của 2019 số trên bảng lúc đầu là S = 1 + 2 + 3 + ... + 2019 = 1010.2019.

Ta thấy S chia hết cho 6.

Sau mỗi lần xóa đi hai số bất kì và thay vào đó là tổng các lập phương của hai số đó, chẳng hạn xóa hai số a và b thì tổng các số còn lại trên bảng tăng một lượng là

$T = a^3 + b^3 - a - b = a(a-1)(a+1) + b(b+1)(b-1) \vdots 6.$

Suy ra ở mọi thời điểm tổng các số còn lại trên bảng luôn chia hết cho 6 (yếu tố bất biến).

Vậy đến khi trên bảng còn lại đúng một số thì số đó chia hết cho 6.

Bài toán 3. Cho n là một số nguyên dương lẻ. Ta viết các số 1, 2, 3, ..., 2n lên bảng. Ta thực hiện việc xóa hai số bất kì trên bảng, chẳng hạn là a và b và thay vào đó số |a – b|. Việc đó được thực hiện đến khi trên bảng còn lại đúng một số. Hỏi đó là số lẻ hay số chẵn? Vì sao?

Lời giải. Gọi S là tổng của 2n số trên bảng ban đầu.

Ta có S = 1 + 2 + 3 + ... + 2n = n(2n + 1) là số lẻ.

Sau mỗi lần xóa đi hai số, chẳng hạn là a, b và thay vào đó số |a – b| thì tổng các số trên bảng giảm đi một lượng là T = a + b – |a – b| là số chẵn.

Do đó tổng các số còn lại trên bảng ở mọi thời điểm luôn là số lẻ.

Vậy đến khi trên bảng còn lại đúng một số thì đó phải là số lẻ.

Nhận xét. *Yếu tố bất biến của bài toán là: "Tổng các số còn lại trên bảng luôn là số lẻ sau mỗi lần xóa".*

Bài toán 4. Trên bảng, người ta viết 2019 dấu (–) và 2020 dấu (+). Ta thực hiện việc xóa hai dấu bất kì trên bảng theo nguyên tắc sau:

Nếu hai dấu bị xóa đi giống nhau, ta thay bằng một dấu (+);

Nếu hai dấu bị xóa đi khác nhau, ta thay bằng một dấu (–).

Thực hiện việc đó đến khi trên bảng còn lại đúng một dấu. Hỏi đó là dấu gì? Vì sao?

Lời giải. Ta phát biểu lại bài toán như sau:

"Ta thay 2020 dấu (+) trên bảng bởi 2020 số 1 và 2019 dấu (–) là 2019 số –1. Mỗi lần ta xóa hai số và thay vào đó là một số bằng tích hai số vừa xóa. Hỏi số cuối cùng còn lại trên bảng là số nào?".

Sau mỗi lần thực hiện trò chơi thì tích các số trên bảng không thay đổi.

Do đó số cuối cùng còn lại trên bảng là $1^{2020}.(-1)^{2019} = -1$.

Vậy cuối cùng trên bảng còn lại dấu (–).

Nhận xét. *Yếu tố bất biến của bài toán là số dấu trừ trên bảng ở mọi thời điểm luôn là số lẻ (số các số –1 trên bảng ở mọi thời điểm luôn là số lẻ).*

Bài toán 5. Trên một bảng đen, ta viết ba số $\sqrt{2}$, 2, $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Ta bắt đầu thực hiện một trò chơi như sau: Mỗi lần chơi ta xóa hai số nào đó trong ba số trên bảng, giả sử là a và b, rồi viết vào hai vị trí vừa xóa hai số mới là $\frac{a+b}{\sqrt{2}}$ và $\frac{|a-b|}{\sqrt{2}}$ đồng thời giữ nguyên số còn lại.

Như vậy sau mỗi lần chơi trên bảng luôn có ba số. Chứng minh rằng, dù ta có chơi bao nhiêu lần đi nữa thì trên bảng không thể có đồng thời ba số $\sqrt{2}$, $1+\sqrt{2}$, $\frac{1}{2\sqrt{2}}$.

(Đề thi tuyển sinh lớp 10 trường THPT chuyên ĐHSP Hà Nội, năm học 2010 - 2011)

Lời giải.

Ta thấy $a^2+b^2=\left(\frac{a+b}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\frac{|a-b|}{\sqrt{2}}\right)^2$.

Vậy tổng các bình phương của hai số bị xóa và tổng các bình phương của hai số viết vào luôn không đổi. Mặt khác, do số còn lại giữ nguyên nên tổng các bình phương của ba số trên bảng luôn không đổi sau mỗi lần xóa.

Mặt khác $(\sqrt{2})^2+2^2+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$

$\neq (\sqrt{2})^2+(1+\sqrt{2})^2+\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2$.

Do đó nếu ta thực hiện trò chơi bao nhiêu lần đi nữa thì trên bảng không thể có đồng thời ba số $\sqrt{2}$, $1+\sqrt{2}$, $\frac{1}{2\sqrt{2}}$.

Nhận xét. *Yếu tố bất biến của bài toán là: "tổng các bình phương của ba số còn lại trên bảng luôn không đổi".*

Bài tập vận dụng

Bài 1. Có một tờ giấy đủ lớn. Ta thực hiện việc xé tờ giấy đó theo nguyên tắc sau: Lấy tờ giấy đó xé làm 4 mảnh nhỏ, lại lấy một trong 4 mảnh đó xé làm 4 mảnh nhỏ hơn. Tiếp tục lấy một trong 4 mảnh đó lại xé làm 4 mảnh nhỏ hơn nữa. Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi có khi nào ta thu được 2019 mảnh giấy sau một lần xé nào đó hay không? Vì sao?

Bài 2. Cho một dãy gồm 100 số nguyên dương chẵn liên tiếp 2, 4, 6, 8, ..., 200. Sau khi thêm 99 dấu (dấu cộng hoặc dấu trừ) vào giữa các số trên một cách tùy ý và làm phép tính thì An được kết quả là 34, Bình được kết quả là –10. Chứng minh rằng cả hai bạn đều tính sai.

Bài 3. Một người có 51 viên bi rất đặc biệt, trong đó có 15 viên bi vàng, 17 viên bi đỏ và 19 viên bi xanh. Khi hai viên bi khác màu chạm vào nhau thì nó chuyển sang màu của viên bi thứ ba còn nếu hai viên bi cùng màu chạm vào nhau thì nó sẽ giữ nguyên màu. Hỏi có khi nào mà tất cả các viên bi có cùng màu hay không? Vì sao?

Bài 4. Trên bảng cho ba số 1, $1+\sqrt{2}$, $1-\sqrt{2}$. Ta bắt đầu thực hiện một trò chơi như sau: Mỗi lần chơi ta xóa cả ba số trên bảng và thay vào đó ba số, mỗi số bằng trung bình cộng của hai số trong ba số đó. Hỏi có thể sau một lần chơi nào đó, ta nhận được ba số 1, $2+\sqrt{2}$, $2-\sqrt{2}$ hay không? Vì sao?

CÁCH VẼ HÌNH VÀ LỜI GIẢI BÀI HÌNH HỌC TRONG KÌ THI IMO 2019

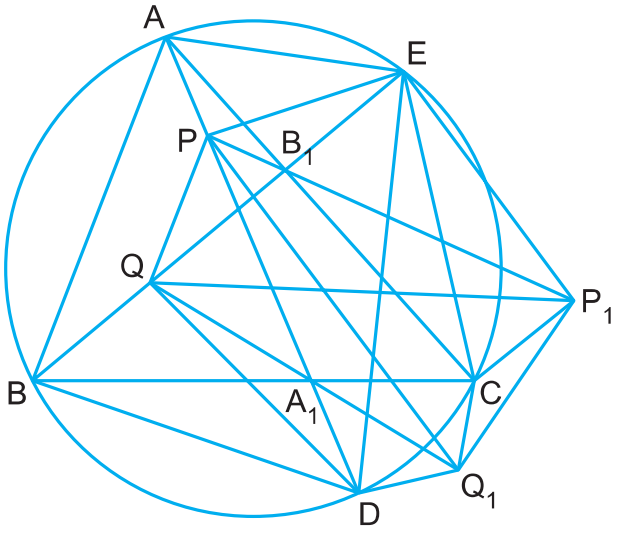
ThS. NGUYỄN BÁ ĐANG
Hà Nội

Kì thi Olympic toán quốc tế (IMO) năm 2019 lần thứ 60 được tổ chức tại Vương quốc Anh từ ngày 11 tháng 7 đến 22 tháng 7, có 621 thí sinh đến từ 112 quốc gia và vùng lãnh thổ tham dự.

Trong bài viết này, tôi muốn giới thiệu bài 2 là bài hình học phẳng, bài này điểm trung bình của các thí sinh là 2,4.

Để giải quyết bài toán này, không phải kẻ thêm nhiều đường, tuy nhiên bước vẽ hình nhiều em thấy lúng túng, mất thời gian. Sau đây tôi muốn chia sẻ cùng các bạn từ cách vẽ hình dẫn tới lời giải của bài toán.

Bài toán. Cho tam giác ABC, các điểm A_1, B_1 tương ứng thuộc cạnh BC và AC, các điểm P và Q tương ứng thuộc AA_1, BB_1 sao cho PQ song song AB. Điểm P_1 thuộc PB_1 sao cho B_1 nằm giữa P và P_1 thỏa mãn $\widehat{PP_1C} = \widehat{BAC}$. Tương tự Q_1 thuộc QA_1 sao cho A_1 nằm giữa Q và Q_1 thỏa mãn $\widehat{CQ_1Q} = \widehat{ABC}$. Chứng minh rằng bốn điểm P, Q, P_1, Q_1 cùng nằm trên một đường tròn.



Cách vẽ hình. Theo giả thiết điểm P_1 thuộc PB_1 sao cho B_1 nằm giữa P và P_1 thỏa mãn $\widehat{PP_1C} = \widehat{BAC}$, kéo dài B_1P cắt AB tại M, từ $\widehat{PP_1C} = \widehat{BAC}$, suy ra $\widehat{MP_1C} = \widehat{MAC}$.

Từ đó suy ra cách dựng điểm P_1 là giao điểm của PB_1 với cung tròn chứa góc α dựng trên đoạn MC (với $\widehat{BAC} = \alpha$).

Ta chỉ cần dựng cung tròn qua ba điểm M, A, C, từ đó xác định được điểm P_1.

Tương tự ta dựng được được điểm Q_1.

(Các bạn tự thực hiện).

Lời giải. Gọi giao điểm của AA_1, BB_1 với đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC lần lượt là D và E.

Vì tứ giác AEDB nội tiếp nên $\widehat{ABE} = \widehat{ADE}$.

Kết hợp với giả thiết PQ // AB ta có

$\widehat{PQE} = \widehat{ABE} = \widehat{ADE} = \widehat{PDE}$.

Suy ra tứ giác PQDE nội tiếp. (1)

Theo giả thiết ta có $\widehat{PP_1C} = \widehat{BAC}$.

Mặt khác $\widehat{B_1EC} = \widehat{BEC} = \widehat{BAC}$.

Do đó $\widehat{B_1EC} = \widehat{B_1P_1C}$.

Suy ra tứ giác B_1EP_1C nội tiếp, từ đó

$\widehat{EP_1P} = \widehat{EP_1B_1} = \widehat{ECB_1} = \widehat{ECA} = \widehat{EBA} = \widehat{EQP}$.

Do đó tứ giác EP_1QP nội tiếp. (2)

Tương tự tứ giác DQ_1PQ nội tiếp. (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra suy ra tứ giác PQDE nội tiếp.

Do đó sáu điểm P, Q, D, Q_1, P_1, E cùng nằm trên một đường tròn.

Vậy bốn điểm P, Q, P_1, Q_1 cùng nằm trên một đường tròn.



MỘT SỐ BÀI TOÁN VỀ LUYỆN VÀNG BẠC TRONG HAI CUỐN SÁCH TOÁN CỔ CỦA VIỆT NAM

TẠ DUY PHƯỢNG *(Viện Toán học)*
PHẠM VŨ LỘC *(Viện Hàn lâm KH&CN Việt Nam)*
ĐOÀN THỊ LỆ *(Đại học Thanh Hoa, Đài Loan)*
CUNG THỊ KIM THÀNH, PHAN THỊ ÁNH TUYẾT

Bài viết này xin giới thiệu một số bài toán về pha chế vàng bạc trong hai cuốn sách toán viết bằng chữ Hán của hai tác giả Phạm Gia Kỷ và Nguyễn Hữu Thận (đầu thế kỉ XIX).

1. Nhập đề

Vàng là kim loại hiếm, có nhiều tính chất lí-hóa tốt: mềm, dễ uốn, dễ dát mỏng, có ánh vàng đẹp, không phản ứng với các hóa chất,… nên "*quý như vàng*". Vàng dùng làm vật chuẩn (khuôn vàng thước ngọc) để trao đổi tiền tệ, đánh giá hàng hóa, lưu giữ tài sản, làm đồ trang sức,...

Vì quý nên vàng cũng có mặt trong nhiều câu ca dao, tục ngữ, thành ngữ.

Vàng chịu lửa tốt (nóng chảy ở nhiệt độ 1064,18° C). Tục ngữ có câu: Lửa thử vàng, gian nan thử sức; vàng thật không sợ lửa; gan vàng dạ sắt, hay câu ca dao khẳng định giá trị cá nhân qua thử thách:

Thấp cao mới biết tuổi vàng
Gặp cơn lửa đỏ vàng càng thêm tươi

Ca dao nói về khó khăn khi đến nơi xa lạ:

Ví dầu vàng chín vàng mười
Vàng tới đất người vàng cũng ra thau.

Thau là hợp chất giữa đồng và kẽm, có màu vàng lợt. Về giá trị, vàng hơn hẳn thau, nhưng về hình thức, vàng và thau có màu sắc như nhau, dễ nhầm lẫn. Ca dao trách bạn không tin nhau:

Thật vàng chẳng phải thau đâu
Mà đem thử lửa cho đau lòng vàng.

Ca dao chê người không tinh, bỏ tốt lấy xấu:

Vàng mười chê đắt không mua
Mua lấy vàng bẩy thiệt thua trăm đường.

Trong các câu ca dao, tục ngữ trên, và trong cuộc sống, trong sách vở, các từ: vàng bẩy, vàng chín, vàng mười, thật vàng, vàng bốn số chín, tuổi vàng, ... có ý nghĩa như thế nào?

2. Toán luyện vàng bạc trong Đại thành toán học chỉ minh và trong Ý Trai toán pháp nhất đắc lục

Một dạng toán thực tế quan trọng trong cuộc sống là dạng toán pha chế: pha chế vàng bạc làm đồ trang sức, pha chế đồng trong đúc chuông, thêm vi chất (chất có lượng rất nhỏ) trong luyện kiếm cho có đủ độ dẻo, sắc, bền, ... Dưới đây là 6 bài toán đơn giản về pha chế vàng bạc trong cuốn sách chữ Hán Đại thành toán học chỉ minh 大成算學指明, do Sơn Tây Bố chánh sứ Phạm Gia Kỷ 范嘉紀 khởi thảo, và quan Tư nghiệp Quốc tử giám Phạm Gia Chuyên 范嘉璿 hiệu đính. Sách viết khoảng những năm 1840.

Phạm Gia Kỷ viết: Số vàng bạc 100% là đủ sắc. Nếu có tạp chì, đồng, thì vì sắc vàng sắc bạc mà gọi chúng là sắc, phân biệt với hạng đủ sắc vậy.

Như vậy, vàng đủ sắc (vàng mười, thật vàng, vàng thật, vàng tuyệt hảo) là vàng nguyên chất, 100% vàng, không pha tạp chất. Vàng bảy (vàng tuổi 7) là vàng có 70% vàng, cũng gọi là vàng 70 sắc. Vàng bốn số chín là vàng 99,99% (0,01% tạp chất). Vàng 24K (24 Kara) là vàng tinh khiết đến phần nghìn (từ 99,9% đến 100%), cũng coi là vàng đủ sắc.

Gọi x là số lạng vàng (nguyên chất) trong y lạng hợp chất. Khi ấy tuổi (sắc) của vàng là $n = x : y \times 100\%$. Biết hai trong ba đại lượng x, y, n ta dễ dàng tìm được đại lượng thứ ba.

Bài 1. ([1], trang 44b) Nay có 327 lạng 2 tiền 1 phân bạc nén đủ sắc, muốn đổ (pha chế) thành bạc 75 sắc, được bao nhiêu?

Giải. Gọi y là khối lượng hợp chất. Ta có

$$\frac{327,21}{y} = \frac{75}{100}$$

$$\Rightarrow y = (327,21 \times 100) : 75 = 436,28.$$

Đáp số: 436 lạng 2 tiền 8 phân.

Bài 2. ([1], trang 44b) Nay có 63 lạng bạc 85. Hỏi đổ nấu bạc nén đủ sắc được bao nhiêu?

Giải. Gọi x là bạc đủ sắc. Khi ấy ta có

$$\frac{x}{63}=\frac{85}{100}\Rightarrow x=(63\times 85):100=53,55.$$

Đáp số: 53 lạng 5 tiền 5 phân.

Bài 3. ([1], trang 45a) Nay có 6 lạng 4 tiền 6 phân bạc nén đủ sắc, đổ thành 7 lạng 6 tiền bạc, là bạc sắc nào?

Giải. Gọi n% là sắc bạc đổ được. Ta có

$$\frac{6,46}{7,6}=\frac{n}{100}\Rightarrow n=(6,46\times 100):7,6=85\%.$$

Đáp số: bạc sắc 85.

Bài 4. ([1], trang 45a) Có 44 lạng bạc nén đủ sắc, đổ thành bạc 88 sắc. Hỏi dùng bao nhiêu đồng?

Giải. Gọi y là khối lượng hợp chất. Ta có

$$\frac{44}{y}=\frac{88}{100}\Rightarrow y=(44\times 100):88=50 \text{ lạng.}$$

Vậy số đồng cần thêm vào là

$50-44=6$ lạng.

Bài 5. ([1], trang 45b) Nay có 1 lạng 8 tiền 4 phân đồng, nấu bạc 77 sắc. Hỏi cần dùng bao nhiêu bạc nén?

Giải. Bạc 77 sắc nghĩa là có 23% đồng. Gọi y là khối lượng bạc pha đồng.

Ta có

$$\frac{1,84}{y}=\frac{23}{100}\Rightarrow y=\frac{1,84\times 100}{23}=8 \text{ lạng.}$$

Vậy số bạc cần để có được bạc sắc 77 là:

$8-1,84=6,16$ (6 lạng 1 tiền 6 phân).

Bài 6. ([1], trang 45a) Nay có 36 lạng bạc 83, đổ thành bạc 92. Hỏi được bao nhiêu bạc 92?

Giải. Gọi x là bạc đủ sắc (nguyên chất).

Ta có

$$\frac{x}{36}=\frac{83}{100}\Rightarrow x=(36\times 83):100=29,88.$$

Gọi y là số bạc sắc 92.

Suy ra $\frac{29.88}{y}=\frac{92}{100}\Rightarrow y=(29,88\times 100):92$

$=32,47826...\approx 32,47826.$

Đáp số: 32 lạng 4 tiền 7 phân 8 li 2 hào 6 ti.

Trong Ý Trai toán pháp nhất đắc lục (意齋算法一得錄 - Một điều tâm đắc về toán của ý Trai, khởi thảo năm 1812, hoàn thành năm 1829, gồm 8 quyển) của Ý Trai Nguyễn Hữu Thận 意齋 阮有慎 có *bài toán luyện vàng sau:*

Bài 7. ([2], Quyển 7, trang 189) Giả sử có vàng chưa đủ sắc, muốn luyện thành vàng thượng hảo, phải qua bốn lần luyện. Lần thứ nhất hơi nóng lò lửa bớt đi $\frac{1}{3}$, lần thứ 2 hơi nóng bớt đi $\frac{1}{4}$ số ban đầu, lần thứ 3 hơi nóng bớt đi $\frac{1}{5}$ so với số ban đầu, lần thứ 4 hơi nóng bớt đi $\frac{1}{6}$ so với số ban đầu. Hiện thu được 9 lượng vàng thượng hảo. Hỏi số vàng không đủ sắc ban đầu là bao nhiêu?

Giải (theo ngôn ngữ hiện đại). Gọi x là số quặng (vàng không đủ sắc) ban đầu. Sau lần luyện thứ nhất (làm nóng chảy tạp chất, bốc hơi), số vàng (chưa đủ sắc) còn lại là $x-\frac{x}{3}$.

Tương tự, sau lần luyện thứ hai, thứ ba và thứ tư, số hợp chất còn lại tương ứng là

$$x-\frac{x}{3}-\frac{x}{4};\ x-\frac{x}{3}-\frac{x}{4}-\frac{x}{5};\ x-\frac{x}{3}-\frac{x}{4}-\frac{x}{5}-\frac{x}{6}.$$

Theo bài ra ta có $x-\frac{x}{3}-\frac{x}{4}-\frac{x}{5}-\frac{x}{6}=9.$

Số vàng chưa đủ sắc ban đầu là $x=180$ lượng.

3. Tài liệu trích dẫn

[1] Phạm Gia Kỷ 范嘉紀, Đại thành toán học chỉ minh 大成算學指明, Thư viện viện nghiên cứu Hán Nôm, Kí hiệu: A. 1555 (một bản duy nhất).

[2] Nguyễn Hữu Thận 阮有慎, Ý Trai toán pháp nhất đắc lục 意齋算法一得錄, Thư viện viện nghiên cứu Hán Nôm, Kí hiệu: A.1336, A.1336a, A.982, VHv.1184 (3 phiên bản).



SỬ DỤNG TÍNH CHẴN LẺ ĐỂ GIẢI MỘT SỐ BÀI TOÁN SỐ HỌC

NGUYỄN NGỌC HÙNG
GV. THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, Hà Tĩnh

Khi giải các bài toán số học nếu biết vận dụng khéo léo tính chẵn lẻ, ta sẽ tìm được lời giải ngắn gọn của các bài toán đó. Sau đây ta xét một số bài toán minh họa.

Bài toán 1. Tìm các số nguyên a, b, c, d thỏa mãn $|a-b|+|b-c|+|c-d|+|d-a|=2019$. (1)

Lời giải. Ta thấy với mọi số nguyên x thì $|x|+x=0$ khi $x<0$ và $|x|+x=2x$ khi $x\ge 0$.

Do đó $|x|+x$ luôn là một số chẵn.

Giả sử tồn tại các số nguyên a, b, c, d thỏa mãn (1).

Suy ra $2019=|a-b|+|b-c|+|c-d|+|d-a|$

$=(|a-b|+a-b)+(|b-c|+b-c)$

$+(|c-d|+c-d)+(|d-a|+d-a)$ là một số chẵn (Vô lí).

Vậy không tồn tại các số nguyên a, b, c, d thỏa mãn (1).

Bài toán 2. Tìm các cặp số nguyên (x; y) thỏa mãn $10^x+144y=2017$.

Lời giải. Ta có

$10^x+144y=2017\Leftrightarrow 10^x=2017-144y$.

Suy ra 10^x là số nguyên, từ đó $x\in\mathbb{N}$.

Khi đó $10^x=2017-144y$ là một số lẻ, suy ra $x=0$. Từ đó $y=14$.

Vậy (x; y) = (0; 14).

Bài toán 3. Tồn tại hay không số nguyên x thỏa mãn $(x-3)^2+(x-2)^2+|x-1|+x=1001$?

Lời giải. Vì x − 3, x − 2, x − 1, x là 4 số nguyên liên tiếp nên có 2 số chẵn, 2 số lẻ.

Do đó $(x-3)^2+(x-2)^2+|x-1|+x$ luôn là một số chẵn.

Mà 1001 là số lẻ.

Vậy không tồn tại số nguyên x thỏa mãn bài toán.

Bài toán 4. Cho biểu thức $A=2(1^2+2^2+3^2+...+2017^2)$. Hỏi A có là bình phương của một số nguyên hay không ?

Lời giải. Đặt

$B=1^2+2^2+3^2+...+2017^2$

$=(2^2+4^2+...+2016^2)+(1^2+3^2+...+2017^2)$.

Số các số hạng của tổng $1^2+3^2+...+2017^2$ là (2017 − 1) : 2 + 1 = 1009 là số lẻ.

Do đó B là số lẻ, từ đó A chia hết cho 2 và A không chia hết cho 4.

Vậy A không thể là bình phương của một số nguyên.

Bài toán 5. Có tồn tại hay không các số tự nhiên m và n thỏa mãn $\frac{1}{4}(m-n)(m+n)\left[1+(-1)^{m+n}\right]=501$?

Lời giải. Đặt

$A=\frac{1}{4}(m-n)(m+n)\left[1+(-1)^{m+n}\right]$.

Ta có (m − n) + (m + n) = 2m là số chẵn nên m − n và m + n có cùng tính chẵn lẻ.

- Nếu m + n là số lẻ thì $1+(-1)^{m+n}=0$

$\Rightarrow A=0$.

- Nếu m + n là số chẵn thì m − n là số chẵn và $1+(-1)^{m+n}=2\Rightarrow m-n=2k$ và $m+n=2h$ với $k\in\mathbb{Z}$, $h\in\mathbb{N}$.

Suy ra $A=\frac{1}{4}.2k.2h.2=2kh$ là số chẵn.

Do đó $A\neq 501$.

Vậy không tồn tại các số tự nhiên m và n thỏa mãn bài toán.

Bài toán 6. Tìm các số nguyên dương x và y thỏa mãn $2^x + (x^2+1)(y^2-6y+8) = 0$. (1)

Lời giải. Từ (1) suy ra

$$1-(y^2-6y+9) = \frac{2^x}{x^2+1} > 0$$

$\Rightarrow (y-3)^2 < 1 \Rightarrow (y-3)^2 = 0 \Rightarrow y = 3.$

Thay y = 3 vào (1) ta được

$2^x = x^2+1 \Leftrightarrow 2^x - 2 = x^2 - 1$

$\Leftrightarrow 2^x - 2 = (x-1)(x+1)$. (2)

Do x là số nguyên dương nên từ (2) suy ra x là số lẻ.

Do đó (x – 1)(x + 1) chia hết cho 4 hay

$2^x - 2 = 2(2^{x-1}-1) \vdots 4 \Rightarrow (2^{x-1}-1) \vdots 2.$

Suy ra 2^{x-1} là số lẻ, từ đó x – 1 = 0 hay x = 1.

Vậy (x; y) = (1; 3).

Bài toán 7. Có tồn tại hay không số nguyên dương n thỏa mãn $2^{n+1}-1$ và $2^{n-1}(2^n-1)$ đều là lập phương của các số nguyên ?

Lời giải. Giả sử $2^{n+1}-1 = a^3$ $(a \in \mathbb{N})$.

Từ đó a > 1 và $a^2 - a = a(a-1)$ là một số chẵn. Suy ra $a^2 - a + 1$ là một số lẻ.

Vì a > 1 nên $a^2 - a + 1 \geq 3$.

Do đó $2^{n+1} = a^3 + 1 = (a+1)(a^2-a+1)$.

(Vô lí vì vế trái chỉ có ước nguyên tố là 2, vế phải có ước nguyên tố lẻ khác 2).

Vậy không tồn tại n thỏa mãn bài toán.

Bài toán 8. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $(2x+5y+1)(2^{|x|}+x^2+x+y) = 105$. (1)

Lời giải. Vì 105 là số lẻ nên 2x + 5y + 1 là số lẻ.

Suy ra y là số chẵn, mà $x^2 + x = x(x+1)$ là số chẵn nên $2^{|x|}$ là số lẻ hay x = 0.

Thay x = 0 vào (1) được

$(5y+1)(y+1) = 105 \Rightarrow y = 4$ vì $y \in \mathbb{Z}$.

Vậy (x; y) = (0; 4).

Bài toán 9. Tìm các số nguyên tố x, y thỏa mãn $x^2 - 6y^2 = 1$.

Lời giải. Ta có

$x^2 - 6y^2 = 1 \Rightarrow x^2 - 1 = 6y^2$

$\Leftrightarrow (x-1)(x+1) = 6y^2.$

Vì $6y^2 \vdots 2 \Rightarrow (x-1)(x+1) \vdots 2.$

Mà x – 1 + x + 1 = 2x là số chẵn nên x – 1 và x + 1 cùng tính chẵn lẻ.

Do đó x – 1 và x + 1 là hai số chẵn liên tiếp.

Suy ra $(x-1)(x+1) \vdots 4 \Rightarrow 6y^2 \vdots 4$

$\Rightarrow 3y^2 \vdots 2 \Rightarrow y^2 \vdots 2 \Rightarrow y \vdots 2.$

Do đó y = 2, suy ra x = 5.

Vậy x = 5 và y = 2.

Bài tập vận dụng

Bài 1. (Toán Tuổi thơ 2 - Số 135+136).
Với mỗi số nguyên dương a, kí hiệu S(a) là số chữ số của a. Tìm số nguyên dương n để $S(5^n) - S(2^n)$ là số chẵn.

Bài 2. (Toán Tuổi thơ 2 - Số 155)
Tìm các số nguyên dương a, b, c thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:
i) $ab + b - a! = 1$;
ii) $cb + c - b! = 1$;
iii) $a^2 - 2b^2 + 2a - 4b = 2$.

Bài 3. Tìm các số nguyên dương x, y thỏa mãn $3^x + 1 = (y+1)^2$.

Bài 4. Tìm các cặp số nguyên (x; y) thỏa mãn $x^3 + x^2y + xy^2 + y^3 = 2001$.

Bài 5. (Toán Tuổi thơ 2 - Số 127)
Giả sử viết số 2001 thành tổng của m số nguyên dương chẵn khác nhau và n số nguyên dương lẻ khác nhau. Tìm giá trị lớn nhất của A = 5m + 2n.

Bài 6. (Toán Tuổi thơ 2 - Số 93)
Cho 2010 số tự nhiên, trong đó 10 số bất kì có tích là một số chẵn. Hỏi trong 2010 số đó có ít nhất bao nhiêu số chẵn?

Bài 7. Số 8008 có các chữ số đều chẵn đồng thời số $8008 \times 3 = 24024$ cũng có các chữ số đều chẵn. Hỏi có tất cả bao nhiêu số tự nhiên x có bốn chữ số thỏa mãn tính chất tất cả các chữ số của hai số x và 3x đều chẵn?

Bài 8. (Toán Tuổi thơ 2 - Số 58)
Có tồn tại hay không ba số nguyên x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 2007^3$?

Chữ & Chữ số

Kì này KÌ 43

Hãy thay các chữ cái bởi các chữ số. Các chữ khác nhau biểu diễn các chữ số khác nhau.

$$\overline{DE} \times \overline{ME} = \overline{TTT}.$$

PHƯỢNG VỸ *(Sưu tầm)*

Kết quả KÌ 41 (TTT2 số 195)

Ta có
$XUAN = 1000X + 100U + 10A + N;$
$XUA = 100X + 10U + A;$
$XU = 10X + U.$
Do đó
$4321 = XUAN + XUA + XU + X$
$= (1000X + 100U + 10A + N)$
$+ (100X + 10U + A) + (10X + U) + X$
$= 1111X + 111U + 11A + N.$
Vì $1 \le X \le 9;\ 0 \le U, A, N \le 9$ nên
$4321 - (999 + 99 + 9)$
$\le 4321 - (111U + 11A + N)$
$= 1111X \le 4321.$
Suy ra $3214 \le 1111X \le 4321.$
Do đó $X = 3.$
Từ đó suy ra
$111U + 11A + N = 4321 - 3333 = 988.$
Suy ra
$880 = 988 - (99 + 9)$
$\le 988 - (11A + N) = 111U \le 988.$
Do đó $U = 8$ và $11A + N = 988 - 111U$
$= 988 - 888 = 100.$
Suy ra $91 = 100 - 9 \le 100 - N = 11A \le 100.$
Do đó $A = 9$ và $N = 1.$
Vậy $X = 3;\ U = 8,\ A = 9;\ N = 1.$

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt được thưởng kì này: *Lê Mai Anh*, 6A1, THCS Trưng Vương, Mê Linh, **Hà Nội**; *Nguyễn Duy Đức*, 7A2, THCS Mộc Ly, Mộc Châu, **Sơn La**; *Nguyễn Thị Thu Giang*, 8A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Võ Trần Ngọc Hữu*, 8/1, THCS Lý Tự Trọng, Tiên Kỳ, Tiên Phước, **Quảng Nam**; *Đinh Xuân Linh*, 7A3, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

Các bạn sau có lời giải tốt được khen kì này: *Hoàng Đình Đức*, 7C, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Nguyễn Thế Quân*, *Phan Quang Triết*, 6B, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Phạm Ngọc Trinh*, 8B, THCS Hồ Xuân Hương, Quỳnh Lưu, **Nghệ An**; *Phạm Vũ Hoàng*, 8A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Đỗ Ngọc Tiến, Dương Huyền Khánh*, 6A3, *Trần Thị Yến Khanh*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Võ Thị Minh Huyền*, *Đoàn Minh Đức*, 6A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Lã Gia Hưng*, 6A1, THCS Trưng Vương, Mê Linh, **Hà Nội**; *Nguyễn Trung Kiên*, 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Hoàng Long*, 6B, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Lê Hồng Nhung*, 8A3, THCS Chu Mạnh Trinh, Văn Giang, **Hưng Yên**.

TTT





AI LÀM VỠ LỌ HOA?



TRẦN PHƯƠNG NAM *(kể)*

Sê Lốc Cốc chiều qua tới nhà mình chơi, hỏi thăm: "Đầu năm học mới có chuyện gì vui không?". Mình chợt nghĩ đến câu chuyện của thầy Giang sáng nay: "Chả lẽ chuyện nhỏ như thế lại hỏi đến thám tử...". Như đọc được ý nghĩ của mình, thám tử vỗ vai mình nói: "Lại có chuyện gì không vui phải không lớp trưởng? Cứ nói đi... Không nên để trong lòng những chuyện như thế! Nói đi nào...".

Thế là như bị "thôi miên" mình kể cho thám tử nghe:

Chuyện nhỏ thôi nhưng chưa biết ai là thủ phạm. Sớm nay cuối tiết học, thầy Giang dạy môn Tiếng Anh hỏi cả lớp:

- Các em nhìn lên bàn thầy xem có cái gì lạ không?

Cả lớp nhìn lên thì chỉ thấy chiếc cặp của thầy và lọ hoa của lớp với mấy bông hồng khá đẹp. Những ngày đầu năm học lớp quyết định là trên bàn thầy cô có một lọ hoa cắm hoa hồng. Trong khi cả lớp đang còn nghĩ vì chưa phát hiện ra điều gì thì thầy Giang kể:

- Cuối buổi học hôm qua, thầy đi qua lớp em thấy chiếc lọ hoa của lớp đã vỡ đang nằm trên sàn nhà. Có 6 bạn lớp em đứng xung quanh chiếc lọ hoa vỡ, đó là: Trung, Thoan, Hoàng, Lương, Phước, Quang. Khi thầy hỏi: "Vì sao chiếc lọ hoa lại rơi xuống sàn nhà và vỡ?" thì Lương nói: "Chúng em đang mải tranh luận về một bài toán và chẳng may một bạn vung tay làm lọ hoa rơi xuống...". Thầy đã nhẹ nhàng nói: "Đây là chuyện không may... Không có gì quan trọng lắm. Các em có thể mua chiếc lọ hoa khác để cắm hoa. Nhưng ai lỡ tay thì cho thầy biết nhé!". Thế rồi một bạn đã nhận là mình đã vô ý nên làm vỡ lọ hoa. Thầy và trò vui vẻ ra về. Hôm nay chiếc lọ hoa của lớp đã được thay bởi một lọ hoa khác. Các em có để ý thấy

không?

Lúc bấy giờ em mới nhìn kĩ thì đúng là chiếc lọ hoa này khác với chiếc lọ hoa mà chính em đi mua cho lớp. Hai chiếc lọ hoa chỉ khác nhau về hoa văn, còn màu sắc là như nhau.

Thầy Giang hỏi:

- Các em có muốn biết tên bạn đã nhận lỗi không?

Cả lớp như reo lên:

- Có ạ.

Thế là thầy viết lên bảng. Đây là tờ giấy mà em đã ghi những gì thầy viết. Nói xong mình đưa tờ giấy cho thám tử xem:

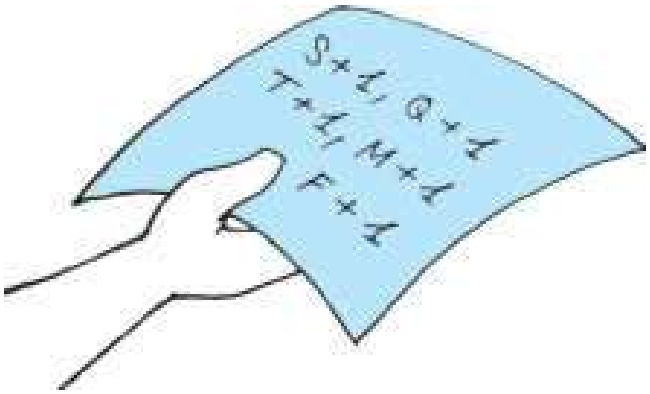
"S + 1, Q + 1, T + 1, M + 1, F + 1"

Mình nói thêm:

- Mai là có tiết của thầy Giang mà chưa biết có bạn nào "giải" ra chưa ạ.

Thám tử nhìn mình cười: "Thầy dạy môn Tiếng Anh của em thật là hóm hỉnh... Nhưng mình không giải giúp đâu nhé! Tất nhiên mình đã biết ai là người làm vỡ lọ hoa rồi..."

Nào! Các bạn có thể "giải" ra "mã số" của thầy Giang không? Thám tử Sê Lốc Cốc hứa sẽ có quà cho những ai "giải" có lí nhất đấy!



Kết quả **(TTT2 số 195)**

Ai đã tặng bút cho bạn Đức?

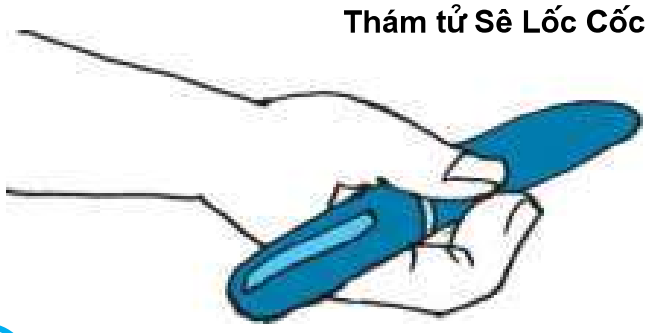
Vì tình tiết "Nhân viên phục vụ đang đưa đồ ăn lên cho chúng tôi" là sự thật nên trong lời khai thứ hai của Bình, câu nói "Chúng tôi đang chờ nhân viên phục vụ đưa đồ ăn" là lời nói dối. Do đó hai chi tiết "Đức ngồi đối diện với tôi", "Nhân viên phục vụ không tặng Đức" đều là sự thật. Điều đó có nghĩa là một trong ba bạn Bình, Chung hoặc An tặng quà cho Đức, đồng thời ba bạn Bình, Chung, An ngồi cạnh nhau và Đức ngồi đối diện với ba bạn đó.

Xét lời khai của Chung, ta thấy: "Chính nhân viên phục vụ tặng Đức" là lời nói dối nên có hai chi tiết "Bình không tặng Đức" và "Người tặng ở giữa chúng tôi" là sự thật. Do đó trong ba bạn Bình, Chung, An thì Chung không ngồi giữa tức là ngồi ngoài cùng và Chung cũng không phải là người tặng bút cho Đức. Mà Bình cũng không tặng bút. Vậy "thủ phạm" tặng bút cho Đức chắc chắn là bạn An.

Chúng ta có thể kiểm chứng lại lời khai của An thì thấy đúng là có 2 điều nói thật và 1 điều nói dối.

Nhận xét. Thám tử Sê Lốc Cốc rất vui vì kì này có rất nhiều bạn tham gia "phá án". Điều đó cho thấy rằng khả năng phán đoán, suy luận của các bạn cũng tài tình chẳng kém gì thám tử Sê Lốc Cốc. Phần quà xin được gửi tới các "thám tử nhí" xuất sắc nhất: *Nguyễn Phương Linh*, 9A, THCS Lập Thạch, Lập Thạch, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Quang Minh*, 8C, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình; *Thân Lan Phương*, 8C, THCS Nguyễn Cao, Quế Võ, **Bắc Ninh**; *Phạm Hồng Ngọc, Bùi Thị Thanh Hường*, 7E, THCS Nguyễn Hiền, Nam Thanh, Nam Trực, **Nam Định**; *Chu Hoàng Minh Vũ*, 8D, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

Thám tử Sê Lốc Cốc





LỜI GIẢI ĐÃ ĐÚNG CHƯA?

CHU TUẤN
GV. THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, Hà Nội

Trong giờ học, thầy giáo cho bài toán sau:

Bài toán. Chứng minh rằng số $A = 2^{3^{4n+1}} + 3$ là hợp số với mọi số nguyên dương n.

Một bạn lên bảng giải như sau:

Ta sẽ chứng minh $A \vdots 11$ với mọi số nguyên dương n.

Ta có $3^{4n+1} = 3.3^{4n} = 3.(3^4)^n = 3.81^n$

$= 3.(80+1)^n \equiv 3.1^n \equiv 3 \pmod 5$.

Suy ra $3^{4n+1} = 5k+3$ $(k \in \mathbb{N}^*)$.

Do đó $A = 2^{5k+3} + 3 = 2^3.2^{5k} + 3 = 8.32^k + 3$.

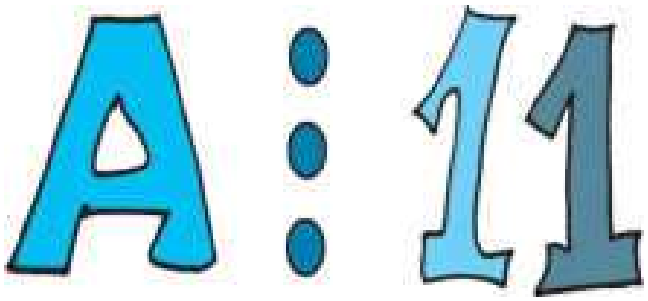
Ta lại có

$8.(32)^k = 8.(33-1)^k \equiv 8(-1)^k \equiv 8 \pmod{11}$.

Suy ra $A \equiv 11 \equiv 0 \pmod{11} \Rightarrow A \vdots 11$.

Vậy A là hợp số với mọi số nguyên dương n.

Bạn có phát hiện ra lời giải trên có chỗ nào chưa chặt chẽ không?



Kết quả **(TTT2 số 195)**

CÓ GÌ KHÔNG ỔN?

Lời giải sai lầm ở phép biến đổi

$\sqrt{4-x^2} = P - x \Leftrightarrow 4 - x^2 = P^2 - 2Px + x^2$ đã thiếu điều kiện $P \geq x$.

Do đó giá trị $\text{MinP} = -2\sqrt{2}$ khi $x = -\sqrt{2}$ không thỏa mãn điều kiện này.

Lời giải đúng. Do $x \geq -2 \Rightarrow P \geq -2$.

Do đó $\text{MinP} = -2$ khi $x = -2$.

Nhận xét. Bài toán này thuộc chương trình toán lớp 9. Đây là sai lầm học sinh rất hay mắc phải, đó là kết luận biểu thức đạt giá trị lớn nhất hoặc giá trị nhỏ nhất khi không tồn tại giá trị của biến để dấu đẳng thức xảy ra trong bất đẳng thức.

HONG HA

Các bạn sau có lời giải đúng được thưởng kì này: *Nguyễn Anh Thư*, 6A3, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Trần Anh Vũ*, 8A, THCS Hợp Tiến, Nam Sách, **Hải Dương**; *Phạm Vũ Hoàng*, 8A, THCS Lý Tự Trọng, Hương Canh, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**.

VI MẠNH TƯỜNG

ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY

Thi giải toán qua thư

Nguyễn Sĩ Bách, 6D, *Nguyễn Công An*, 7C, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Phạm Ngọc Trinh*, 8B, THCS Hồ Xuân Hương, Quỳnh Lưu, **Nghệ An**; *Nguyễn Anh Thư*, 6A3, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Nguyễn Lương Ngọc Ánh*, 6C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Lê Đức Chính*, 8B, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Lê Tuấn Nghĩa*, 6C, THCS Đoàn Thị Điểm, Yên Mỹ, **Hưng Yên**; *Đỗ Minh Khánh*, *Đan Anh Thái*, 6 Liverpool, THPT chuyên Hà Nội Amsterdam, **Hà Nội**; *Hán Vũ Long*, 8C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì; *Trương Đức Tài*, 8A3, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**; *Nguyễn Duy Khánh*, 7G, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Tuấn Dương*, 8C5, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**.

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THPT CHUYÊN TP. HỒ CHÍ MINH

Môn học: Toán chuyên

Năm học 2019 - 2020

Thời gian làm bài: 150 phút

Câu 1. *(1,0 điểm)*

Cho a, b, c là ba số thực thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 1$.

Tính giá trị của biểu thức: $A = a^3 + b^3 + c^3 - 3(ab + c)(c - 1)$.

Câu 2. *(2,5 điểm)*

a) Giải phương trình: $5\sqrt{x-1} - \sqrt{x+7} = 3x - 4$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2(x+y) - xy = 4 \\ xy(x+y-4) = -2. \end{cases}$

Câu 3. *(1,5 điểm)*

Đường tròn nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB lần lượt tại M, N, P. Gọi K là hình chiếu vuông góc của M lên NP. Chứng minh: KM là phân giác của $\widehat{BKC}$.

Câu 4. *(2,0 điểm)*

Cho x, y, z là các số thực thuộc đoạn [0; 2] thỏa mãn điều kiện $x + y + z = 3$.

a) Chứng minh rằng: $x^2 + y^2 + z^2 < 6$.

b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$.

Câu 5. *(2,0 điểm)*

Cho tam giác đều ABC. Gọi M, N là hai điểm nằm trên cạnh BC sao cho $\widehat{MAN} = 30^\circ$ (M nằm giữa B và N). Gọi K là giao điểm của hai đường tròn (ABN) và (ACM). Chứng minh rằng:

a) Hai điểm K và C đối xứng với nhau qua AN.

b) Đường thẳng AK đi qua tâm đường tròn (AMN).

Câu 6. *(1,0 điểm)*

Cho m, n là hai số nguyên. Chứng minh rằng: Nếu $7(m + n)^2 + 2mn$ chia hết cho 225 thì mn cũng chia hết cho 225.



HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THỬ SỨC TRƯỚC KÌ THI THPT CHUYÊN

Năm học 2019 - 2020

Môn thi: Toán

(Đề đăng trên TTT2 số 196)

Câu 1. Ta có

$(5k-4)^2+(5k-3)^2+(5k-2)^2$

$-(5k-1)^2-(5k)^2=25k^2-80k+28$

với mọi $k=\overline{1,404}$.

$$\Rightarrow A=25\sum_{k=1}^{404}k^2-80\sum_{k=1}^{404}k+28\sum_{k=1}^{404}1$$

$$=25\times\frac{404.405.809}{6}-40.404.405+28.404.$$

$A=545002262.$

Câu 2. Giả sử $5^p+4p^4=q^2,\ (q\in\mathbb{N}^*)$

$\Rightarrow 5^p=(q-2p^2)(q+2p^2).$

Do p là số nguyên tố nên

$$\begin{cases}q-2p^2=5^s\\ q+2p^2=5^t\end{cases}(s,t\in\mathbb{Z},t>s\ge 0,s+t=p).$$

Từ đó suy ra $4q^2=5^s(5^{t-s}-1).$

• Nếu $s>0\Rightarrow 5\mid 4p^2\Rightarrow p=5$. Khi đó

$5^p+4p^4=5625=75^2\Rightarrow q=75.$

• Nếu $s=0\Rightarrow t=p$ ta được $5^p=4p^2+1.$ (*)

Ta sẽ chứng minh bất đẳng thức

$5^n>4n^2+1,\ \forall n\ge 2$ bằng phương pháp quy nạp toán học.

Với n = 2 thì bất đẳng thức đúng.

Giả sử bất đẳng thức đúng với n = k, ta có

$$\frac{4(k+1)^2+1}{4k^2+1}=1+\frac{8k}{4k^2+1}+\frac{4}{4k^2+1}<1+1+1<5.$$

$\Rightarrow 5^{k+1}>5(4k^2+1)>4(k+1)^2+1.$

Do đó bất đẳng thức đúng với n = k + 1.

Suy ra bất đẳng thức đúng với mọi số nguyên k không nhỏ hơn 2.

Suy ra không tồn tại số nguyên tố p thỏa mãn (*).

Vậy $p=5.$

Câu 3. Ta có $1+\sqrt{x+y+3}=\sqrt{x}+\sqrt{y}.$

Suy ra $x,\ y\in\mathbb{N}$, từ đó ta chứng minh được x, y là số chính phương.

$\Rightarrow \sqrt{x+y+3},\ \sqrt{x},\ \sqrt{y}$ là số tự nhiên.

Đặt $\sqrt{x}=a,\ \sqrt{y}=b,\ \sqrt{x+y+3}=c\ (a,b,c\in\mathbb{N}).$

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}a+b=c+1\\ x+y=a^2+b^2\\ x+y+3=c^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b=c+1\\ c^2-a^2-b^2=3\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a+b-1=c\\ (a-1)(b-1)=2.\end{cases}$$

Vậy $(x,y)\in\{(9,4);(4,9)\}.$

Câu 4. Ta có $\begin{cases}x-my=m-2 \quad (1)\\ mx+y=3m+2. \quad (2)\end{cases}$

Từ (2) ta có y = 3m + 2 – mx, thay vào (1) ta được

$(m^2+1)x=3m^2+3m-2$ (*), $m^2+1\ne 0\ \forall m.$

Suy ra hệ phương trình đã cho luôn có nghiệm duy nhất với mọi m.

$B=x_0^2+y_0^2-x_0-y_0+2$

$\Rightarrow 4B=(2x_0-1)^2+(2y_0-1)^2+6.$

Vì $(x_0;y_0)$ là nghiệm của hệ nên

$$\begin{cases}x_0-my_0=m-2\\ mx_0+y_0=3m+2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}(2x_0-1)-m(2y_0-1)=3m-5\\ m(2x_0-1)+(2y_0-1)=5m+3\end{cases}$$

$\Rightarrow\left[(2x_0-1)-m(2y_0-1)\right]^2$

$+\left[m(2x_0-1)+(2y_0-1)\right]^2$

$=(3m-5)^2+(5m+3)^2.$

$\Rightarrow\left[(2x_0-1)^2+(2y_0-1)^2\right](m^2+1)=34(m^2+1)$

$\Leftrightarrow(2x_0-1)^2+(2y_0-1)^2=34.$

$\Rightarrow 4B=(2x_0-1)^2+(2y_0-1)^2+6$

$=34+6=40\Rightarrow B=10.$

Câu 5. ĐKXĐ $x\ge 1.$

Phương trình đã cho tương đương với

$$\sqrt{x-1}-1+\sqrt{3x-2}-2=x^2-4$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-2}{\sqrt{x-1}+1}+\frac{3(x-2)}{\sqrt{3x-2}+2}=(x-2)(x+2)$$

$$\Leftrightarrow (x-2)\left(\frac{1}{\sqrt{x-1}+1}+\frac{3}{\sqrt{3x-2}+2}\right)=x^2-4$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=0 \Leftrightarrow x=2 \\ \dfrac{1}{\sqrt{x-1}+1}+\dfrac{3}{\sqrt{3x-2}+2}=x+2. \ (*) \end{array}\right.$$

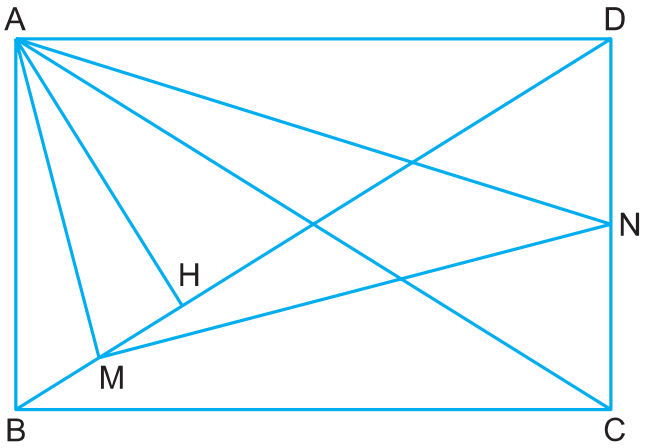
Ta có

$$\frac{1}{\sqrt{x-1}+1}+\frac{3}{\sqrt{3x-2}+2}<1+\frac{3}{2}<3\le x+2.$$

Suy ra phương trình (*) vô nghiệm.

Vậy phương trình có tập nghiệm là S = {2}.

Câu 6.



Ta có $\Delta AHB \backsim \Delta ADC$, suy ra $\frac{AB}{BH}=\frac{AC}{CD}$. (1)

Theo giả thiết $\frac{BM}{MH}=\frac{CN}{ND}\Rightarrow\frac{BM}{BH}=\frac{CN}{CD}$. (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{AB}{BM}=\frac{AC}{CN}$.

Suy ra $\Delta ABM \backsim \Delta ACN$.

Do đó $\begin{cases} \widehat{BAM}=\widehat{CAN} \\ \dfrac{AM}{AN}=\dfrac{AB}{AC} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \widehat{MAN}=\widehat{BAC} \\ \dfrac{AM}{AN}=\dfrac{AB}{AC}. \end{cases}$

Suy ra $\Delta AMN \backsim \Delta ABC$.

Vậy $\widehat{AMN}=\widehat{ABC}=90^o$.

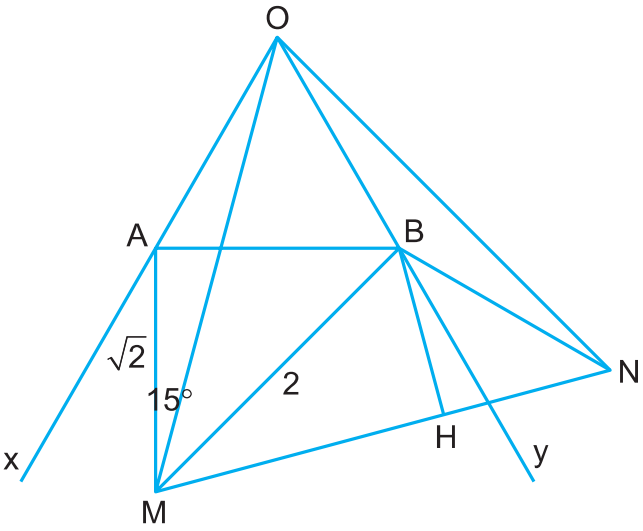
Câu 7. Dựng tam giác đều OMN sao cho M, N nằm về hai phía của Oy.

Ta có $\widehat{AOM}=\widehat{BON}\ (=60^o-\widehat{MOB})$.

$OA=OB,\ OM=ON\Rightarrow \Delta AOM=\Delta BON$

$\Rightarrow \widehat{BNO}=15^o,\ \widehat{MNB}=45^o$.

Từ B hạ $BH\perp MN\Rightarrow \Delta BHN$ vuông cân tại H.



Suy ra $BH=HN=\frac{BN}{\sqrt{2}}=\frac{MA}{\sqrt{2}}=1$.

Suy ra $\widehat{HMB}=30^o\Rightarrow\widehat{BMA}=45^o$

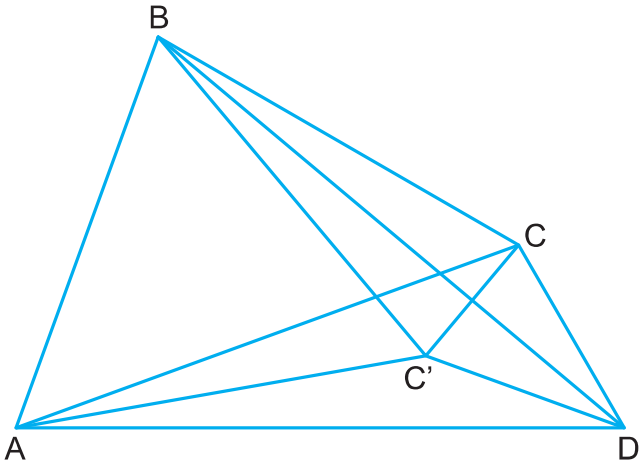
$\Rightarrow \Delta ABM$ vuông cân tại A.

Do đó

$AB=AM=\sqrt{2}, OM=MN=MH+HN=\sqrt{3}+1$

và $\widehat{BMO}=30^o$.

Câu 8.



Lấy điểm C' đối xứng với C qua BD.

Ta có $BC=BC', \widehat{CDB}=\widehat{C'DB}$.

Từ giả thiết suy ra $\widehat{BDC'}=\widehat{C'DA}$

$\Rightarrow$ C' nằm trên đường phân giác của góc BDA.

Suy ra $C'A=C'B\Rightarrow \Delta ABC'$ là tam giác đều.

Do đó các điểm A, C, C' thuộc đường tròn tâm B bán kính BA.

Suy ra $\widehat{ACC'}=\frac{1}{2}.\widehat{ABC'}=30^o$.

Do đó

$\widehat{C'CD}=70^o;\ \widehat{CDB}=20^o;\ \widehat{CDA}=3\widehat{CDB}=60^o$.

(Xem tiếp trang 38)

MỘT SỐ KĨ THUẬT TÁCH SỐ KHI SỬ DỤNG BẤT ĐẲNG THỨC AM-GM ĐỂ GIẢI TOÁN CỰC TRỊ

MAI VĂN NĂM
GV. THCS Khánh Hồng, Yên Khánh, Ninh Bình

Khi giải các bài toán cực trị có sử dụng bất đẳng thức AM-GM, ta cần biết kĩ thuật tách số để xảy ra dấu đẳng thức, từ đó ta tìm được giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của các biểu thức.

Phương pháp giải

✻ **Bước 1.** Dự đoán dấu bằng xảy ra (dự đoán điểm rơi).

✻ **Bước 2.** Tách số sao cho tại điểm rơi, các biểu thức có giá trị bằng nhau.

✻ **Bước 3.** Áp dụng bất đẳng thức AM-GM để làm triệt tiêu biến hoặc xuất hiện biểu thức đã cho trong giả thiết.

1. Kĩ thuật tách số trong các bài toán bất đẳng thức và cực trị mà các biến bình đẳng với nhau

Bài toán 1. Cho các số thực dương a, b thoả mãn $a+b\le 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{1}{a^2+b^2}+\dfrac{25}{ab}+ab.$

(Đề thi tuyển sinh lớp 10 tỉnh Ninh Bình năm học 2018 - 2019)

Phân tích. Do vai trò a, b bình đẳng nên ta dự đoán dấu bằng xảy ra khi $a=b=2$.

Khi đó $ab=4<\dfrac{25}{ab}=\dfrac{25}{4}$ nên ta tách theo số nhỏ hơn. Để áp dụng được bất đẳng thức AM–GM thì $ab=4=m.\dfrac{1}{ab}\Rightarrow m=16$ và $\dfrac{1}{a^2+b^2}=\dfrac{1}{8}=n.\dfrac{1}{ab}\Rightarrow n=\dfrac{1}{2}.$

Lời giải. Ta có

$$P=\left(\frac{1}{a^2+b^2}+\frac{1}{2ab}\right)+\frac{17}{2ab}+\left(\frac{16}{ab}+ab\right).$$

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$ab+\frac{16}{ab}\ge 2\sqrt{ab.\frac{16}{ab}}=8. \quad (1)$$

$$a+b\ge 2\sqrt{ab}$$

$$\Rightarrow ab\le\frac{(a+b)^2}{4}\le\frac{4^2}{4}=4\Rightarrow\frac{1}{ab}\ge\frac{1}{4}. \quad (2)$$

Áp dụng bất đẳng thức $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\ge\dfrac{4}{x+y}$ với x, y > 0 ta có

$$\frac{1}{a^2+b^2}+\frac{1}{2ab}\ge\frac{4}{a^2+b^2+2ab}$$

$$=\frac{4}{(a+b)^2}\ge\frac{4}{16}=\frac{1}{4}. \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) ta có

$$P\ge\frac{1}{4}+\frac{17}{2}.\frac{1}{4}+8\Rightarrow P\ge\frac{83}{8}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases}ab=\dfrac{16}{ab}\\ a=b\\ a+b=4\end{cases}\Leftrightarrow a=b=2.$

Vậy $\text{MinP}=\dfrac{83}{8}$ khi $a=b=2.$

Bài toán 2. Cho các số thực dương a, b. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P=\frac{16\sqrt{ab}}{a+b}+\frac{a^2+b^2}{ab}.$$

(Đề thi tuyển sinh lớp 10 chuyên TP. Hồ Chí Minh năm học 2017 - 2018)

Phân tích. Do vai trò a, b bình đẳng nên ta dự đoán dấu bằng xảy ra khi a = b.

Lời giải. Ta có

$$P=\frac{16\sqrt{ab}}{a+b}+\frac{(a+b)^2-2ab}{ab}$$

$$=\frac{16\sqrt{ab}}{a+b}+\frac{(a+b)^2}{ab}-2$$

$$=\frac{16\sqrt{ab}}{a+b}+\frac{(a+b)^2}{ab}+4-6.$$

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$\frac{(a+b)^2}{ab}+4\ge 2\sqrt{\frac{4(a+b)^2}{ab}}=4.\frac{a+b}{\sqrt{ab}}$$

$$\Rightarrow P\ge\frac{16\sqrt{ab}}{a+b}+\frac{4(a+b)}{\sqrt{ab}}-6$$

$$\ge 2\sqrt{\frac{16\sqrt{ab}}{a+b}.\frac{4(a+b)}{\sqrt{ab}}}-6\Rightarrow P\ge 10.$$

Vậy $\text{Min}P=10$ khi $a=b$.

2. Kĩ thuật tách số trong các bài toán bất đẳng thức và cực trị mà các biến không bình đẳng

Bài toán 3. Cho các số thực a, b thỏa mãn $a>b>0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P=a+\frac{4}{(a-b)(b+1)^2}.$$

Phân tích. Khi sử dụng bất đẳng thức AM-GM để rút gọn được với mẫu số, ta cần tách số

$$a=(a-b)+b=(a-b)+\frac{b+1}{2}+\frac{b+1}{2}-1.$$

Lời giải. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$P=(a-b)+\frac{b+1}{2}+\frac{b+1}{2}+\frac{4}{(a-b)(b+1)^2}-1$$

$$\ge 4\sqrt[4]{(a-b).\frac{b+1}{2}.\frac{b+1}{2}.\frac{4}{(a-b)(b+1)^2}}-1=3.$$

Đẳng thức xảy ra khi

$$a-b=\frac{b+1}{2}=\frac{4}{(a-b)(b+1)^2}$$

và $a+\frac{4}{(a-b)(b+1)^2}=3$ hay $a=2;\ b=1$.

Vậy $\text{Min}P=3$ khi $a=2;\ b=1$.

Bài toán 4. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a+b+c=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{1}{2+4a}+\frac{1}{3+9b}+\frac{1}{6+36c}$.

Phân tích. Ta cần tìm các số m, n, k sao cho $4m=9n=36k$ để khi sử dụng bất đẳng thức AM-GM ta có thể sử dụng được giả thiết. Từ đó ta chọn $m=\frac{1}{16};\ n=\frac{1}{36};\ k=\frac{1}{144}$.

Lời giải. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$\frac{1}{2+4a}+\frac{2+4a}{16}\ge 2\sqrt{\frac{1}{2+4a}.\frac{2+4a}{16}}=\frac{1}{2};\ (1)$$

$$\frac{1}{3+9b}+\frac{3+9b}{36}\ge\frac{1}{3};\ (2)$$

$$\frac{1}{6+36c}+\frac{6+36c}{144}\ge\frac{1}{6}.\ (3)$$

Cộng theo vế của (1), (2), (3) ta có

$$P+\frac{2+4a}{16}+\frac{3+9b}{36}+\frac{6+36c}{144}\ge\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow P+\frac{1}{4}(a+b+c)+\frac{1}{8}+\frac{1}{12}+\frac{1}{24}\ge 1$$

$$\Rightarrow P\ge 1-\frac{1}{4}.1-\frac{1}{4}=\frac{1}{2}.$$

Đẳng thức xảy ra khi

$$\begin{cases}\frac{1}{2+4a}=\frac{2+4a}{16}\\ \frac{1}{3+9b}=\frac{3+9b}{36}\\ \frac{1}{6+36c}=\frac{6+36c}{144}\\ a+b+c=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{1}{2}\\ b=\frac{1}{3}\\ c=\frac{1}{6}.\end{cases}$$

Vậy $\text{Min}P=\frac{1}{2}$ khi $a=\frac{1}{2};\ b=\frac{1}{3};\ c=\frac{1}{6}$.

Bài toán 5. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $a+2b\ge 5$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=2a+3b+\frac{1}{a}+\frac{4}{b}$.

Lời giải. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$P=\left(a+\frac{1}{a}\right)+\left(b+\frac{4}{b}\right)+(a+2b)$$

$$\ge 2\sqrt{a.\frac{1}{a}}+2\sqrt{b.\frac{4}{b}}+5\ \Rightarrow P\ge 11.$$

Vậy $\text{Min}P=11$ khi $a=1;\ b=2$.

3. Kĩ thuật tách số trong các bài toán bất đẳng thức và cực trị chỉ có một biến

Bài toán 6. Cho $x\ge 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{2x^2-x+9}{2x}$.

Lời giải. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$P=\left(\frac{x}{2}+\frac{9}{2x}\right)+\frac{x}{2}-\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow P\ge 2\sqrt{\frac{x}{2}.\frac{9}{2x}}+\frac{3}{2}-\frac{1}{2}=4.$$

Đẳng thức xảy ra khi $x=3$.

Vậy $\text{Min}P=4$ khi $x=3$.

Bài toán 7. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A=3\sqrt{2x-1}+x\sqrt{5-4x^2}$ với $\frac{1}{2}\le x\le\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$x\sqrt{5-4x^2}=\sqrt{x^2(5-4x^2)}$$

$$\le\frac{x^2+5-4x^2}{2}=\frac{5-3x^2}{2}.$$

$$3\sqrt{2x-1}\le 3.\frac{1+2x-1}{2}=3x\le 3.\frac{x^2+1}{2}.$$

Suy ra $A\le\frac{5-3x^2}{2}+\frac{3x^2+3}{2}=4.$

Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases}x^2=5-4x^2\\1=2x-1\end{cases}\Leftrightarrow x=1.$

Vậy $\text{Max}A=4$ khi $x=1$.

Bài tập vận dụng

Bài 1. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $ab+bc+ca=abc$. Chứng minh rằng

$$\frac{a^2}{a+bc}+\frac{b^2}{b+ca}+\frac{c^2}{c+ab}\ge\frac{a+b+c}{4}.$$

Bài 2. Cho các số thực dương a, b. Chứng minh rằng $\frac{1}{a^3}+\frac{a^3}{b^3}+b^3\ge\frac{1}{a}+\frac{a}{b}+b.$

Bài 3. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a+b+c=3$. Chứng minh rằng

$$\frac{4}{(a+b)^3}+\frac{4}{(b+c)^3}+\frac{4}{(c+a)^3}$$

$$\ge\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}.$$

Bài 4. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a+b+c=1$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{ac}+\frac{1}{bc}\ge 16.$$

Bài 5. Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác thỏa mãn $a+b+c=12$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M=\frac{a}{b+c-a}+\frac{4b}{c+a-b}+\frac{9c}{a+b-c}.$$

(Đề thi Olympic toán Hà Nội mở rộng năm 2017)

Bài 6. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a+2b+3c=18$. Chứng minh rằng

$$\frac{2b+3c+5}{1+a}+\frac{3c+a+5}{1+2b}+\frac{a+2b+5}{1+3c}\ge\frac{51}{7}.$$

Bài 7. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $5(a^2+b^2+c^2)=6(ab+bc+ca)$. Chứng minh rằng $\sqrt{2(a+b+c)}-(b^2+c^2)\le\frac{3}{2}$.

Bài 8. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\frac{x^2}{x^2-5x+7}$.

Bài 9. Cho số thực x thỏa mãn $0<x<\frac{1}{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A=\frac{2-x}{1-2x}+\frac{1+2x}{3x}.$$

(Đề thi chọn học sinh giỏi TP. Hồ Chí Minh năm học 2013 - 2014)

Bài 10. Cho các số thực dương a, b. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P=\frac{ab}{a^2+b^2}+\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right).\sqrt{2(a^2+b^2)}.$$

(Đề thi tuyển sinh lớp 10 chuyên tỉnh Bà Rịa - Vũng Tàu năm học 2017 - 2018)

Bài 11. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $a+b=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{1}{a^2+ab+b^2}+\frac{4a^2b^2+1}{ab}.$

TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM SÁU MƯƠI TƯ

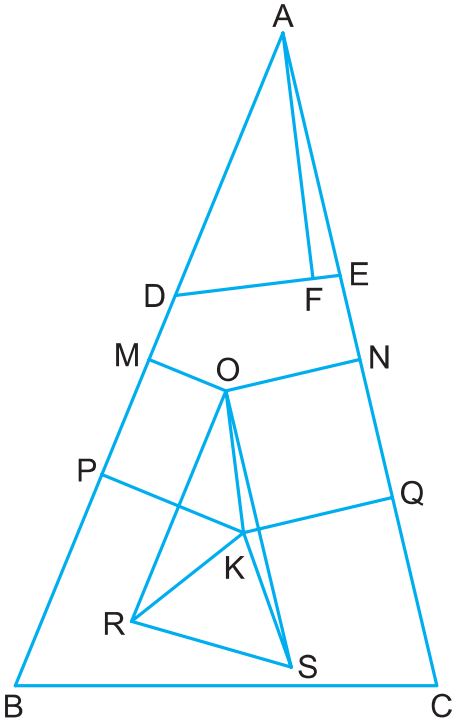
Người thách đấu: *Nguyễn Minh Hà*, GV. trường THPT chuyên Đại học Sư phạm Hà Nội.

Bài toán thách đấu: Cho tam giác ABC. Gọi M, N là các điểm thuộc cạnh BC sao cho $\widehat{MAB} = \widehat{NAC}$. Gọi đường tròn nội tiếp của các tam giác ABM và ACN lần lượt là (I_1) và (I_2). Gọi X là tiếp điểm của (I_1) với AB và Y là tiếp điểm của (I_2) với AC. Gọi Z, T thứ tự là giao điểm thứ hai của XY với (I_1), (I_2). Chứng minh rằng XZ = YT.

Thời hạn: Trước ngày 08.10.2019 theo dấu bưu điện.

Kết quả TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM SÁU MƯƠI HAI (TTT2 số 195)

Bài toán này không quá khó nhưng chỉ có võ sĩ *Trần Quý Dương*, 8A, THCS Thạch Thất, Thạch Thất, **Hà Nội** nhận lời thách đấu. Lời giải của võ sĩ Dương tương tự lời giải sau đây.



Gọi M, N theo thứ tự là hình chiếu của O trên AB, AC; P, Q theo thứ tự là hình chiếu của K trên AB, AC; R, S theo thứ tự là các điểm đối xứng của O qua KP, KQ; F là hình chiếu của A trên DE.

Ta dễ dàng chứng minh được

$$AP = AQ = \frac{AB + AC - BC}{2}.$$

Do đó $RO = 2MP = 2(AP - AM)$

$$= 2\left(\frac{AB + AC - BC}{2} - \frac{AB}{2}\right)$$

$= AC - BC = AC - EC = AE$.

Tương tự ta có $OS = 2NQ = AD$.

Ta chứng minh được OR // AB; OS // AC.

Do đó $\widehat{ROS} = \widehat{EAD}$.

Suy ra $\Delta ORS = \Delta AED$ (c.g.c). (1)

Ta dễ dàng chứng minh được KR = KO = KS.

Do đó K là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔORS. (2)

Từ (1) và (2) kết hợp với KO = KS; AF ⊥ ED suy ra $\widehat{KOS} = \frac{180^o - \widehat{OKS}}{2} = 90^o - \frac{1}{2}\widehat{OKS}$

$= 90^o - \widehat{ORS} = 90^o - \widehat{AED} = \widehat{FAE}$.

Kết hợp với OS // AE, suy ra OK // AF.

Do đó OK ⊥ DE.

Nhận xét. Chỉ có võ sĩ *Trần Quý Dương*, 8A, THCS Thạch Thất, Thạch Thất, **Hà Nội** đăng quang trong trận đấu này.

NGUYỄN MINH HÀ



ĐỀ THI CÂU LẠC BỘ TTT

THÁI NHẬT PHƯỢNG

Kì 27

CLB1. Prove that if p is a prime number ending with 1, then $4036081 - p^2 \vdots 3$.

CLB2. Solve the following system of equations

$(2x-3)(6x^2+5x+1) = (3x+1)(10x^2-17x+3)$.

CLB3. Given positive real numbers x and y such that $\frac{1}{x}+\frac{9}{y}=8$.

Find the minimum value of $M = x(y-1)$.

CLB4. Given 3 non-zero real numbers x, y and z satisfying $\frac{x}{y}+\frac{y}{z}+\frac{z}{x}=1$ and $\frac{y}{x}+\frac{z}{y}+\frac{x}{z}=0$. Find the value of $P=\frac{x^3}{y^3}+\frac{y^3}{z^3}+\frac{z^3}{x^3}$.

CLB5. Given quadrilateral ABCD, where $\widehat{BAD}=90^o$; $\widehat{ABC}=\widehat{BCD}=80^o$ and BC = 2AB. Prove that BCD is an isosceles triangle.

ĐỖ ĐỨC THÀNH *(dịch)*

Kết quả Kì 25 (TTT2 số 195)

CLB1. Ta có $a^2+b^2 = ab(a+b+1)$

$\Rightarrow ab(a+b) = a^2+b^2-ab$.

$\Rightarrow \frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}=\frac{a^3+b^3}{a^3b^3}=\frac{(a+b)(a^2+b^2-ab)}{a^3b^3}$

$=\frac{(a+b)^2ab}{a^3b^3}=\frac{(a+b)^2}{a^2b^2}=\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)^2$.

CLB2. Ta có $2019x^2+x = 2020y^2+y$

$\Rightarrow 2019(x^2-y^2)+(x-y)=y^2$

$\Rightarrow (x-y)[2019(x+y)+1]=y^2$. (1)

Đặt $d = \text{ƯCLN}(x-y\,;\,2019(x+y)+1)$

$\Rightarrow x-y \vdots d$ và $2019(x+y)+1 \vdots d$.

$\Rightarrow (x-y)[2019(x+y)+1] \vdots d^2 \Rightarrow y^2 \vdots d^2 \Rightarrow y \vdots d$.

Mà $x-y \vdots d$ nên $x \vdots d$.

Ta có $x+y \vdots d$, $2019(x+y)+1 \vdots d \Rightarrow 1 \vdots d$.

Vậy $d=1$.

CLB3. Ta có

$2(a^2+b^2) = (a+b)^2+(a-b)^2 \ge (a+b)^2$.

Tương tự $4(a^4+b^4) \ge 2(a^2+b^2)^2$.

Do đó $4(a^4+b^4) \ge (a^2+b^2)(a+b)^2$. (1)

Mà $a+b \ge 2$, nên $(a+b)^2 \ge 4$. (2)

Từ (1) và (2) ta có $a^4+b^4 \ge a^2+b^2$.

CLB4. Áp dụng bất đẳng thức $|A| \ge A$, ta có

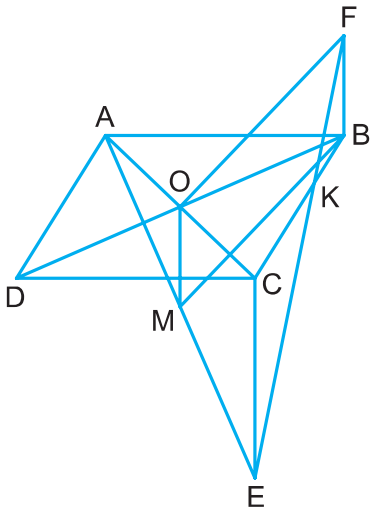
$M = (|x-1|+2|x-2|+3|x-3|+|4-x|$

$+5|5-x|)+3|x-4| \ge [x-1+2(x-2)$

$+3(x-3)+4-x+5(5-x)]+0 = 15$.

Vậy $\text{Min}M = 15 \Leftrightarrow x = 4$.

CLB5.



Gọi M là trung điểm của AE, O là giao điểm của AC và BD. Ta có O là trung điểm của AC, BD.

Vì OM là đường trung bình của tam giác ACE nên

$OM \,//\, CE$, $OM=\frac{CE}{2}$.

Mà $CE \perp CD$ (gt) $\Rightarrow OM \perp CD$.

Ta lại có AB // CD nên $OM \perp AB$.

Do đó O là trực tâm của tam giác MAB.

Suy ra $MB \perp AC$.

Mà $OF \perp AC$ nên MB // OF. (1)

Mặt khác $OM \perp AB$, $FB \perp AB \Rightarrow OM \,//\, FB$. (2)

Từ (1) và (2) suy ta tứ giác MOFB là hình bình hành.

Do đó $BF = OM = \frac{CE}{2}$.

Tam giác KCE có $BF \,//\, CE \Rightarrow \frac{KE}{KF}=\frac{CE}{BF}=2$.

Vậy KE = 2KF.

Nhận xét. Chỉ có bạn *Trần Anh Vũ*, 8A, THCS Hợp Tiến, Nam Sách, **Hải Dương** có lời giải tốt được thưởng kì này.

THIỀU QUANG TÙNG



Các bạn hãy giải bài toán sau bằng tiếng Anh và gửi về tòa soạn nhé! Năm bạn có bài giải tốt nhất sẽ được nhận quà.

Problem 6(197+198). Given 3 real numbers t, u, v such that $t + u = 8$ and $2v^2 - tu = \sqrt{32}v - 20$.

Find the values of these numbers.

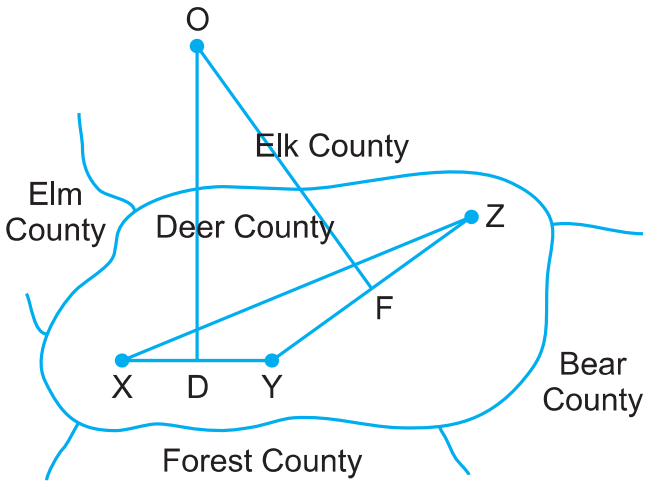
TS. ĐỖ ĐỨC THÀNH

GV. Trường liên cấp Tiểu học và THCS Ngôi Sao Hà Nội

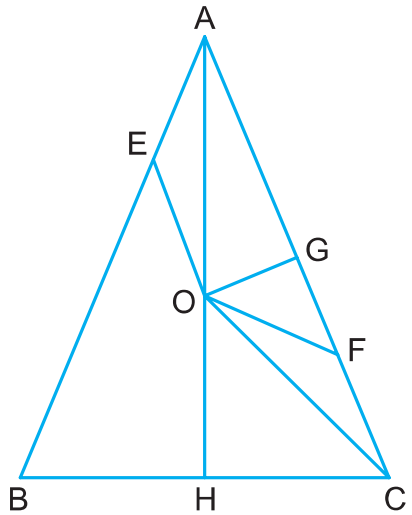
Kết quả (TTT2 số 195)

Problem 1. Firstly, the point equidistant from X, Y and Z is the circumcenter of triangle XYZ.

Secondly, by constructing the three perpendicular bisectors of triangle XYZ, we will see that they meet at a point (the circumcenter) outside the Deer country. As a result, it is not the best place to build the park.



Problem 2.



a. As triangle ABC is isosceles and AH is the altitude of triangle ABC, then AH is the perpendicular bisector of BC. Furthermore, the two perpendicular bisectors meet at O, consequently, O is the circumcenter of triangle ABC.

b. As shown above, O is the circumcenter of triangle ABC, it implies that OA = OC, thus, $\angle OCA = \angle OAC$ (OAC is an isosceles triangle).

Since AH is an altitude of an isosceles triangle, so, it is the internal bisector of $\angle BAC$, thus,

$$\angle OAE = \angle OAF \Rightarrow \angle OCF = \frac{1}{2}\angle BAC.$$

ΔOAE and ΔOCF, we have: OA = OC; AE = CF and $\angle EAO = \angle OCF$.

So ΔOAE and ΔOCF (S.A.S).

c. Đính chính. Do sơ suất nên Tạp chí đã in nhầm câu cuối phần c trong đề bài trên TTT2 số 195. Câu đúng là: *Prove that the perpendicular bisector of MN contains the point O.* Thành thật xin lỗi bạn đọc.

Let I be the midpoint of segment MN.

Similarly proved like above,

$\Delta OAM = \Delta OCN$ (S.A.S), it implies that OM = ON, thus ΔOMN is an isosceles triangle with OI is the median with respect to MN, so OI is also the perpendicular bisector of MN, in other words, the perpendicular bisector of MN contains point O.

Nhận xét. Chúc mừng bạn *Nguyễn Phương Linh*, 9A, THCS Lập Thạch, Lập Thạch, **Vĩnh Phúc** đã có lời giải đúng.

ĐỖ ĐỨC THÀNH

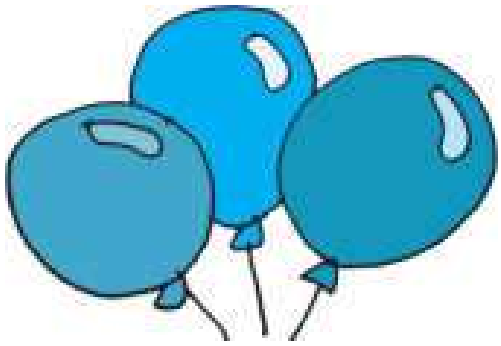


Hỏi: Tại sao năm nay trường em khai giảng không cho chúng em sử dụng bóng bay như mọi năm trước?

TRẦN THỊ P.
(7I, Trường Marie Curie, Hà Nội)

Đáp:

Bóng bay chế bởi ni lông
Là một loại rác sẽ không hủy liền
Nếu mà tích tụ triền miên
Môi trường sống chẳng vững bền em ơi!



Hỏi: Em năm nay học lớp 9 rồi! Thế thì chúng em có được học chương trình phổ thông mới không ạ?

LÊ PHƯƠNG H.
(9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ)

Đáp:

Bao giờ thay sách lớp mười?
Phải hai năm nữa sách thời mới thay
Sang năm em lớp mười ngay
Nên em vẫn học sách nay đang dùng.



Hỏi: Em nghe nói các thầy cô bây giờ dạy theo định hướng phát triển năng lực thì chúng em có khó học hơn không?

HỒ VĂN T.
(7B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, Nghệ An)

Đáp:

Các em cứ học ung dung
Năng lực phát triển theo cùng thời gian
Học vừa để biết, để làm
Mong em cố gắng luôn ham học hành.

Hỏi: Có bạn bắt nạt em, em mách cô giáo thì các bạn khác gọi em là "đồ mách lẻo". Theo anh như thế có đúng không?

TRẦN PHƯƠNG A.
(8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, Bắc Ninh)

Đáp:

Lớn hơn là chị, là anh
Bắt nạt người khác sao đành... hư ghê
Mách cô, cô giải mọi bề
Việc làm là đúng! Sao chê bạn mình?



ANH PHÓ GỠ XƯA



CÁC LỚP 6 & 7

Bài 1(197+198). Có tồn tại hay không một dãy gồm 2019 số tự nhiên liên tiếp mà các số đó đều là hợp số?

LẠI QUANG THỌ

(Phòng Giáo dục và Đào tạo Tam Dương, Tam Dương, Vĩnh Phúc)

Bài 2(197+198). Cho các số nguyên dương a, b thỏa mãn $7a^2 - 1$ chia hết cho $7ab - 1$. Tính giá trị của biểu thức $M = a^{2019} - b^{2019}$.

TẠ THẬP

(TP. Hồ Chí Minh)

Bài 3(197+198). Tìm các số nguyên tố p, q, r thỏa mãn $p^2 + q^2 + r^2 = 6p + 4q + 2r$.

CAO NGỌC TOẢN

(GV. THPT Tam Giang, Phong Điền, Thừa Thiên - Huế)

Bài 4(197+198). Cho 2019 số nguyên dương không vượt quá 4036. Chứng minh rằng tồn tại hai số x, y trong 2019 số đã cho thỏa mãn x chia hết cho y.

NGUYỄN ĐỨC TẤN

(TP. Hồ Chí Minh)





SOLVE VIA MALL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Thanh Do Duc

1(197+198). Is there a sequence of 2019 consecutive composite numbers?

2(197+198). Given two positive integers a and b such that $7a^2 - 1$ is divisible by $7ab - 1$. Find the value of $M = a^{2019} - b^{2019}$.

3(197+198). Find the three prime numbers p, q and r such that $p^2 + q^2 + r^2 = 6p + 4q + 2r$.

4(197+198). Given 2019 positive integers not exceeding 4036. Prove that there exists x and y among them such that x is divisible by y.



CÁC LỚP THCS

Bài 5(197+198). Có tồn tại hay không các số nguyên dương x, y (x > y) và số nguyên tố p có dạng 8k + 3 (k ∈ ℤ) thỏa mãn $\frac{x^2+y^2}{\sqrt{x^2-y^2}}=p$?

VÕ QUỐC BÁ CẨN

(Trường Archimedes Academy, Q. Cầu Giấy, Hà Nội)

Bài 6(197+198). Cho các số thực không âm a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 = a + b$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q=\frac{a}{a+1}+\frac{b}{b+1}$.

TRƯƠNG QUANG AN

(GV. THCS Nghĩa Thắng, Tư Nghĩa, Quảng Ngãi)

Bài 7(197+198). Tìm các số thực dương x, y, z thỏa mãn

$$\sqrt{3+x^2}+\sqrt{3+y^2}+\sqrt{3+z^2}=\frac{2}{x}+\frac{2}{y}+\frac{2}{z}$$

$$=2x+2y+2z.$$

BÙI HẢI QUANG

(GV. THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, Phú Thọ)

Bài 8(197+198). Cho hình bình hành ABCD có đường cao AE, biết rằng AE = 2AD và E nằm giữa B và C. Gọi F là giao điểm của AE và BD. Gọi K là tâm đường tròn bàng tiếp trong góc C của tam giác ECF. Chứng minh rằng bán kính đường tròn bàng tiếp trong góc C của tam giác ECF bằng KB.

VÕ XUÂN MINH

(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)

SOLVE VIA MALL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Thanh Do Duc

5(197+198). Are there any two positive integers x, y (x > y) and a prime number p having the form 8k + 3 (k ∈ ℤ) such that $\frac{x^2+y^2}{\sqrt{x^2-y^2}}=p$?

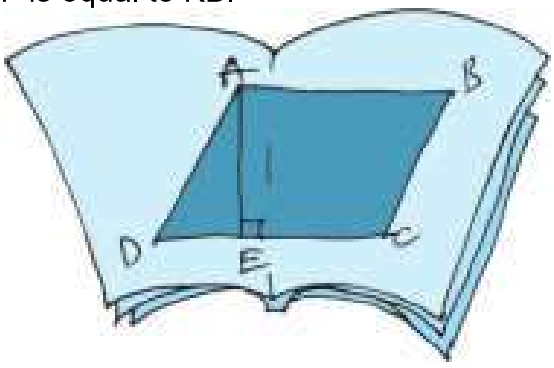
6(197+198). Given 2 non-negative real numbers a and b satisfying $a^2 + b^2 = a + b$. Find the maximum value of $Q=\frac{a}{a+1}+\frac{b}{b+1}$.

7(197+198). Find 3 positive real numbers x, y and z such that

$$\sqrt{3+x^2}+\sqrt{3+y^2}+\sqrt{3+z^2}=\frac{2}{x}+\frac{2}{y}+\frac{2}{z}$$

$$=2x+2y+2z.$$

8(197+198). Given parallelogram ABCD with altitude AE, AE = 2AD and E is between B and C. AE intersects with BD at F. Let K be the excenter of the excircle relative to angle C of triangle ECF. Show that the radius of the excircle relative to angle C of triangle ECF is equal to KB.



CHÚC MỪNG CÔNG TY CP VĂN PHÒNG PHẨM HỒNG HÀ
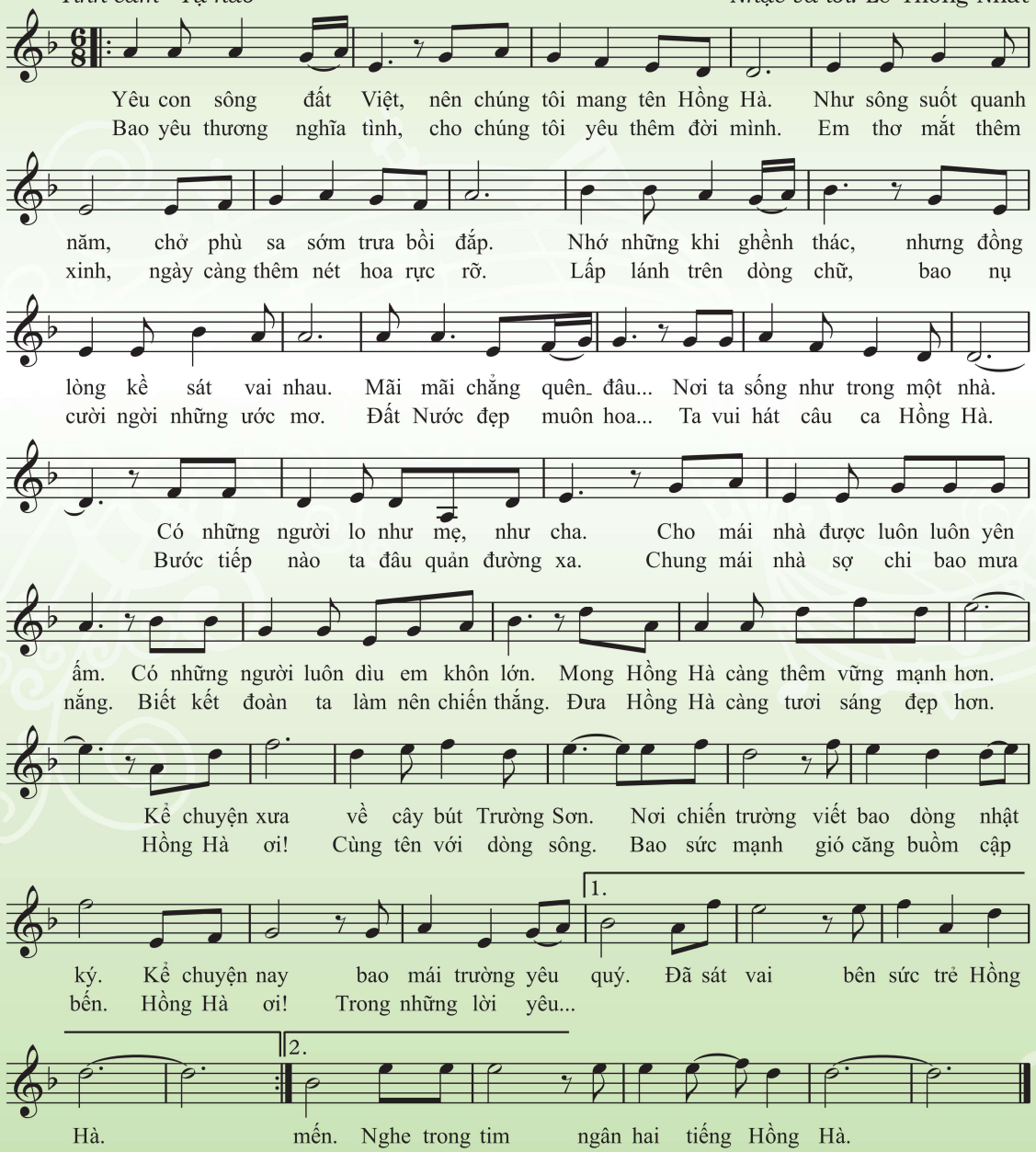
60 NĂM XÂY DỰNG VÀ PHÁT TRIỂN

Công ty CP Văn phòng phẩm Hồng Hà gắn bó với tạp chí Toán Tuổi thơ ngay từ những năm đầu tiên khi TS. Lê Thống Nhất là lãnh đạo tạp chí. Chính vì thế mà qua nhiều giai đoạn phát triển của Công ty, chứng kiến sự gắn bó của Người Hồng Hà với nhau, Người Hồng Hà với các thầy cô giáo, với các em học sinh, TS. Lê Thống Nhất đã viết ca khúc này tặng những người bạn Hồng Hà nhân dịp kỉ niệm 60 năm ngày thành lập (1/10/1959 - 1/10/2019). Ông nói: "Giá trị lớn nhất của Hồng Hà là Tình Người và ca khúc muốn nói lên điều đó!".

HỒNG HÀ CỦA TÔI

(Tặng Người Hồng Hà)

Tình cảm - Tự hào — *Nhạc và lời:* Lê Thống Nhất



Dành cho giáo viên, phụ huynh và trẻ em từ 12 tuổi đến dưới 16 tuổi.

Giấy phép xuất bản: số 31/GP-BVHTT, cấp ngày 23/1/2003 của Bộ Văn hóa và Thông tin.

Mã số: 8BTT197M19. **In tại:** Công ty cổ phần in Công Đoàn Việt Nam, 167 Tây Sơn, Đống Đa, Hà Nội. In xong và nộp lưu chiểu tháng 09 năm 2019.

Giá: 20 000 đồng