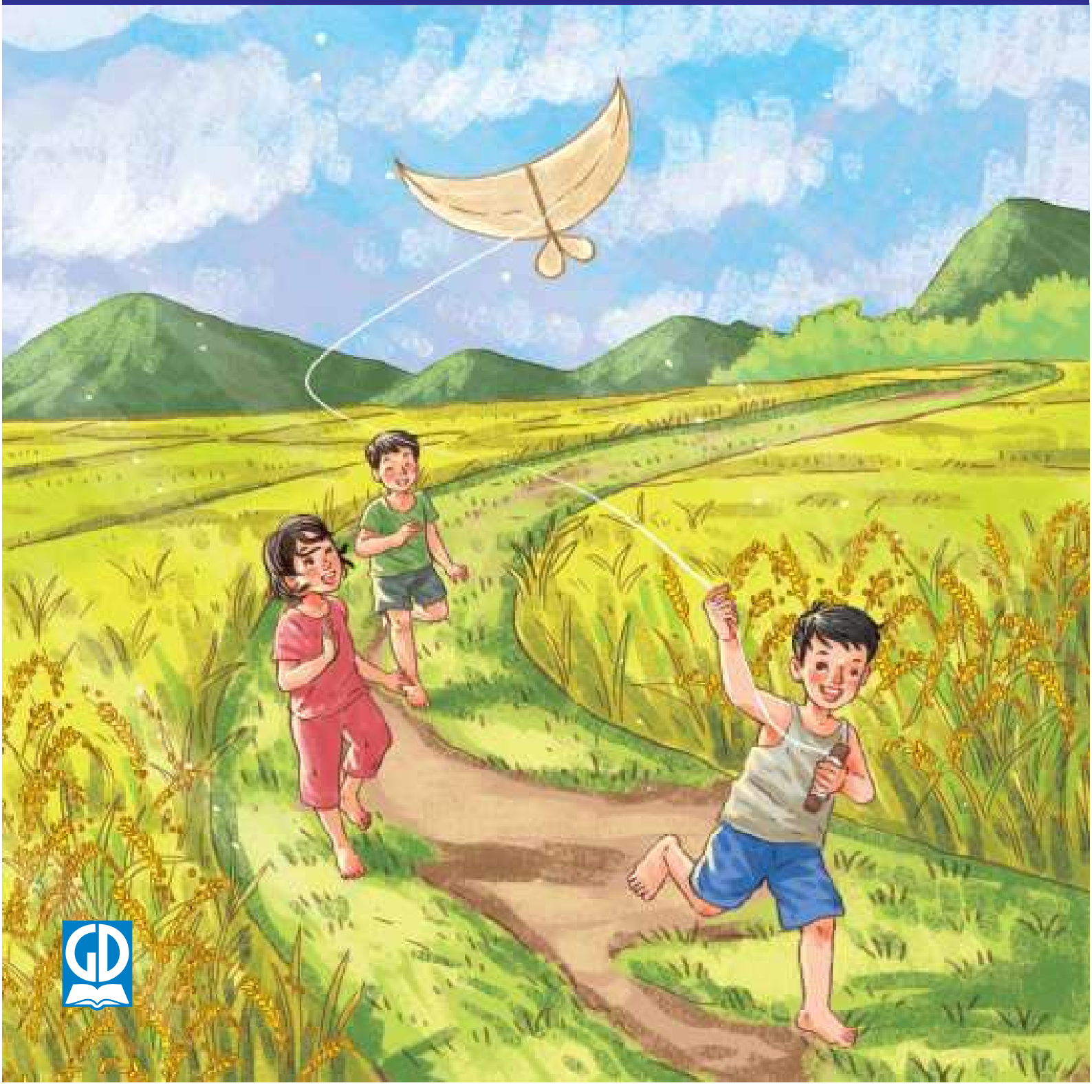
NĂM THỨ
HAI MƯƠI
ISSN 1859-2740

Toán tuổi thơ 2

9/9
196
NĂM HỌC 2018 - 2019

TRUNG HỌC CƠ SỞ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO



TRƯỜNG THCS - THPT NGUYỄN KHUYẾN, THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG



Hội đồng Sư phạm trường THCS - THPT Nguyễn Khuyến

Trường THCS - THPT Nguyễn Khuyến, TP. Đà Nẵng trước đây là trường Phổ thông chuyên cấp II Nguyễn Khuyến. Trường được thành lập ngày 20/8/1993. Từ ngày 20/01/1997, trường Phổ thông chuyên cấp II Nguyễn Khuyến đổi tên thành trường THCS Nguyễn Khuyến. Từ ngày 06/3/2017, trường THCS Nguyễn Khuyến được đổi tên thành trường THCS - THPT Nguyễn Khuyến. Trường được xây dựng đồng bộ, bề thế, khang trang, hiện đại với diện tích 17 000 m^2.

Bên cạnh mục tiêu giáo dục toàn diện, trường có nhiệm vụ bồi dưỡng học sinh giỏi, học sinh năng khiếu, góp phần đào tạo nguồn nhân lực chất lượng cao cho TP. Đà Nẵng nói riêng và đất nước nói chung. Trong các kì thi chọn học sinh giỏi cấp thành phố, trường THCS - THPT Nguyễn Khuyến là đơn vị dẫn đầu trong khối các trường THCS với khoảng 97% số học sinh dự thi đoạt giải, trong đó có 65% - 70% đoạt giải Nhất và Nhì. Học sinh nhà trường luôn là đại diện của TP. Đà Nẵng trong các cuộc thi khu vực, quốc gia như: Giải toán trên máy tính cầm tay, Cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc, Đường lên đỉnh Olympia dành cho học sinh THCS, ... Nhà trường đã 6 lần tham gia thi Olympic Toán Tuổi thơ và Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc với 32 huy chương gồm: 5 Huy chương Vàng, 10 Huy chương Bạc, 17 Huy chương Đồng, 2 cup Bạc, 2 cup Đồng phần thi đồng đội. Đặc biệt trong kì thi năm 2014, học sinh của trường đã đoạt 3 Huy chương Vàng, 2 Huy chương Bạc, 1 Huy chương Đồng. Năm học 2014 - 2015, em Đỗ Hữu Đạt đã giành vị trí thủ khoa cấp THCS. Hằng năm, nhà trường có từ 50% - 60% tổng số học sinh lớp 9 trúng tuyển vào trường THPT chuyên Lê Quý Đôn và có nhiều em đỗ thủ khoa. Năm học 2018 - 2019, trong kì thi chọn học sinh giỏi cấp thành phố, trường THCS - THPT Nguyễn Khuyến đã đạt 21 giải Nhất, 20 giải Nhì, 5 giải Ba và 1 giải Khuyến khích, với 100% học sinh dự thi đạt giải. Từ năm 2005 đến năm 2010, trong chương trình hợp tác giữa nhà trường và Học viện Raffes, có 23 học sinh của trường vinh dự được nhận học bổng du học tại Singapore.

Để ghi nhận các thành tích đó tháng 11 năm 2007, trường THCS - THPT Nguyễn Khuyến đã vinh dự được đón nhận Huân chương Lao động hạng Ba của Chủ tịch nước. Các thế hệ học sinh nhà trường đã nối tiếp nhau giữ vững và phát huy truyền thống học tập. Đội ngũ thầy cô giáo không ngừng tìm tòi kiến thức mới, đổi mới phương pháp dạy học để ngày càng làm tốt hơn công việc của mình.

Toán tuổi thơ 2 TRUNG HỌC CƠ SỞ

Children's Fun Maths Journal

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HỘI ĐỒNG BIÊN TẬP

Phó Tổng biên tập NXBGD Việt Nam:
TS. TRẦN QUANG VINH
Phó Tổng biên tập phụ trách tạp chí:
ThS. NGUYỄN NGỌC HÂN
Phó Tổng biên tập tạp chí:
TRẦN THỊ KIM CƯƠNG

ỦY VIÊN

NGND. VŨ HỮU BÌNH
TS. NGUYỄN MINH ĐỨC
ThS. ĐẶNG HIỆP GIANG
TS. NGUYỄN MINH HÀ
PGS. TS. VŨ ĐÌNH HÒA
ThS. TRẦN QUANG HÙNG
TS. LÊ THỐNG NHẤT
PGS. TS. TẠ DUY PHƯỢNG
ThS. PHẠM ĐỨC TÀI
NGND. PGS. TS. TÔN THÂN
PGS. TS. LÊ ANH VINH

TÒA SOẠN

Tầng 2, nhà A, số 187B Giảng Võ, phường Cát Linh, quận Đống Đa, Hà Nội
Điện thoại: 024.35682701 - Fax: 024.35682702
Email (Ban biên tập): bbttoantuoitho@gmail.com
Email (Trị sự - Phát hành): tapchitoantuoitho@gmail.com
Website: http://www.toantuoitho.vn

ĐỐI TÁC ĐẠI DIỆN PHÍA NAM

Công ty cổ phần Đầu tư và Phát triển Giáo dục Phương Nam
231 Nguyễn Văn Cừ, Q.5, TP. Hồ Chí Minh
ĐT: 028.73035556, Email: thitruong@phuongnam.edu.vn

Trị sự - Phát hành:
TRỊNH THỊ TUYẾT TRANG,
NGUYỄN THỊ HUYỀN THANH, NGUYỄN THỊ HẢI ANH
Biên tập - Chế bản: **VŨ THỊ MAI, ĐỖ TRUNG KIÊN**
Mĩ thuật: **TRẦN NGỌC TRƯỜNG**

CHỊU TRÁCH NHIỆM XUẤT BẢN

Chủ tịch Hội đồng Thành viên NXBGD Việt Nam:
NGUYỄN ĐỨC THÁI
Tổng Giám đốc NXBGD Việt Nam:
HOÀNG LÊ BÁCH
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NXBGD Việt Nam:
PHAN XUÂN THÀNH

TRONG SỐ NÀY

Giải toán thế nào? Tr 2
Chứng minh tam giác là tam giác cân như thế nào?
Thái Nhật Phượng

Rừng cười Tr 4
Bến gì?
Vua Tếu

Đo trí thông minh Tr 5
Hình nào thích hợp?
Đỗ Thị Thúy Ngọc

Nhìn ra thế giới Tr 7
International Talent Mathematics Contest (ITMC) 2019
Thái Thị Thanh Hoa

Phá án cùng thám tử Sê Lốc Cốc Tr 10
Vụ "Đánh bạn trong phòng Tin học"
Trần Phương Nam

Vượt vũ môn Tr 12
Một số bài toán tổ hợp trong các đề thi chọn học sinh giỏi toán lớp 9
Nguyễn Đức Tấn

Compa vui... tính Tr 15
Không nhỏ hơn!
Phạm Tuấn Khải

Sai ở đâu? Sửa cho đúng Tr 24
Đã đủ chưa?
Hồ Văn Lanh

Vào thăm Vườn Anh Tr 28
Ô chữ Các loài cây
Nguyễn Thị Minh Thơm

Minh họa bìa 1: *Công ty cổ phần Mĩ thuật và Truyền thông*



CHỨNG MINH TAM GIÁC LÀ TAM GIÁC CÂN NHƯ THẾ NÀO?

THÁI NHẬT PHƯỢNG

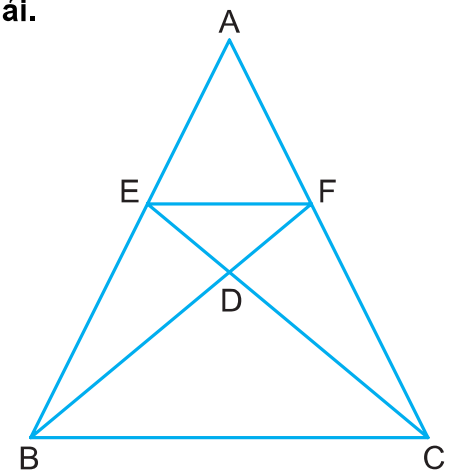
GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa

Khi giải toán hình học lớp 7, chúng ta thường gặp dạng toán chứng minh một tam giác là tam giác cân. Bài viết này sẽ giới thiệu một số cách chứng minh để giúp các bạn học sinh nhanh giải tốt hơn dạng toán này.

Phương pháp 1. Chứng minh tam giác có hai cạnh bằng nhau hoặc hai góc bằng nhau

Bài toán 1. Cho tam giác ABC cân tại A. Trên các cạnh AB, AC thứ tự lấy các điểm E, F sao cho AE = AF. Gọi D là giao điểm của BF và CE. Chứng minh rằng các tam giác BDC và EDF là tam giác cân.

Lời giải.



Xét ΔBCF và ΔCBE có

BC chung;

$\widehat{BCF} = \widehat{CBE}$ (vì ΔABC cân tại A);

CF = AC – AF = AB – AE = BE.

Suy ra ΔBCF = ΔCBE (c.g.c). (1)

Từ đó suy ra $\widehat{FBC} = \widehat{ECB}$.

Do đó ΔBDC cân tại D.

Từ (1) suy ra BF = CE.

Ta lại có DB = DC (vì ΔBDC cân tại D).

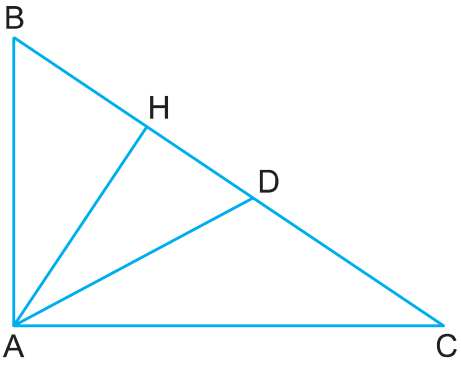
Do đó DF = DE.

Suy ra ΔEDF cân tại D.

• **Nhận xét.** *Nếu một tam giác có hai cạnh bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân.*

Bài toán 2. Cho tam giác ABC vuông tại A với đường cao AH. Kẻ tia phân giác của góc HAC cắt BC tại D. Chứng minh rằng ΔABD là tam giác cân.

Lời giải.



Ta có $\widehat{ADB} = \widehat{DAC} + \widehat{ACB}$ (vì $\widehat{ADB}$ là góc ngoài của tam giác ADC). (1)

Từ giả thiết ta có $\widehat{DAH} = \widehat{DAC}$. (2)

Ta lại có $\widehat{ACB} = \widehat{HAB}$ (cùng phụ với $\widehat{ABC}$). (3)

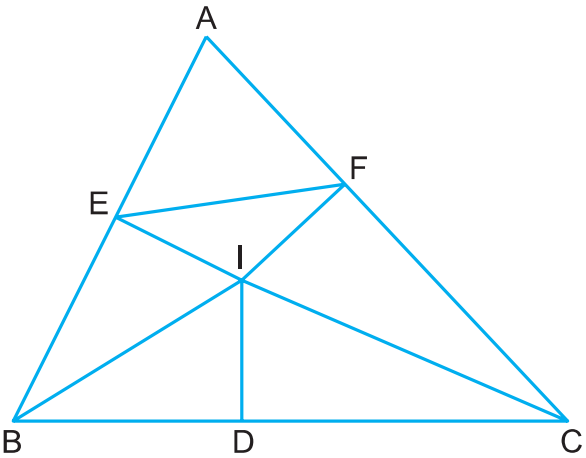
Từ (1), (2) và (3) suy ra $\widehat{ADB} = \widehat{BAD}$.

Suy ra ΔABD cân tại B.

• **Nhận xét.** *Nếu một tam giác có hai góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân.*

Bài toán 3. Cho tam giác ABC. Trên các cạnh AB, AC thứ tự lấy các điểm E, F sao cho BE + CF = BC. Các đường phân giác trong của ΔABC cắt nhau tại I. Chứng minh rằng ΔEIF là tam giác cân.

Lời giải. Trên cạnh BC lấy điểm D sao cho BD = BE.



Theo giả thiết ta có BE + CF = BC.

Suy ra CD = CF.

Xét ΔBID và ΔBIE có

BD = BE, $\widehat{IBE} = \widehat{IBD}$ và BI là cạnh chung.

Suy ra ΔBID = ΔBIE (c.g.c).

Do đó ID = IE.

Tương tự ta có ID = IF.

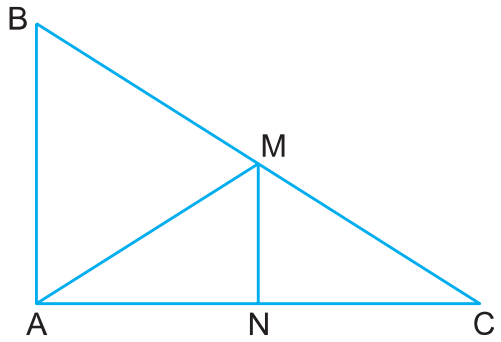
Suy ra IE = IF.

Vậy ΔEIF là tam giác cân.

Phương pháp 2. Chứng minh tam giác có hai trong các đường: đường cao, đường trung tuyến, đường phân giác trùng nhau

Bài toán 4. Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi M là trung điểm của cạnh huyền BC. Chứng minh rằng ΔAMC cân tại M.

Lời giải.



Bổ đề. Cho tam giác ABC có M, N thứ tự là trung điểm của AB, AC thì MN // BC và $MN = \frac{BC}{2}$.

Bạn đọc tự chứng minh bổ đề trên.

Quay trở lại bài toán.

Gọi N là trung điểm của AC.

Theo bổ đề ta có MN // BC.

Ta lại có AB ⊥ AC.

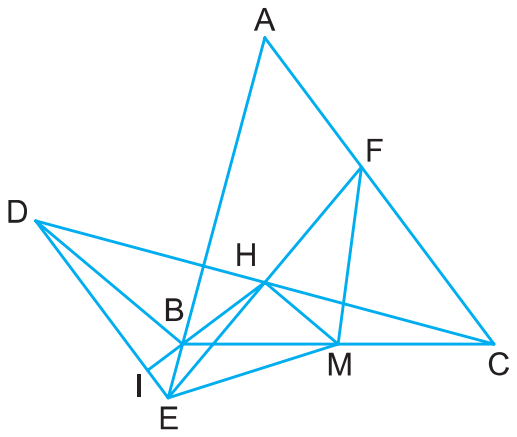
Suy ra MN ⊥ AC.

Xét ΔAMC có đường cao MN đồng thời là đường trung tuyến.

Suy ra ΔAMC cân tại M.

• **Nhận xét.** *Trong một tam giác nếu có đồng thời hai trong ba đường: đường cao, đường trung tuyến, đường phân giác kẻ từ cùng một đỉnh trùng nhau thì tam giác đó là tam giác cân.*

Bài toán 5. Cho tam giác ABC có trực tâm H. Gọi M là trung điểm của BC. Đường thẳng đi qua H vuông góc HM cắt AB, AC theo thứ tự tại E, F. Chứng minh rằng ME = MF.



Lời giải. Lấy điểm D sao cho H là trung điểm của CD. Theo bổ đề ở bài toán 4 thì HM // DB.

Mặt khác HM ⊥ EF nên HE ⊥ BD.

Do đó E là trực tâm của tam giác HBD.

Gọi I là giao điểm của DE và HB.

Ta có $\widehat{IDH} = \widehat{ABH}$ (cùng phụ với góc $\widehat{DHB}$).

Vì H là trực tâm của tam giác ABC nên $\widehat{ABH} = \widehat{FCH}$ (cùng phụ góc $\widehat{BAC}$).

Như vậy ta có ΔDEH = ΔCFH (g.c.g).

Do đó HE = HF.

Suy ra tam giác MEF có đường cao MH đồng thời là đường trung tuyến.

Do đó tam giác MEF cân tại M.

Vậy ME = MF (đpcm).

Các bạn hãy vận dụng để giải các bài toán sau nhé.

Bài 1. Cho tam giác ABC nhọn với các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Đường thẳng đi qua H song song với BC cắt DE, DF thứ tự tại I và K. Chứng minh rằng ΔIDK là tam giác cân.

Bài 2. Cho tam giác ABC với $\widehat{BAC} = 36^o$, $\widehat{ABC} = 72^o$. Tia phân giác của góc ABC cắt AC tại D. Chứng minh rằng các tam giác ABC, ADB, BCD là tam giác cân.

Bài 3. Cho tam giác ABC cân tại A. Trên cạnh AB lấy điểm E và trên tia đối tia CA lấy điểm F sao cho CF = BE. Gọi I là giao điểm của EF và BC. Đường thẳng vuông góc với EF tại I cắt AF tại D. Chứng minh rằng ΔEDF là tam giác cân.



Kì này Bến gì?

Bến gì đứng đợi con đò
Bến gì có những tầu to cập bờ
Bến gì có ở Huế thơ
Bến gì mà Bác ngày xưa lên đường
Bến gì tên tỉnh yêu thương
Bến gì tên gọi một phường, một sông
Bến gì liên tỉnh người đông
Bến gì mà mẹ Suốt công sáng ngời
Bến gì suối Yến kề nơi
Bến gì là chốn ra đời sông La
Bến gì xưa cắt nước ta
Bến gì ai có đi xa nhớ về
Vừa tài giỏi lại đam mê
Bạn nào giải đúng sẽ bê ngay quà!

VUA TẾU





Kết quả **(TTT2 số 194)**

Bán gì?

Bán kính có ở hình tròn
Bán kết mà thắng xơi ngon nhất nhì
Bán xăng cấm lửa nhớ ghi
Bán rong xe, gánh cứ đi dọc đường
Bán cầu xích đạo chia phương
Bán xổ số khách mua thường muốn may
Bán rượu mua uống dễ say
Bán chim không khéo hàng bay mất liền
Bán trú không ở lại đêm
Bán độ tỉ số trở nên ngược đời
Bán nước phản quốc tày trời
Bán đảo ba phía biển khơi vỗ về
Bán thuốc theo đúng đơn kê
Bán con chị Dậu tái tê nỗi lòng
Trầm ngồi cân nhắc, đếm đong
Quyết định danh sách thưởng trong kì này!

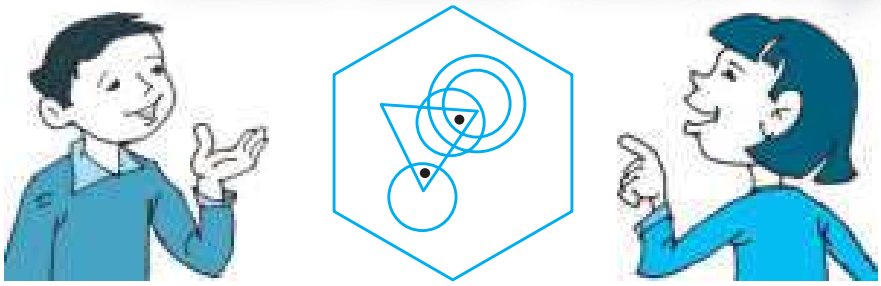
HONG HA

Nhận xét. Kì này Vua Tếu rất vui mừng khi nhận được rất nhiều câu trả lời của các thần dân ở khắp nơi trong cả nước gửi về. Nhưng chỉ có năm thần dân được Vua Tếu tặng quà đó là: *Nguyễn Xuân Tài*, 6E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Nguyễn Sơn Hải*, 6A5, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**; *Phạm Thị Ngọc Huyền*, 7E, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Phạm Quỳnh Mai,* 7D, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, **Nam Định**; *Trần Thảo Linh,* 7B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

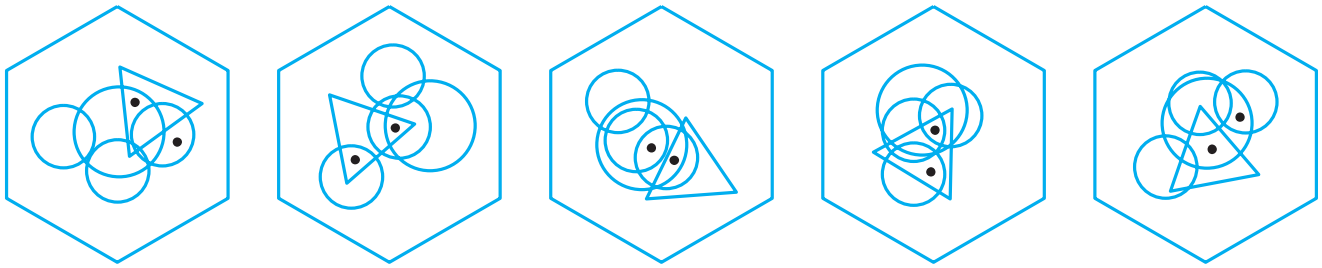
VUA TẾU



Kì này HÌNH NÀO THÍCH HỢP?



Hình vẽ nào trong các hình sau có nhiều nhất các đặc điểm giống với hình đã cho.



ĐỖ THỊ THÚY NGỌC

Phó Trưởng phòng Giáo dục Trung học, Sở GD&ĐT Ninh Bình

(Sưu tầm và giới thiệu)

Kết quả ĐIỀN HÌNH CÒN THIẾU (TTT2 số 194)

Quy luật. Từ trái sang phải, vị trí của chấm tô màu xanh dịch chuyển dần lên trên, sau đó dịch chuyển dần xuống, rồi lại dịch chuyển dần lên.

Do đó phải chọn hình B thay vào dấu chấm hỏi.



Nhận xét. Có nhiều bạn tham gia giải bài, hầu hết các bạn có đáp án đúng, một số bạn diễn đạt chưa rõ ràng. Các bạn sau lập luận chặt chẽ được thưởng kì này: *Phạm Vũ Hoàng*, 8A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Trần Anh Duy*, 6C, THCS Nguyễn Cao, Quế Võ, **Bắc Ninh**; *Vũ Thanh Ngân*, 7A, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, **Nam Định**; *Dương Nguyên Khánh*, 6A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Hoàng Long*, 6B, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**.

Các bạn sau có lời giải đúng được tuyên dương: *Nguyễn Trí Dũng*, 6A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Phương Ngân*, 7D, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Phạm Quỳnh Mai*, 7D, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, **Nam Định**; *Đoàn Hạnh Diên*, 7A, THCS Lê Thanh Nghị, Gia Lộc, **Hải Dương**; *Lê Phú Quang*, 6D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**.

NGUYỄN XUÂN BÌNH



Các bạn hãy giải bài toán sau bằng tiếng Anh và gửi về tòa soạn nhé! Năm bạn có bài giải tốt nhất sẽ được nhận quà.

Problem 5(196). Given that $A = \dfrac{(t-u)(v-w)}{(u-v)(w-t)} = \dfrac{2018}{2019}$.

Find the value of the expression: $B = \dfrac{(t-v)(u-w)}{(t-u)(v-w)}$.

TS. ĐỖ ĐỨC THÀNH

GV. Trường liên cấp Tiểu học và THCS Ngôi Sao Hà Nội

Kết quả Problem 4(194)

From what Bob says, it implies that he must have an odd number.

After Bob' s saying, Mark can be sure about what he says only if the sum of the other numbers can be broken down into 2 odd integers and there is only one way to do that.

The only triplet that satisfies that condition is (6, 3, 1). It means that Mark's number is 6 and Bob's number can be 3 or 1.

Nhận xét. Kì này không bạn nào có lời giải đúng, phần thưởng xin gác lại kì sau.

ĐỖ ĐỨC THÀNH

INTERNATIONAL ... *(Tiếp theo trang 9)*

28. Both boy A and girl B, who are brother and sister, started to walk from home to school at the same time on the same route. Each of them walk at a different constant speed.

If both boy A and girl B walk 1 kilometer, boy A will take 5 minutes less than girl B. One day, both children started to walk to school at the same time.

When boy A walked one - fifth of the whole distance from home to school, he stopped and walked back to home to get his homework. He spent 10 minutes at home for finding his homework. Then he again walked from home to school.

On the way from home to school girl B did not stop walking and spent 2.5 hours in total. Eventually, both boy and girl reached school at the same time.

How long the distance of the route from home to school, in kilometers?

29. Find the sum of all distinct prime factors of $50^4 + 51^4 + 1$.

Bonus Question

(Student may or may not give the answer)

A correct answer is worth 20 points. An incorrect answer is deducted 7 points and 0 point for blank answer. In the case that an answer is not integral, students have to put the most nearest integral answer. Students have to answer the last five digits in the case that the answer from calculating is more than 5 digits.

30. The distance of the straight road from Jack's home to Ann's home is 77 kilometers. Jack departed his home at noon (12:00) forward to Ann's home. When Jack reached Ann's home, he immediately left Ann's home backward to his home.

A little while after noon, Ann departed her home forward to Jack's home. Likewise, at once Ann reached Jack's home, she immediately left Jack's home backward to her home.

Both Jack and Ann travelled on the straight road without taking a rest on the way.

Ann reached her home at time 16:58.

On the way, after Ann left her home for 13.5 kilometers to travel to Jack's home, at this moment, two of them passing each other. Then, both of them continued to travel until reaching the home of the other party, then traveling back to their own home. They passing each other again on the way back to their own home at the point 8.5 kilometers far from Ann's home. At what time did Jack reach his home? (Student must answer in term of 4-digit number. For example, at the time 13:25 the answer is 1325 or at the time 17:54 the answer is 1754).

INTERNATIONAL TALENT MATHEMATICS CONTEST (ITMC) 2019

GRADE 07

Time allowed: 90 minutes

ThS. THÁI THỊ THANH HOA
Tổ phó tổ Toán - Tin, trường THPT chuyên Hà Nội Amsterdam
(Sưu tầm và giới thiệu)

Part 1: *Questions no. 1 - 12, each correct answer is worth 4 points, 1 point for a blank answer, and 0 point for each incorrect answer*

1. Let x be the solution of the following linear equation $\left(\frac{25}{61}\right)x-\frac{20}{18}=\left(\frac{20}{18}\right)x-\frac{25}{61}$.

What integer is closest to x ?

A. -2 B. -1 C. 0 D. 1 E. 2

2. Let t, m, c be real numbers satisfying $2^t=3,\ 3^m=4,\ 4^c=\sqrt[3]{2}$. What is $t\times m\times c$ equal to?

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. 1 D. 3 E. 0

3. Given two fractions in simplest form $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ where a, b, c, d are positive integers, define the median fraction of $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ to be the simplest form of $\frac{a+c}{b+d}$. For example: the median fraction of $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$ is $\frac{1+2}{3+3}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

What is the median fraction of $\frac{1}{20}, \frac{1}{18}$?

A. $\frac{19}{180}$ B. $\frac{1}{38}$ C. $\frac{1}{19}$ D. $\frac{2}{39}$

E. None of A to D.

4. Let ABCD be a quadrilateral. The ratio of the interior angles of ABCD is $\angle A:\angle B:\angle C:\angle D=2:5:6:1$.

Find $\angle A+\angle B$.

A. $\frac{180^\circ}{7}$ B. $\frac{360^\circ}{7}$ C. $\frac{540^\circ}{7}$ D. $\frac{900^\circ}{7}$

E. None of A to D

5. Let ABCD be a trapezoid where AB // CD, AB = 29 and CD = 116. The point E is on CD where AE = 20, BE = 21 and $\angle AEB = 90^\circ$. What is the area of ABCD?

A. 870 B. 1027.5 C. 1050 D. 1450

E. the information is not sufficient to determine.

6. Given that ABC is a triangle with $\angle BAC=48^\circ$. D, E and F are points on AB, BC, and CA respectively where DE bisects $\angle BDF$ and FE bisects $\angle CFD$. What is $\angle DEF$ equal to?

A. 24° B. 44° C. 57° D. 66° E. 114°

7. For all goods in a shop, the selling prices give 10% profit. A customer makes a bargain to buy a commodity; a salesclerk agrees to give a discount of p% from the selling price. It turns out that the customer paid for the commodity an amount of money, which is equal to the cost of the commodity.

Which one of the following integers is closest to p?

A. 5 B. 9 C. 10 D. 11 E. 15

8. Let x be the largest negative integer and y be the smallest possible absolute value of integers.

What is the value of $x^{2018}+2018.y^{2561}$?

A. 1 B. 0 C. 2018

D. 2019 E. None of A to D

9. Let n be the largest 4-digit number which is divisible by 20 and 18. If n is divided by 2018, the remainder is equal to r. Which one of the following numbers is the sum of all digits of r?

A. 9 B. 10 C. 17 D. 19 E. 21

10. Consider the statement "Among positive numbers 1 to n, there are 25 prime numbers".

The statement is false, if n = 20 since there are only 8 prime numbers namely 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19. If n = 100, the statement is true.
How many values of n not equal to 100 make the statement true?
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3 E. 4

11. Jane plans to save an amount of money from her salary in order to purchase a smartphone as follows:

- 1st month: save $\frac{1}{4}$ of the smartphone price.
- 2nd month: save an amount of money which is 190 baht less than the first month.
- 3rd month: save 3150 baht.

The sum of 3 month-saved money is equal to the price of the smartphone. When Jane purchases a smartphone at a shop, she gets 10% discount from the price. How much money in baht does Jane get a discount?
(Note that baht is the currency of Thailand.)
A. 250 B. 592 C. 600 D. 5920 E. 6000

12. The ITMC staffs planned to prepare rooms for a group of the ITMC participants.
The staffs found that by using all the rooms of a hotel, the arrangement could be of two types as follows,
Type I: 3 participants per room will leave 7 participants without a room,
Type II: 5 participants per room will leave 3 empty rooms.
If there are m participants in the group and the hotel has n rooms for the group of ITMC participants, find m + n.
A. 9 B. 11 C. 23 D. 40 E. 51

Part 2: *Questions no. 13 - 24, each correct answer is worth 6 points, 1.5 points for a blank answer, and 0 point for each incorrect answer.*

13. Consider the following statements:
(1) If a is a real number and $a^2 = 64$, then a is equal to 8.
(2) If a is equal to 21, then $a^2 = 441$.
(3) If a is a real number and $a^3 = 64$, then a is equal to 4.
(4) If a is equal to 4, then $a^3 = 64$.
How many of the 4 statements are (is) true?
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3 E. 4

14. Let n be the smallest positive integer satisfying the following statement

$$\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\ldots+\frac{1}{n\times(n+1)}>0.9.$$

Find the sum of all digits of n.
A. 1 B. 2 C. 5 D. 9 E. 11

15. Given that $P=\frac{4}{5}\times\frac{6}{7}\times\frac{8}{9}\times\ldots\times\frac{9998}{9999}$.
Which one of the followings is true?
A. P = 0.0004 B. P < 0.0004 C. P > 0.02
D. P = 0.02 E. 0.0004 < P < 0.02

16. In geometry, we can prove that the three angle bisectors of any triangle always intersect at a point and the perpendicular bisectors of three sides of any triangle always intersect at a point.
A student constructs the three angle bisectors of triangle ABC intersecting at point P and the perpendicular bisectors of three sides of ABC also intersecting at point P.
Which one of the following statements is true?
A. ABC is a right triangle
B. ABC is an isosceles triangle with AB = AC
C. ABC is an equilateral triangle
D. ABC is a scalene triangle
E. ABC is an isosceles triangle with BA = BC

17. Given 4 wooden sticks of length 2, 5, 6, 1 meters respectively.
Three of the four sticks are taken to construct a triangle without cutting the sticks.
Which one of the following statements is true?
A. Only one triangle can be constructed, and it is obtuse.
B. Only one triangle can be constructed, and it is acute.
C. Exactly two triangles namely one obtuse triangle and one acute triangle can be constructed.
D. Exactly two acute triangles can be constructed.
E. Exactly two obtuse triangles can be constructed.

18. Given an isosceles triangle ABC with base BC and a vertex A. D is the midpoint of BC. Consider the following statements.
(1) AB = AC (2) $\angle ABC = \angle ACB$
(3) AD $\perp$ BC (4) $\angle BAD = \angle CAD$

How many above statements are (is) true?
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3 E. 4

19. Let n and r be positive integers satisfying the followings conditions.
(1) When 2018 is divided by n, the remainder is r.
and (2) When 2561 is divided by n, the remainder is r. What is the sum of all possible values of r?
A. 27 B. 389 C. 418 D. 543
E. the information is not sufficient

20. Let x, y, z be positive integers less than or equal to 2018 satisfying the equation $|x-y|^{2018}+|x-z|^{2561}=1$. Given that S is the largest possible value of $x+y-z$.
Find the remainder when S is divided by 100.
A. 50 B. 53 C. 55 D. 57
E. the information is not sufficient

21. How many values of integer n are there such that $\frac{250}{n}$ is an integer?
A. 4 B. 8 C. 12 D. 16 E. 20

22. Define an "ITMC number" to be a 4-digit number whose digits are all different and the sum of any 3 digits is always a prime number.
For example, 2019 is not an ITMC number since $2+1+9=12$ is not a prime number.
Find the difference between the largest ITMC number and the smallest ITMC number.
A. 6192 B. 7774 C. 7792 D. 8334 E. 8352

23. A positive integer n that can be written as a product of two positive integers which are greater than 1 is called a composite number.
For example, 6 is a composite number since $6=2\times3$ but 7 is not.
Let n be a composite number which is not a perfect square.
Consider the following statements.
Statement 1: There exists a positive integer d such that n is divisible by d and $1<d<\sqrt{n}$.
Statement 2: There exists a positive integer d such that n is divisible by d and $\sqrt{n}<d<n$.
Which one of the following is true?
A. Both statement 1 and 2 are true.
B. Statement 1 is true and 2 is false.
C. Statement 1 is false and 2 is true.
D. Both statement 1 and 2 are false.
E. The information is not sufficient.

24. Consider the following pattern:

row 1				2				
row 2			5		8			
row 3		11		14		17		
row 4	20		23		26		29	
row 5	32		35		38		41	44
	⋮		⋮		⋮		⋮	⋮

What row is 2018 in?
A. 35 B. 36 C. 37 D. 63 E. 64

Part 3: *Questions no. 25 - 29, each correct answer is worth 7 points, and 0 point for each incorrect or blank answer.*
In the case that an answer is not integral, students have to put the most nearest integral answer. Students have to answer the last five digits in the case that the answer from calculating is more than 5 digits.

25. A food shop sets the selling price of a box of supplementary food fifteen times of its cost. The shop offers a promotion that each customer will get 60% off the selling price. In selling a box of supplementary food, the customer gets discount 495 baht, what is the profit?
(Note that baht is the currency of Thailand)

26. Given an isosceles triangle ABC with BA = BC = 2. CA is longer than BC. Use a compass to construct a circle at C as the center and a radius BC. The circle intersects CA at D. AB is extended from point B to intersect the circumference at E. That obtains B as the midpoint of AE.
Find the measure of $\angle BDC$.

27. At a party, there are n people consisting of men and women. Each one has to shake hands with the each of the others in the party once.
It found that the number of handshakes between women is 2561 more than the number of handshakes between men.
Find the possible smallest value of n.

(Xem tiếp trang 6)



VỤ "ĐÁNH BẠN TRONG PHÒNG TIN HỌC"

TRẦN PHƯƠNG NAM

(Ghi theo câu chuyện của thám tử Sê Lốc Cốc)

Tin có vụ đánh bạn ở phòng Tin học nhanh chóng gây sửng sốt cho cả trường. Nạn nhân là một bạn gái rất hiền lành, ít nói. Chuyện xảy ra trong giờ nghỉ, thầy giáo không có mặt ở phòng máy. Đương nhiên là nạn nhân biết rõ thủ phạm và các bạn có mặt đều biết. Nhưng khi thầy Hiệu trưởng và thầy dạy Tin học hỏi thì tất cả đều im lặng.

Ngoài nạn nhân còn có 15 bạn có mặt, trong đó có thủ phạm.

Thầy Hiệu trưởng nói rất nhiều vừa để giáo dục, vừa để nạn nhân hoặc bạn nào đó cho biết thủ phạm nhưng vẫn chỉ là những ánh mắt nhìn thầy, không nói ra điều gì.

Thầy dạy Tin học yêu cầu tất cả học sinh ra khỏi phòng máy và thầy đi xem từng chiếc máy tính.



Thầy Hiệu trưởng:

- Thế nào? Anh xem các máy tính thì ích lợi gì? Cứ giao cho giáo viên chủ nhiệm mời luôn phụ huynh đến. Không ra thì cho nghỉ học.

Thầy dạy Tin học sau khi xem một lượt các máy tính bước đến bên thầy Hiệu trưởng nói nhỏ:

- Em tìm ra thủ phạm rồi anh ạ. Có học sinh đã nói với em.

Thế rồi, thầy dạy Tin học kéo thầy Hiệu trưởng đến xem trên màn hình của một máy tính.

Thầy Hiệu trưởng ngạc nhiên:

- Chỉ có một dãy số thế này thì làm sao mà biết được điều gì?

Thầy dạy Tin học tươi cười:

- Đây là những con số biết nói thầy ạ.

Cả hai cùng nhìn vào dãy số:

24 11 25 17 25 15 11

Thầy Hiệu trưởng càng ngạc nhiên.

Thầy dạy Tin học:

- Bây giờ thầy có thể mời đúng thủ phạm cùng nạn nhân lên phòng thầy để làm việc được rồi. Tôi đề nghị nhà trường xử lí nghiêm để làm gương cho các em học sinh.

Thế nào? Các bạn có thể biết ai là thủ phạm không? Vụ này chưa cần tới Sê Lốc Cốc vào cuộc nhé! Mà biết đâu Sê Lốc Cốc lại bó tay với vụ này?



Kết quả **(TTT2 số 194)**

VỤ ÁN MẤT BỨC TRANH QUÝ

Rõ ràng ông giám đốc không biết chuyện lục soát tất cả bảo tàng. Vậy mà khi Sê Lốc Cốc nói với ông giám đốc đã tìm thấy bức tranh thì ông ấy đến đúng vị trí giấu bức tranh, như vậy rõ ràng ông giám đốc chính là tòng phạm.

Nhận xét. Các bạn thám tử nhỏ sau đã có lập luận chặt chẽ, và có trình bày sạch đẹp được thưởng kì này: *Phan Quang Triết*, 6B, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Nguyễn Trần Anh Duy*, 6C, THCS Nguyễn Cao, Quế Võ, **Bắc Ninh**; *Đỗ Thị Thư*, 7D, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, **Nam Định**; *Lê Đức Anh*, 6A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Bùi Quang Thắng*, 8B, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**.

Các bạn "thám tử" sau được khen: *Nguyễn Phương Ngân*, 7D, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Nguyễn Thị Khánh Huyền*, *Nguyễn Duy Thái Việt*, 8A, THCS Cao Xuân Huy, Diễn Thành, Diễn Châu, **Nghệ An**; *Phạm Vũ Hoàng*, 8A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**.

NGUYỄN DUY KHƯƠNG

BẠN ĐỌC CÓ THỂ ĐẶT MUA TẠP CHÍ CẢ NĂM HỌC TẠI CÁC BƯU CỤC CỦA VNPT TRÊN CẢ NƯỚC VỚI MÃ ĐẶT CÁC ẤN PHẨM NHƯ SAU: Tạp chí Toán Tuổi thơ 1: **C169**; Tạp chí Toán Tuổi thơ 2: **C169.1**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 1 năm 2018: **C169.2**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 2 năm 2018: **C169.3**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 1 năm 2017: **C169.4**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 2 năm 2017: **C169.5**.





MỘT SỐ BÀI TOÁN TỔ HỢP TRONG CÁC ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TOÁN LỚP 9

NGUYỄN ĐỨC TẤN
TP. Hồ Chí Minh

Trong các kì thi chọn học sinh giỏi toán lớp 9, thi vào lớp 10 THPT chuyên toán của một số địa phương, các thí sinh thường gặp các bài toán tổ hợp. Dạng toán này khá khó vì không có phương pháp chung để giải, các thí sinh cần biết vận dụng các kiến thức như: phương pháp phản chứng, nguyên lí Dirichlet, nguyên lí cực hạn, nguyên tắc bất biến... Bài viết này xin giới thiệu một số bài toán tổ hợp trong một số đề thi.

Bài toán 1. Cho hình vuông ABCD và 2018 đường thẳng thỏa mãn hai điều kiện sau:

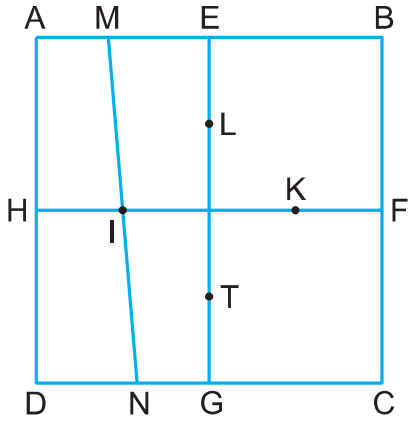
i) Mỗi đường thẳng đều cắt hai cạnh đối của hình vuông.

ii) Mỗi đường thẳng đều chia hình vuông thành hai phần có tỉ số diện tích là $\frac{1}{3}$.

Chứng minh rằng trong 2018 đường thẳng đó có ít nhất 505 đường thẳng đồng quy.

(Đề thi chọn HSG lớp 9, tỉnh Vĩnh Phúc, năm học 2017 - 2018)

Lời giải.



Xét hình vuông ABCD có E, F, G, H lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA. Giả sử đường thẳng d cắt các cạnh AB, CD lần lượt tại M, N và cắt FH tại I sao cho

$$\frac{S_{AMND}}{S_{BMNC}}=\frac{1}{3}. \quad (1)$$

Ta lại có HI, FI thứ tự là các đường trung bình của các hình thang AMND, BMNC nên

$$HI=\frac{AM+DN}{2},\ FI=\frac{BM+CN}{2}. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{AD(AM+DN)}{AD(BM+CN)}=\frac{1}{3}$.

Do đó $\frac{HI}{FI}=\frac{1}{3}$.

Như vậy mỗi đường thẳng trong 2018 đường thẳng đã cho chia đường trung bình của hình vuông theo tỉ lệ là 1 : 3.

Có bốn điểm là I, L, K, T thỏa mãn tính chất trên. Ta có 2018 đường thẳng, mỗi đường thẳng đi qua ít nhất một điểm trong bốn điểm đó. Mà 2018 : 4 = 504 (dư 2).

Do đó theo nguyên lí Dirichlet thì tồn tại ít nhất 504 + 1 = 505 đường thẳng đồng quy.

Bài toán 2. Trên bàn có 100 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 100. Hai người A, B lần lượt mỗi người lấy một tấm thẻ sao cho nếu người A lấy tấm thẻ đánh số n thì đảm bảo người B chọn được tấm thẻ đánh số 2n + 2. Hỏi người A có thể lấy được nhiều nhất bao nhiêu tấm thẻ trên bàn thỏa mãn yêu cầu trên?

(Đề thi chọn HSG lớp 9, TP. Hà Nội, năm học 2016 - 2017)

Lời giải. Vì người B lấy được tấm thẻ đánh số 2n + 2 nên ta có $2n+2\le 100$, suy ra $n\le 49$.

Do đó A chỉ được lấy các tấm thẻ đánh số từ 1 đến 49.

Ta chia các số 1; 2;...; 49 thành 33 nhóm như sau

- {1, 4}, {3, 8}, {5, 12}, ... , {23, 48} (gồm 12 nhóm).
- {2, 6}, {10, 22}, {14, 30}, {18, 38} (gồm 4 nhóm).

- {25}, {27}, {29}, ... , {49} (gồm 13 nhóm).
- {26}, {34}, {42}, {46} (gồm 4 nhóm).

Ta thấy trong 49 số trên thì người A chỉ chọn được nhiều nhất 33 số (ở mỗi nhóm chọn 1 số).

Giả sử ngược lại người A chọn nhiều hơn 33 số thì theo nguyên lí Dirichlet tồn tại hai số thuộc cùng một nhóm.

Vậy A có thể lấy nhiều nhất 33 tấm thẻ.

Ví dụ có một trường hợp lấy các tấm thẻ của người A thỏa mãn yêu cầu đề bài là 1, 3, 5, ... , 23, 2, 10, 14, 18, 25, 27, 29, ... , 49, 26, 34, 42, 46 thỏa mãn đề bài.

Nhận xét. *Trong bài này ta đã chia các số vào các nhóm dựa vào điều kiện của đề bài, nếu người A chọn số n thì người B sẽ chọn ngay số 2n + 2.*

Bài toán 3. Cho 625 số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 625. Ta chọn ra 311 số trong các số trên sao cho không có hai số nào có tổng bằng 625. Chứng minh rằng trong 311 số được chọn có ít nhất một số là số chính phương.

(Đề thi chọn HSG lớp 9, tỉnh Hưng Yên, năm học 2017 - 2018)

Lời giải. Ta chia 625 số tự nhiên đã cho thành 311 nhóm. Nhóm 1 gồm số 1 và số 624, nhóm 2 gồm số 2 và số 623, nhóm 3 gồm số 3 và số 622, ... , nhóm 48 gồm số 48 và số 577, nhóm 49 gồm số 50 và số 575, nhóm 50 gồm số 51 và số 574, ... , nhóm 223 gồm số 224 và số 401, nhóm 224 gồm số 226 và số 399, nhóm 225 gồm số 227 và số 398, ... , nhóm 310 gồm số 312 và số 313, nhóm 311 gồm các số chính phương là 49, 225, 400, 576, 625.

Xảy ra hai trường hợp như sau:

- Nếu trong 311 số đó có ít nhất một số thuộc nhóm 311 thì ta có đpcm.
- Nếu trong 311 số đó không có số nào thuộc nhóm 311 thì theo nguyên lí Dirichlet ta có ít nhất hai số thuộc cùng một nhóm trong 310 nhóm còn lại. Hai số đó có tổng bằng 625 (mâu thuẫn với đề bài).

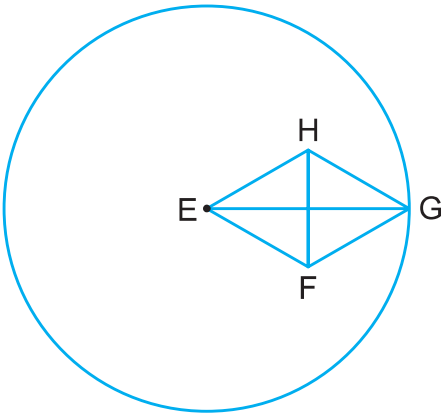
Suy ra đpcm.

Nhận xét. *Trong bài này ta đã chia các số vào các nhóm sao cho tổng hai số trong nhóm bằng 625 để không có hai số nào trong 311 số thuộc cùng một nhóm.*

Bài toán 4. Mỗi điểm của mặt phẳng được tô bởi một trong ba màu: đỏ, xanh hoặc vàng. Chứng minh rằng luôn tồn tại hai điểm A, B có cùng màu và AB = 1.

(Đề thi chọn đội tuyển HSG lớp 9, trường THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, năm học 2017 - 2018)

Lời giải.



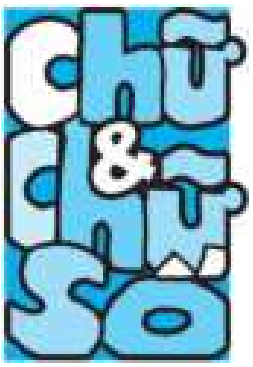
Giả sử không có hai điểm nào cùng màu mà khoảng cách của chúng bằng 1.

Ta xét hình thoi EFGH có cạnh bằng 1 và góc E bằng 60°.

Ta có tam giác EHF đều nên EF = FG = GH = HE = FH = 1.

(Xem tiếp trang 22)





Kì này KÌ 42

Tìm số nhỏ nhất trong các số có ba chữ số $\overline{ABC}$. Biết rằng số trung bình cộng của các số $\overline{ABC}$, $\overline{ACB}$, $\overline{BAC}$, $\overline{BCA}$, $\overline{CAB}$, $\overline{CBA}$ có chữ số hàng đơn vị là 1.

PHƯỢNG VỸ *(Sưu tầm và giới thiệu)*

Kết quả KÌ 40 (TTT2 số 194)

Ta có đẳng thức

$$HA \times HA \times HA = HANOI$$

Đặt $x = HA, y = NOI$. Theo bài ra ta có

$x^3 = x \times 1000 + y$, với $x, y \in \mathbb{N}, 10 \le x \le 99$, $0 \le y \le 999$.

Vì $y \ge 0$ nên $x^3 = 1000x + y \ge 1000x$

$\Rightarrow x^2 \ge 1000 > 961 = 31^2 \Rightarrow x \ge 32$.

Vì $y \le 999$ nên $x^3 - 1000x \le 999$. (1)

Nếu $x \ge 33$ thì

$x^3 - 1000x = x(x^2 - 1000)$

$\ge 33 \times 89 = 2937 > 999$ (mâu thuẫn với (1)).

Suy ra $32 \le x \le 32$ hay $x = 32$.

Với $x = 32$ ta có

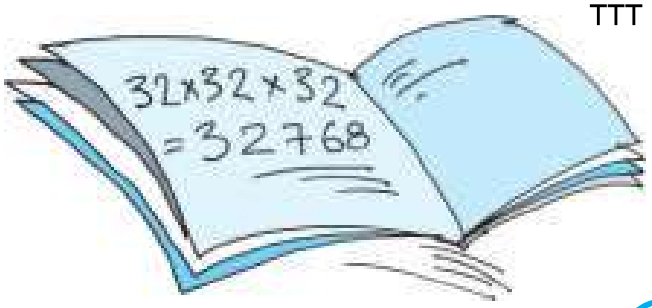
$32 \times 32 \times 32 = 32768 = 32 \times 1000 + 768$.

Vậy $H = 3, A = 2, N = 7, O = 6, I = 8$.

Nhận xét. Lời giải trên của bạn *Lê Vũ Quang*, 6D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Thị trấn Bút Sơn, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**. Ngoài bạn Quang, các bạn sau đây có lời giải tốt được thưởng kì này: *Nguyễn Hữu Tuấn Anh*, 6C, THCS Nguyễn Cao, Việt Hùng, Quế Võ, **Bắc Ninh**; *Phạm Vũ Hoàng*, 8A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Đỗ Ngọc Tiến*, 6A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Vũ Trà My*, 6A1, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**; *Nguyễn Hoàng Nguyên*, 7A, THCS Xuân Diệu, Can Lộc, **Hà Tĩnh**.

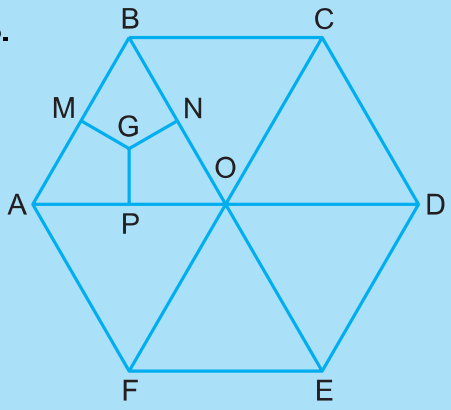
Các bạn sau có lời giải đúng được khen kì này: *Trần Công Ninh*, 8A4, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**; *Ngô Hữu Hoàng*, 9C, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

TTT



HƯỚNG DẪN ... *(Tiếp theo trang 27)*

Bài 5.



Ta chia lục giác đều ABCDEF thành 6 tam giác đều cạnh 4 cm chung đỉnh O như hình vẽ.

Theo nguyên lí Dirichlet thì có ít nhất 4 điểm trong 19 điểm đã cho nằm trong hay trên cạnh một trong 6 tam giác đó. Không mất tính tổng quát giả sử tam giác đó là OAB.

Ta chia tam giác đều OAB trọng tâm G thành 3 tứ giác nội tiếp với $GM \perp AB$; $GN \perp OB$; $GP \perp OA$.

Vì ΔOAB đều cạnh bằng 4 cm, có đường cao có độ dài là $\frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ (cm) $\Rightarrow GA = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm.

Các tứ giác GMBN, GMAP, GPON thứ tự nội tiếp đường tròn đường kính GB, GA, GO đều bằng $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm.

Theo nguyên lí Dirichlet tồn tại ít nhất 2 điểm trong 4 điểm đang xét nằm trong hay trên cạnh một trong 4 tứ giác nói trên. Không mất tổng quát giả sử tứ giác đó là GMBN.

Suy ra khoảng cách giữa hai điểm đó không vượt quá đường kính $GB = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác. Suy ra đpcm.

NGUYỄN THANH GIANG
(GV. THPT chuyên Hưng Yên)



Kì này

KHÔNG NHỎ HƠN!

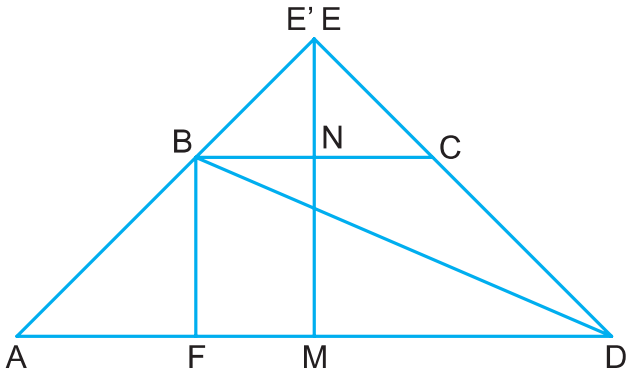
Bài toán. Hồng nói với Hà: "Trong mọi tam giác có một góc bằng 60° thì cạnh đối diện với góc đó không nhỏ hơn $\frac{1}{3}$ chu vi tam giác".

Theo các bạn thì Hồng nói đúng hay sai? Vì sao?

PHẠM TUẤN KHẢI *(Hà Nội)*

Kết quả **(TTT2 số 194)**

CÓ CHẮC HAY KHÔNG?



Vì BC // AD nên $\widehat{CBD} = \widehat{BDA}$ (so le trong).

Vì BC = CD nên tam giác BCD cân tại C, từ đó $\widehat{CBD} = \widehat{CDB}$.

Suy ra $\widehat{BDA} = \widehat{CDB}$.

Do đó DB là tia phân giác của $\widehat{CDA}$.

Gọi E' là giao điểm của AB và CD.

Xét tam giác E'AD có $\widehat{ADE'} = 45^\circ = \widehat{DAE'}$ nên tam giác E'AD vuông cân tại E'.

Vì BC // AD nên ta dễ dàng chứng minh tam giác E'BC vuông cân tại E'.

Vì M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC nên E'N và E'M đều là tia phân giác của góc AE'D.

Do đó E', N, M thẳng hàng, tức là E' trùng với E và EM vuông góc với BC và AD.

Xét tam giác vuông cân EBC có đường trung tuyến EN, suy ra 2EN = BC.

Hạ BF vuông góc với AD (F thuộc AD).

Vì DB là tia phân giác của $\widehat{CDA}$ nên BF = BE.

Ta có tứ giác BNMF là hình chữ nhật (vì có ba góc vuông) nên BF = NM.

Suy ra MN = BE < BC = 2EN.

HONG HA

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng được thưởng kì này: *Phạm Thị Ngọc Tuyết,* 7E THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Trần Quý Dương*, 8A THCS Thạch Thất, Thạch Thất, **Hà Nội**; *Trần Anh Vũ*, 8A, THCS Hợp Tiến, Nam Sách, **Hải Dương**; *Ngô Thị An Bình,* 7E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

VŨ ĐÌNH HÒA

ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY

Thi giải toán qua thư

Trần Đức Huy, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ; *Nguyễn Hoàng Nguyên*, 7A, THCS Xuân Diệu, Can Lộc, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Đức Học*, 6D, *Lê Văn Quang Trung*, 9B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Ngô Thị An Bình*, 7E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Tạ Kim Nam Tuấn*, 7A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Lê Phú Quang, Trương Ngọc Thu Trang*, 6D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Lương Minh Hiếu*, 8C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Nguyễn Trần Kiên*, 6C1, THCS Archimedes Academy, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Nguyễn Anh Thư*, 6A3, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**.

Kết quả

Giải toán qua thư



Bài 1(194). Có hai loại xe trọng tải 4 tấn và 11 tấn. Nếu mỗi xe chở đúng trọng tải thì cần mỗi loại mấy xe để chở hết 58 tấn hàng?

Lời giải. Gọi số xe trọng tải 4 tấn, 11 tấn lần lượt là x, y (với x, y $\in \mathbb{N}$).

Ta có $4x + 11y = 58$. (1)

Vì $4x$ chia hết cho 2, 58 chia hết cho 2 nên $11y$ chia hết cho 2.

Suy ra y chia hết cho 2 (vì (2, 11) = 1).

Vì x là số tự nhiên nên từ (1) suy ra $11y \le 58$.

Do đó $y < 6$.

Suy ra $y \in \{0; 2; 4\}$.

- Nếu $y = 0$ thì $4x = 58$ (loại).
- Nếu $y = 2$ thì $4x + 22 = 58$, suy ra $x = 9$.
- Nếu $y = 4$ thì $4x + 44 = 58$, suy ra x không là số tự nhiên (loại).

Vậy có 9 xe trọng tải 4 tấn và 2 xe trọng tải 11 tấn.

Nhận xét. Đây là một bài tập tìm nghiệm nguyên khá dễ dàng với học sinh lớp 6, lớp 7 nên nhiều bạn tham gia và giải đúng. Các bạn sau có cách lập luận ngắn gọn và trình bày đẹp: *Trần Đức Huy*, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ; *Nguyễn Hoàng Nguyên*, 7A, THCS Xuân Diệu, Can Lộc, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Đức Học*, *Nguyễn Tất Quân*, *Lê Văn Quang Hiếu*, 6D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Lê Phú Quang*; *Trương Ngọc Thu Trang*, 6D, THCS Như Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Tạ Kim Nam Tuấn*, 7A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Đỗ Thùy Dương*, 6E, THCS Hùng Vương; *Nguyễn Sơn Hải*, 6A5, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh; *Đỗ Ngọc Hải*, *Chử Lê Phương Linh*, 7A3, *Phạm Hoàng Anh*, 7A4, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Hoàng Anh Khôi*, *Lương Khánh Nhật Minh*, *Nguyễn Trần Kiên*, *Nguyễn Triết Khoa*, *Nguyễn Minh Hải*, 6C1, THCS Archimedes Academy, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**.

PHÙNG KIM DUNG



Bài 2(194). Cho $A = \frac{3^3}{1} - \frac{5^3}{3} + \frac{7^3}{6} - \frac{9^3}{10} + \frac{11^3}{15} - \frac{13^3}{21} + \frac{15^3}{28} - \frac{17^3}{36} + ... + \frac{199^3}{4950}$.

So sánh A với 814.

Lời giải. Ta có

$$\frac{A}{2} = \frac{3^3}{2} - \frac{5^3}{6} + \frac{7^3}{12} - \frac{9^3}{20} + \frac{11^3}{30} - \frac{13^3}{42} + \frac{15^3}{56} - \frac{17^3}{72} + ... + \frac{199^3}{9900}$$

$$= 3^2.\left(1 + \frac{1}{2}\right) - 5^2.\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) + 7^2.\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) - 9^2.\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) + ... + 199^2.\left(\frac{1}{99} + \frac{1}{100}\right)$$

$$= 3^2 + \left(\frac{3^2}{2} - \frac{5^2}{2}\right) - \left(\frac{5^2}{3} - \frac{7^2}{3}\right) + \left(\frac{7^2}{4} - \frac{9^2}{4}\right)$$
$$- \left(\frac{9^2}{5} - \frac{11^2}{5}\right) + \ldots - \left(\frac{197^2}{99} - \frac{199^2}{99}\right) + \frac{199^2}{100}$$
$$= 3^2 - 8 + 8 - 8 + \ldots + 8 + \frac{199^2}{100} = 3^2 + \frac{199^2}{100}$$
$$< 3^2 + \frac{199.200}{100} = 9 + 398 = 407.$$

Do đó $A < 407.2$ hay $A < 814$.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt: *Ngô Thị An Bình*, 7E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Tạ Kim Nam Tuấn*, 7A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Anh Thư*, 6A3, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**.

LÊ ĐỨC THUẬN

Bài 3(194). Năm số 1, 2, 3, 4, 5 được chia thành hai nhóm bất kì. Chứng minh rằng một trong hai nhóm luôn có hai số mà hiệu của chúng bằng một số trong nhóm đó.

Lời giải. Ta thấy 2 – 1 = 1, 4 – 2 = 2 và 4 – 1 = 3.

✻ TH1. Các số 2 và 1 thuộc cùng một nhóm hoặc các số 4 và 2 thuộc cùng một nhóm thì ta có đpcm.

✻ TH2. Các số 1 và 4 thuộc cùng một nhóm và nhóm đó không có số 2.

• Nếu số 3 thuộc nhóm này thì có điều phải chứng minh.

• Nếu số 3 thuộc nhóm còn lại có chứa số 2 thì khi đó:

✿ Nếu số 5 thuộc nhóm có số 2 thì 5 – 3 = 2, ta có đpcm.

✿ Nếu số 5 thuộc nhóm không chứa số 2 thì 5 – 4 = 1, ta có đpcm.

Suy ra đpcm.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng và ngắn gọn: *Nguyễn Đức Học*, 6D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Ngô Thị An Bình*, 7E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Tạ Kim Nam Tuấn*, 7A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Quang Nhật*, *Nguyễn Trần Kiên*, *Lê Đức Huy*, 6C1, THCS Archimedes Academy, **Hà Nội**.

CAO VĂN DŨNG



Bài 4(194). Cho hai tam giác ABC và BCD có cạnh BC chung, A và D thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ chứa BC, biết rằng $\widehat{ABC} = 36^\circ$, $\widehat{CBD} = 30^\circ$, $\widehat{BAD} = 81^\circ$, $\widehat{CAD} = 27^\circ$. Tính số đo các góc của tam giác ACD.

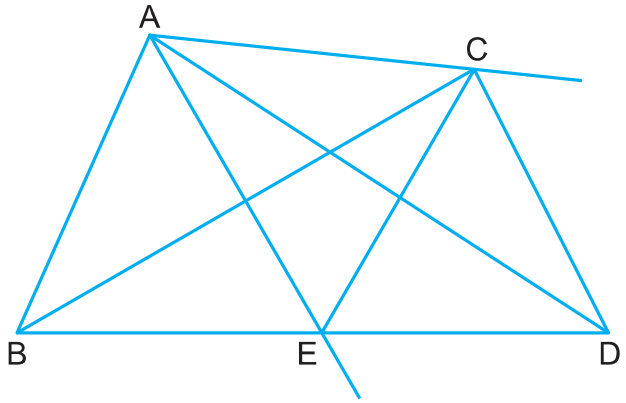
Lời giải. Ta có

$\widehat{BAC} = \widehat{BAD} + \widehat{CAD} = 81^\circ + 27^\circ = 108^\circ$.

Suy ra $\widehat{ACB} = 180^\circ - \widehat{ABC} - \widehat{BAC}$

$= 180^\circ - 36^\circ - 108^\circ = 36^\circ$.

Do đó tam giác ABC cân tại A.



Từ A kẻ đường thẳng vuông góc với BC cắt BD tại E. Khi đó AE là đường trung trực của đoạn thẳng BC.

Từ đó suy ra $\widehat{EBC} = \widehat{ECB} = 30^o$

$\Rightarrow \widehat{BEA} = \widehat{CEA} = 60^o \Rightarrow \widehat{CED} = 60^o$.

Do đó ED là tia phân giác ngoài của ΔAEC.

Vì $AE \perp BC$ nên

$\widehat{BAE} = 90^o - \widehat{ABC} = 90^o - 36^o = 54^o$;

$\widehat{DAE} = \widehat{BAD} - \widehat{BAE} = 81^o - 54^o = 27^o$;

$\widehat{DAE} = \widehat{DAC} = 27^o$.

Do đó AD là phân giác của $\widehat{CAE}$.

Vậy CD là tia phân giác ngoài của ΔAEC.

Từ đó

$$\widehat{ADC} = 180^o - \widehat{CAD} - \widehat{ACD}$$

$$= 180^o - \frac{\widehat{CAE}}{2} - \widehat{ACE} - \widehat{ECD}$$

$$= 180^o - \frac{\widehat{CAE}}{2} - \widehat{ACE} - \frac{180^o - \widehat{ACE}}{2}$$

$$= 90^o - \frac{\widehat{CAE}}{2} - \frac{\widehat{ACE}}{2} = \frac{\widehat{AEC}}{2} = 30^o.$$

Do vậy $\widehat{ACD} = 180^o - \widehat{CAD} - \widehat{ADC}$

$= 180^o - 27^o - 30^o = 123^o$.

Vậy $\widehat{CAD} = 27^o$; $\widehat{ADC} = 30^o$; $\widehat{ACD} = 123^o$.

Nhận xét. Chỉ có duy nhất bạn *Nguyễn Duy Khôi Nguyên*, 7G, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An** có lời giải đúng.

HỒ QUANG VINH

Bài 5(194). Số nguyên dương n được gọi là *số thú vị* nếu tồn tại các số nguyên dương x, y, z, t thỏa mãn $n = \frac{x^2 + y^2}{z^2 + t^2}$.

a) Chứng minh rằng có vô hạn *số thú vị*.

b) Hỏi số 2019 có phải là *số thú vị* không? Tại sao?

Lời giải. a) Với $k \in \mathbb{N}^*$ thì vì $k^2 = \frac{k^2 + k^2}{1^2 + 1^2}$

nên k^2 là số *thú vị*.

Suy ra tất cả các số chính phương khác 0 đều là số *thú vị*, vậy có vô hạn số *thú vị*.

b) Giả sử 2019 là số *thú vị*, tồn tại các số nguyên dương x, y, z, t thỏa mãn

$x^2 + y^2 = 2019(z^2 + t^2)$. (1)

Trong các bộ (x, y, z, t) thỏa mãn (1) ta xét bộ (x, y, z, t) với $x + y + z + t$ nhỏ nhất.

Vì 2019 chia hết cho 3 nên $x^2 + y^2$ chia hết cho 3.

Khi đó ta dễ dàng chứng minh x, y đều chia hết cho 3, từ đó $x^2 + y^2$ chia hết cho 9.

Vì 2019 không chia hết cho 9 nên từ đây ta có $z^2 + t^2$ chia hết cho 3.

Suy ra z, t đều chia hết cho 3.

Từ đây, đặt $x = 3x_1$; $y = 3y_1$; $z = 3z_1$; $t = 3t_1$ (với x_1, y_1, z_1, t_1 là các số nguyên dương).

Ta được $x_1^2 + y_1^2 = 2019(z_1^2 + t_1^2)$.

Từ đẳng thức trên suy ra bộ (x_1, y_1, z_1, t_1) cũng thỏa mãn (1) nhưng $x_1 + y_1 + z_1 + t_1 < x + y + z + t$, mâu thuẫn với cách chọn bộ (x, y, z, t).

Vậy điều giả sử là sai, suy ra 2019 không phải là số *thú vị*.

Nhận xét. Không có bạn nào có lời giải đúng.

BÙI MẠNH TÙNG





Bài 6(194). Giải phương trình

$(x+3)\sqrt{-x^2-x+48}=x-24.$

Lời giải. ĐKXĐ $-x^2-x+48\ge 0$.

Với điều kiện đó thì

$$49>\left(x+\frac{1}{2}\right)^2\Rightarrow 7>x+\frac{1}{2}>-7.$$

Do đó nếu x là nghiệm của phương trình thì

$$x-24<0\Rightarrow x+3<0\Rightarrow -3>x>-7\frac{1}{2}.$$

Khi đó ta có

$(x+3)\sqrt{-x^2-x+48}>(x+3).7>x-24$ vì

$$(x+3).7-(x-24)=6x+45=6\left(x+7\frac{1}{2}\right)>0.$$

Vậy phương trình đã cho không có nghiệm thực x.

Nhận xét. Bài toán giải phương trình trên đơn giản, nhưng kết quả hơi "bất ngờ" đối với nhiều bạn học sinh. Các bạn sau có lời giải đúng: *Lương Minh Hiếu*, 8C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Trương Ngọc Tâm*, 9D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Thị trấn Bút Sơn, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Hồng Khánh Lâm*, 9E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Lê Văn Quang Trung*, 9B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Lê Ngọc Tùng*, 9A, THCS Nguyễn Trực, Thanh Oai, **Hà Nội**.

NGUYỄN MINH ĐỨC

Bài 7(194). Cho n là số nguyên dương lớn hơn hoặc bằng 3.

a) Tìm số nguyên dương lớn nhất k(n) để trong n số nguyên dương phân biệt bất kì không vượt quá k(n) luôn tồn tại 3 số (không nhất thiết phân biệt) mà một số bằng tổng của hai số còn lại.

b) Tìm số nguyên dương lớn nhất h(n) để trong n số nguyên dương phân biệt bất kì không vượt quá h(n) luôn tồn tại ba số phân biệt mà một số bằng tổng hai số còn lại.

Lời giải. a) Trước tiên xét n số n, n + 1, ..., 2n – 1, ta thấy không thể chọn ra được 3 số thỏa mãn đề bài vì tổng của hai số nhỏ nhất bằng $n+n=2n>2n-1$.

Do đó ta thấy ngay $k(n)\le 2n-2$.

Giả sử $a_1<a_2<\ldots<a_n$ là n số nguyên dương bất kì không vượt quá $2n-2$. Ta có $a_{n-1}\le 2n-3$ và $a_n-a_1\le(2n-2)-1=2n-3$.

Xét $2n-2$ số nguyên dương không vượt quá $2n-3$ gồm $a_1<a_2<\ldots<a_{n-1}$ và $a_n-a_1>a_{n-1}-a_1>\ldots>a_2-a_1$.

Theo nguyên lí Dirichlet, tồn tại hai số bằng nhau và rõ ràng hai số này phải có dạng là a_i và a_j-a_1 với $1\le i\le n-1,\ 2\le j\le n$ nào đó, tức là $a_j=a_i+a_1$.

Vậy $k(n)=2n-2$.

b) Trước tiên xét n số $n-1, n, \ldots, 2n-2$ ta thấy không thể chọn được 3 số thỏa mãn đề bài vì tổng của hai số phân biệt nhỏ nhất bằng $(n-1)+n=2n-1>2n-2$.

Do đó ta thấy ngay $h(n)\le 2n-3$.

Giả sử $a_1<a_2<\ldots<a_n$ là n số nguyên dương bất kì không vượt quá $2n-3$.

Ta có

$a_{n-1}\le 2n-4$ và $a_n-a_1\le(2n-3)-1=2n-4$.

Xét 2n – 3 số nguyên dương không vượt quá 2n – 4 gồm $a_2<a_3<\ldots<a_{n-1}$ và $a_n-a_1>a_{n-1}-a_1>\ldots>a_2-a_1$.

Theo nguyên lí Dirichlet, tồn tại hai số bằng nhau và rõ ràng hai số này phải có dạng là a_i và $a_j - a_1$ với $2 \le i \le n-1$, $2 \le j \le n$ nào đó, tức là $a_j = a_i + a_1$. Hơn nữa từ đây ta cũng suy ra $a_j > a_i$, nên a_1, a_i, a_j là 3 số nguyên dương phân biệt.

Vậy $h(n) = 2n - 3$.

Nhận xét. 1) Đây là một bài toán thuộc dạng cực trị tổ hợp, thường xuất hiện trong các đề thi học sinh giỏi và đề thi vào lớp 10 các trường chuyên. Để giải bài toán thuộc dạng này, ta cần sử dụng các đánh giá, ước lượng thích hợp và chỉ ra một mô hình thỏa mãn đẳng thức xảy ra.

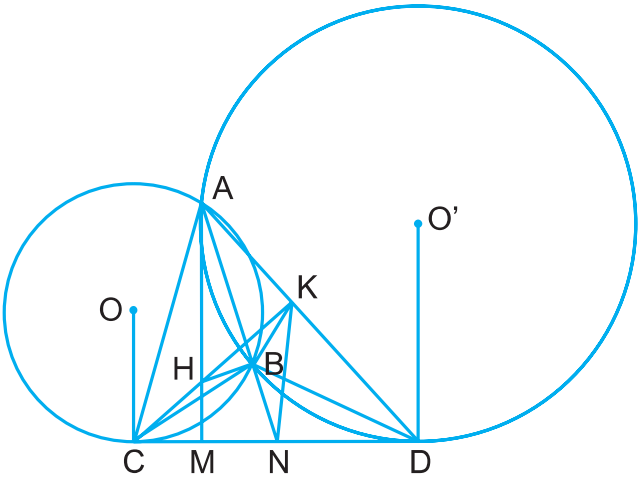
2) Việc sử dụng nguyên lí Dirichlet để chỉ ra sự tồn tại của 3 số thỏa mãn đề bài là một ý tưởng rất tự nhiên và đã từng xuất hiện trong nhiều bài toán khác.

3) Rất tiếc là không có bạn nào có lời giải đúng cho bài toán này.

TRỊNH HOÀI DƯƠNG

Bài 8(194). Cho hai đường tròn (O) và (O') không bằng nhau và cắt nhau tại A và B. Kẻ tiếp tuyến chung ngoài lần lượt tiếp xúc với đường tròn (O) và (O') tại C và D sao cho B nằm bên trong tam giác ACD. Kẻ AM vuông góc với CD tại M. Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với AB, đường thẳng này cắt đoạn thẳng AM tại H. Chứng minh rằng H là trực tâm của tam giác ACD.

Lời giải.



Gọi giao điểm của AB và CD là N.

Ta dễ dàng chứng minh

$NC^2 = NB \cdot NA = ND^2$. (1)

Gọi giao điểm của đường tròn (NBD) với AD là K khác D.

Theo tính chất góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung, ta thu được $\widehat{BKN} = \widehat{BDN} = \widehat{BAD}$.

Từ đó $NK^2 = NB \cdot NA = ND^2 = NC^2$.

Suy ra $NK = ND = NC$.

Điều này dẫn tới tam giác CKD vuông tại K. (2)

Vì các tứ giác HBNM và KBND nội tiếp nên ta chứng minh được

$AH \cdot AM = AB \cdot AN = AK \cdot AD$.

Suy ra tứ giác HKDM nội tiếp.

Vậy $\widehat{HKD} = 180^o - \widehat{HMD} = 90^o$. (3)

Từ (2) và (3) ta suy ra C, H, K thẳng hàng và $CK \perp AD$.

Vậy H là trực tâm tam giác ACD.

Nhận xét. Chúng ta nên chứng minh trực tiếp H là trực tâm tam giác ACD thay vì dựng lại trực tâm tam giác ACD rồi chứng minh điểm đó trùng với H. Trong các bài toán chứng minh hình học, việc dựng lại hình nên tránh và chỉ nên làm như vậy khi đó là con đường ngắn nhất hoặc không còn cách nào khác.

Hai bạn sau có lời giải đúng: *Lê Văn Quang Trung*, 9B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Lê Ngọc Tùng*, 9A, THCS Nguyễn Trực, Thanh Oai, **Hà Nội**.

TRẦN QUANG HÙNG



THÁCH ĐẤU

TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM SÁU MƯƠI BA

Người thách đấu: *Võ Quốc Bá Cẩn, trường* Archimedes Academy, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**.

Bài toán thách đấu: Cho số thực x thỏa mãn $x^2 - x$ là số nguyên khác 1 và $x^3 - 2x$ cũng là số nguyên. Chứng minh rằng x là số nguyên.

Thời hạn: Trước ngày 08.6.2019 theo dấu bưu điện.

Kết quả TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM SÁU MƯƠI MỐT (TTT2 số 194)

Đề bài. Giải phương trình

$$2x^2+1=\sqrt{\frac{4x^4-4\sqrt{2}x+5}{1-x^2}}.$$

Lời giải. ĐKXĐ $-1<x<1$.

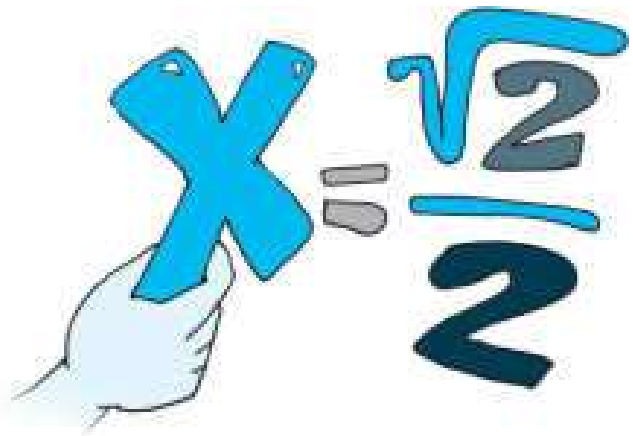
Theo bất đẳng thức AM-GM, ta có

$$4x^4+1+1+1\ge 4\sqrt[4]{4x^4}=4\sqrt{2}|x|\ge 4\sqrt{2}x.$$

Từ đó suy ra $4x^4-4\sqrt{2}x+5\ge 2$. (1)

Với điều kiện $-1<x<1$ phương trình đã cho tương đương với

$$(2x^2+1)^2(1-x^2)=4x^4-4\sqrt{2}x+5.$$



Theo bất đẳng thức AM-GM và kết hợp với (1), ta có

$$(2x^2+1)^2(1-x^2)$$

$$=\frac{1}{4}(1+2x^2)(1+2x^2)(4-4x^2)$$

$$\le\frac{1}{4}\left(\frac{1+2x^2+1+2x^2+4-4x^2}{3}\right)^3$$

$$=2\le 4x^4-4\sqrt{2}x+5. \quad (2)$$

Dấu đẳng thức ở (2) xảy ra khi

$$\begin{cases}4x^4=1\\ |x|=x\\ 1+2x^2=4-4x^2\end{cases}\Leftrightarrow x=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Ta thấy $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ thỏa mãn ĐKXĐ.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

HONG HA

Nhận xét. Đăng quang trong trận đấu này là bạn *Nguyễn Lương Uy*, 8C1, THCS Archimedes Academy, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**, bạn đã giải bài bằng cách đặt ẩn phụ để trở thành giải bài toán không còn căn thức.

VÕ QUỐC BÁ CẨN



MỘT SỐ BÀI TOÁN ...

(Tiếp theo trang 13)

Do đó ba đỉnh của các tam giác EHF và GHF có màu khác nhau.

Không mất tổng quát giả sử E có màu vàng thì các điểm H, F không có màu vàng. Do đó G màu vàng.

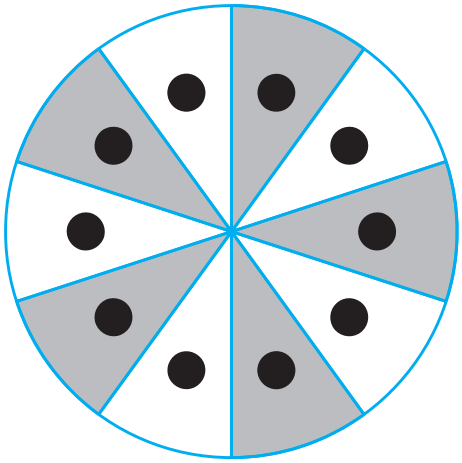
Suy ra mọi điểm thuộc đường tròn $(E;\sqrt{3})$ được tô màu vàng. Khi đó tồn tại một dây AB của đường tròn này có độ dài bằng 1 và có hai đầu mút cùng màu (mâu thuẫn với điều giả sử).

Do đó điều giả sử là sai. Suy ra đpcm.

Bài toán 5. Cho một hình tròn được chia thành 10 hình quạt bằng nhau. Trong mỗi hình quạt đặt một viên bi. Một người thực hiện trò chơi sau: Mỗi lần lấy ở 2 hình quạt bất kì, mỗi hình 1 viên bi rồi chuyển sang hình quạt liền kề. Hỏi sau một số lần thực hiện trò chơi thì tất cả các viên bi được chuyển về 1 hình quạt được không?

(Đề thi chọn HSG lớp 9, tỉnh Nam Định, năm học 2017 - 2018)

Lời giải.



Ta tô các hình quạt bằng hai màu đen trắng xen kẽ. Số viên bi trong các hình quạt màu đen và trắng đều là bằng 5.

Ta thấy khi lấy hai viên bi ở hai hình quạt bất kì rồi chuyển sang hình quạt liền kề thì số viên bi ở các hình quạt màu đen và màu trắng luôn là số lẻ.

Vậy sau một số lần thực hiện trò chơi thì không thể đưa tất cả các biên bi vào cùng một hình quạt.

Bài toán 6. Trên bảng người ta viết dãy số gồm 2017 số $\frac{1}{1};\frac{1}{2};\frac{1}{3};...;\frac{1}{2017}$. Bạn Hồng và bạn Hà cùng nhau chơi một trò chơi. Cứ mỗi lượt chơi bạn Hồng chọn một số u và bạn Hà chọn một số v trong dãy trên rồi xóa chúng đi thay bằng số mới bằng u + v + uv. Cứ như vậy đến khi trên bảng chỉ còn 1 số. Hỏi số cuối cùng còn lại trên bảng là số nào?

Lời giải. Đặt a = u + v + uv, ta có

a + 1= u + v + uv + 1 = (u + 1)(v + 1).

Do đó nếu cộng mỗi số trên bảng với 1 thì sau mỗi lần xóa đi hai số u + 1 và v + 1 thì ta viết lên bảng số (u + 1)(v + 1).

Ban đầu ta có dãy số u, v, x, y, z, ... thì sau khi xóa u, v sẽ nhận được dãy số a, x, y, z, ...

Khi đó (u + 1)(v + 1)(x + 1)(y + 1)(z + 1) ...

= (a + 1)(x + 1)(y + 1)(z + 1) ...

Ta thấy tích các số trên bảng sau mỗi lần thực hiện xóa và thay số mới là không thay đổi.

Gọi A là số cuối cùng còn lại trên bảng thì ta có

$$A+1=\left(\frac{1}{1}+1\right)\left(\frac{1}{2}+1\right)\left(\frac{1}{3}+1\right)...\left(\frac{1}{2017}+1\right)$$

$$=\frac{2}{1}.\frac{3}{2}.\frac{4}{3}...\frac{2018}{2017}=2018.$$

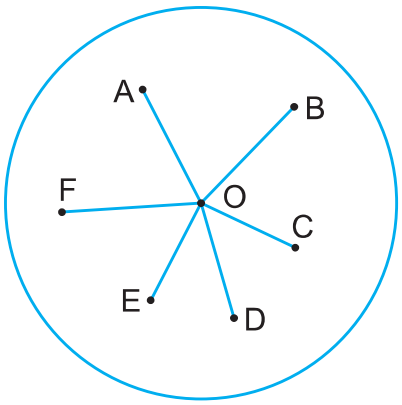
Suy ra A = 2017.

Vậy số cuối cùng còn lại trên bảng là 2017.

Bài toán 7. Trên mặt phẳng cho 6 điểm bất kì sao cho khoảng cách giữa hai điểm tùy ý luôn lớn hơn 1. Chứng minh rằng không tồn tại một hình tròn nào có bán kính bằng 1 chứa bên trong cả 6 điểm đó.

(Đề thi chọn HSG lớp 9, tỉnh Quảng Ngãi, năm học 2016 - 2017)

Lời giải.



Giả sử tồn tại đường tròn tâm O bán kính bằng 1 chứa bên trong 6 điểm A, B, C, D, E, F đã cho.

Nếu có một trong sáu điểm trên trùng với O, giả sử đó là điểm A thì từ $OB = AB > 1$, suy ra điểm B nằm ngoài đường tròn (O; 1) (mâu thuẫn với điều giả sử).

Do đó cả sáu điểm A, B, C, D, E, F không có điểm nào trùng với điểm O.

Vì khoảng cách giữa hai điểm bất kì trong sáu điểm đó lớn hơn 1 nên không có điểm nào nằm trên một bán kính.

Ta kí hiệu các điểm như trên hình vẽ.

Xét tam giác OAB có $OA \le 1$, $OB \le 1$, $AB > 1$ nên $AB > OA$, $AB > OB$, từ đó $\widehat{AOB} > \widehat{OAB}$ và $\widehat{AOB} > \widehat{OBA}$.

Suy ra $\widehat{AOB} > 180^o : 3 = 60^o$.

Tương tự ta có số đo các góc BOC, COD, DOE, EOF, FOA đều lớn hơn 60^o.

Do đó $\widehat{AOB} + \widehat{BOC} + \widehat{COD} + \widehat{DOE} + \widehat{EOF} + \widehat{FOA} > 360^o$ (vô lí).

Do đó điều giả sử là sai.

Suy ra đpcm.

Bài toán 8. Trong tuần, mỗi ngày Nam chỉ chơi một môn thể thao. Nam chạy ba ngày một tuần nhưng không bao giờ chạy trong hai ngày liên tiếp. Vào thứ hai anh ta chơi bóng bàn và hai ngày sau anh ta chơi bóng đá. Nam còn đi bơi và chơi cầu lông, nhưng không bao giờ Nam chơi cầu lông sau ngày anh ta chạy hoặc bơi. Hỏi ngày nào trong tuần Nam đi bơi?

(Đề thi chọn HSG lớp 9, TP. Hồ Chí Minh, năm học 2016 - 2017)

Lời giải. Thứ hai Nam chơi bóng bàn và hai ngày sau đó chơi bóng đá nên suy ra thứ tư Nam chơi bóng đá. Mặt khác, Nam không chơi cầu lông sau ngày chạy hoặc bơi suy ra Nam không chơi cầu lông vào các ngày thứ sáu, thứ bảy và chủ nhật.

Do đó Nam chơi cầu lông vào thứ ba hoặc thứ năm.

Nam không chơi cầu lông vào thứ ba được và để ý rằng các ngày thứ năm, thứ sáu, thứ bảy, chủ nhật là các ngày liên tiếp. Vì Nam không chạy vào hai ngày liên tiếp nên Nam chơi cầu lông vào thứ Năm.

Suy ra Nam chạy trong các ngày thứ ba, thứ sáu và chủ nhật.

Vậy Nam đi bơi vào thứ bảy.

Các bạn hãy luyện tập với các bài toán sau nhé.

Bài 1. Cho tập hợp A gồm 21 phần tử là các số nguyên khác nhau thỏa mãn tổng của 11 phần tử bất kì lớn hơn tổng của 10 phần tử còn lại. Biết các số 101 và 102 thuộc tập A, Tìm tất cả các phần tử của tập hợp A.

(Đề thi chọn HSG lớp 9, tỉnh Hải Phòng, năm học 2016 - 2017)

Bài 2. Trên mặt phẳng lấy 21 điểm bất kì trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng, mỗi điểm được tô bởi một trong bốn màu là đỏ, cam, vàng, lục. Các đoạn thẳng nối 2 điểm trong 21 điểm đó được tô bởi một trong hai màu là chàm hoặc tím. Xét các tam giác có ba đỉnh là ba trong 21 điểm đã cho. Chứng minh rằng tồn tại một tam giác có ba đỉnh cùng màu và ba cạnh cũng cùng màu.

(Đề thi chọn HSG lớp 9, tỉnh Quảng Trị, năm học 2017 - 2018)





ĐÃ ĐỦ CHƯA?

HỒ VĂN LANH
GV. THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, Phú Thọ

Bài toán. Rút gọn biểu thức $P=\dfrac{x}{\sqrt{xy}+y}+\dfrac{y}{\sqrt{xy}-x}-\dfrac{x+y}{\sqrt{xy}}$. *Một bạn học sinh rất nhanh xung phong làm bài như sau:*

ĐKXĐ $xy>0,\ x\neq y$.

$$P=\frac{x}{\sqrt{y}(\sqrt{x}+\sqrt{y})}+\frac{y}{\sqrt{x}(\sqrt{y}-\sqrt{x})}-\frac{x+y}{\sqrt{xy}}$$

$$=\frac{x}{\sqrt{y}(\sqrt{x}+\sqrt{y})}-\frac{y}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-\sqrt{y})}-\frac{x+y}{\sqrt{xy}}$$

$$=\frac{x\sqrt{x}(\sqrt{x}-\sqrt{y})-y\sqrt{y}(\sqrt{x}+\sqrt{y})-(x+y)(x-y)}{\sqrt{xy}(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})}$$

$$=\frac{x^2-x\sqrt{xy}-y\sqrt{xy}-y^2-x^2+y^2}{\sqrt{xy}(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})}$$

$$=\frac{-\sqrt{xy}(x+y)}{\sqrt{xy}(x-y)}=\frac{x+y}{y-x}.$$

Các bạn có ý kiến gì về lời giải trên không?

Kết quả **(TTT2 số 194)**

LỜI GIẢI ĐÃ ĐÚNG CHƯA?

Nhận xét. Lời giải đã cho còn thiếu trường hợp $x_1=-m$, $x_2=m-6$ và kết luận $m=\{7;12\}$ là cách viết không đúng.

Lời giải đúng như sau:

✻ *Cách 1.* Ta có $\Delta'=9-6m+m^2=(m-3)^2$.

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\Delta'>0\Leftrightarrow m\neq 3$.

Khi đó phương trình có hai nghiệm phân biệt là $-3+m-3=m-6$ và $-3-m+3=-m$.

- TH1. $x_1=m-6;\ x_2=-m$.

Thay vào đẳng thức $x_1^2-8x_1=x_2$ ta được

$(m-6)^2-8(m-6)=-m$.

$\Leftrightarrow m^2-19m+84=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=12\\m=7\end{array}\right.$ (thỏa mãn $m\neq 3$).

- TH2. $x_1=-m;\ x_2=m-6$.

Thay vào đẳng thức $x_1^2-8x_1=x_2$ ta được

$(-m)^2-8(-m)=m-6$

$\Leftrightarrow m^2+8m-m+6=0$

$\Leftrightarrow m^2+7m+6=0$

$\Leftrightarrow (m+1)(m+6)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=-6\end{array}\right.$ (thỏa mãn $m\neq 3$).

Vậy $m\in\{7;12,-1,-6\}$.

Ngoài cách giải trên ta còn có cách giải khác là áp dụng định lí Vi-ét, với cách giải này các bạn học sinh sẽ ít bị nhầm hơn.

✻ *Cách 2.* Ta có $\Delta'=9-6m+m^2=(m-3)^2$.

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\Delta'>0\Leftrightarrow m\neq 3$.

Theo định lí Vi-ét ta có $\begin{cases}x_1+x_2=-6 & (2)\\ x_1x_2=6m-m^2. & (3)\end{cases}$

Ta lại có $x_1^2-8x_1=x_2$. (4)

Cộng theo vế của (2) và (4) ta được

$x_1^2-7x_1=-6\Leftrightarrow x_1^2-7x_1+6=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=1\Rightarrow x_2=-7\\x_1=6\Rightarrow x_2=-12.\end{array}\right.$

Xét hai trường hợp và thay x_1, x_2 vào (3) ta được $m\in\{7;12,-1,-6\}$.

HONG HA

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng, được thưởng kì này: *Lê Đình Văn*, 9A3, *Trần Công Hưng*, 9A4, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh; *Trần Anh Vũ*, 8C, THCS Văn Lang, Việt Trì, **Phú Thọ**; *Trần Anh Vũ*, 8A, THCS Hợp Tiến, Nam Sách, **Hải Dương**.

VI MẠNH TƯỜNG

THỬ SỨC TRƯỚC KÌ THI THPT CHUYÊN

Môn: Toán (chuyên)

Năm học 2019-2020

Thời gian làm bài: 150 phút

Người ra đề: NGUYỄN DUY LIÊN *(GV. THPT chuyên Vĩnh Phúc)*

Câu 1. *(1,0 điểm)* Tính tổng

$A = 1^2 + 2^2 + 3^2 - 4^2 - 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 - 9^2 - 10^2 + \cdots + 2016^2 + 2017^2 + 2018^2 - 2019^2 - 2020^2.$

Câu 2. *(1,0 điểm)* Tìm tất cả số nguyên tố p thỏa mãn $5^p + 4p^4$ là một số chính phương.

Câu 3. *(1,0 điểm)* Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) sao cho $1 + \sqrt{x + y + 3} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$.

Câu 4. *(1,0 điểm)* Cho hệ phương trình $\begin{cases} x - my = m - 2 \\ mx + y = 3m + 2 \end{cases}$, trong đó m là tham số, x, y là ẩn. Giả sử $(x_0; y_0)$ là một nghiệm của hệ phương trình, tính giá trị của biểu thức

$B = x_0^2 + y_0^2 - x_0 - y_0 + 2.$

Câu 5. *(1,0 điểm)* Giải phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{3x-2} = x^2 - 1$.

Câu 6. *(1,0 điểm)* Cho hình chữ nhật ABCD gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A xuống BD sao cho $\frac{BM}{MH} = \frac{CN}{ND}$. Chứng minh rằng $\widehat{AMN} = 90^o$.

Câu 7. *(1,0 điểm)* Cho $\widehat{xOy} = 60^o$. Trên các tia Ox, Oy theo thứ tự lấy các điểm A, B sao cho tam giác ABC đều và một điểm M nằm trong $\widehat{xOy}$ thỏa mãn điều kiện $\widehat{AMO} = 15^o$, $MA = \sqrt{2}$, $MB = 2$.

Tính độ dài các đoạn thẳng AB, OM và tính số đo $\widehat{BMO}$.

Câu 8. *(1,0 điểm)* Cho tứ giác lồi ABCD có AB = BC, AD = BD và $\widehat{ADB} = 2\widehat{BDC}$. Biết rằng $\widehat{ACD} = 100^o$. Tính số đo $\widehat{ADC}$.

Câu 9. *(1,0 điểm)* Cho các số thực dương a, b, c, d thỏa mãn $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} + \frac{1}{d+1} = 2.$

Chứng minh rằng $\sqrt{\frac{a^2+1}{2}} + \sqrt{\frac{b^2+1}{2}} + \sqrt{\frac{c^2+1}{2}} + \sqrt{\frac{d^2+1}{2}} \ge 3(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} + \sqrt{d}) - 8.$

Câu 10. *(1,0 điểm)* Cho bảng gồm 1962×2020 ô vuông đơn vị. Mỗi ô viết một số 0 hoặc 1 sao cho mỗi hàng, mỗi cột có một số lẻ số 1. Ta tô màu đen, trắng các ô như bàn cờ, chẳng hạn ô (i, j) (ô ở hàng thứ i cột thứ j) được tô màu trắng khi và chỉ khi (i – j) chia hết cho 2. Hỏi số các số 1 trong các ô được tô màu trắng là số lẻ hay số chẵn?

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI THỬ SỨC TRƯỚC KÌ THI THPT CHUYÊN

Năm học 2019-2010 - Môn thi: Toán chuyên

(Đề đăng trên TTT2 số 195)

Bài 1. 1. Ta có $\begin{cases}2x+y=5\\2y-x=10m+5\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}y=5-2x\\2(5-2x)-x=10m+5\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}y=4m+3\\x=1-2m.\end{cases}$

Suy ra $P=(1-2m)(4m+3)=-8m^2-2m+3$

$=\frac{25}{8}-8(m+\frac{1}{8})^2\le\frac{25}{8}.$

Vậy $m=\frac{-1}{8}$ thì hệ có nghiệm $(x;\ y)$ sao cho $P=xy$ đạt giá trị lớn nhất.

2. Ta có a là một nghiệm dương của phương trình đã cho nên $4a^2+\sqrt{2}a-\sqrt{2}=0$

$\Rightarrow a^2=\frac{1-a}{2\sqrt{2}};\ a^4=\frac{1-2a+a^2}{8}.$

$\Rightarrow A=\frac{a+1}{\sqrt{a^4+a+1-a^2}}=\sqrt{a^4+a+1}+a^2$

$=\sqrt{\frac{1-2a+a^2+8a+8}{8}}+\frac{1-a}{2\sqrt{2}}$

$=\frac{a+3}{2\sqrt{2}}+\frac{1-a}{2\sqrt{2}}=\sqrt{2}.$

Bài 2. 1. Gọi số tự nhiên cần tìm là $\overline{ab}$ $(1\le a<b\le 9)$.

Ta có $\overline{ba}+\overline{ab}=11.(a+b)$ là số chính phương và 11 là số nguyên tố nên $(a+b)\vdots 11$.

Vì $2<a+b<18$ nên

$a+b=11\Rightarrow\overline{ab}\in\{29;\ 38;\ 47;\ 56\}.$

Ta lại có $\overline{ba}$ là số nguyên tố nên $\overline{ab}=38$.

2. Ta có $5x^2+2y^2\le 2xy+4x+2y.$ (1)

$\Leftrightarrow (x^2-2xy+y^2)+(4x^2-4x+1)$

$+(y^2-2y+1)\le 2.$

$\Leftrightarrow (x-y)^2+(2x-1)^2+(y-1)^2\le 2.$

Suy ra $(2x-1)^2\le 2$, mà $2x-1$ là số lẻ

$\Rightarrow (2x-1)^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1.\end{array}\right.$

• Với $x=0$ thì (1) $\Leftrightarrow y(y-1)\le 0$

$\Leftrightarrow 0\le y\le 1\Rightarrow\left[\begin{array}{l}y=0\\y=1\end{array}\right.$ (thỏa mãn).

• Với $x=1$ thì (1) $\Leftrightarrow 2y^2-4y+1\le 0$

$\Leftrightarrow 2(y-1)^2\le 1\Rightarrow y=1$ (thỏa mãn).

Vậy $(x,\ y)=(0;\ 0);\ (0;\ 1);\ (1;\ 1)$.

Bài 3. 1. Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là $2x^2+ax+a-2=0.$ (1)

Phương trình (1) có $\Delta=(a-4)^2\ge 0.$

Với $a\ne 4$ thì (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1=-1;\ x_2=\frac{2-a}{2}.$

Suy ra $A(-1;\ -2);\ B\left(\frac{2-a}{2};\ \frac{(2-a)^2}{-2}\right).$

Do đó $AB=\sqrt{5}\Leftrightarrow AB^2=5$

$\Leftrightarrow\left(\frac{2-a}{2}+1\right)^2+\left(\frac{(2-a)^2}{-2}+2\right)^2=5$

$\Leftrightarrow\frac{(4-a)^2}{4}+\frac{(a^2-4a)^2}{4}=5$

$\Leftrightarrow a^4-8a^3+17a^2-8a-4=0$

$\Leftrightarrow (a-2)(a^3-6a^2+5a+2)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=2\\a^3-6a^2+5a+2=0.\ (2)\end{array}\right.$

Nếu a là số nguyên thỏa mãn (2) thì $a\in\{\pm 1;\ \pm 2\}$.

Thử $a=\pm 1;\ \pm 2$ vào (2) thấy không thỏa mãn.

Vậy $a=2$ là giá trị cần tìm.

2. Sử dụng bất đẳng thức AM-GM cho 2 số dương ta có

$a+\frac{1}{a}\ge 2 \Rightarrow \frac{3}{4}(a+\frac{1}{a})\ge \frac{3}{2}$. (1)

Đẳng thức xảy ra khi a = 1.

$b+\frac{9}{4b}\ge 2\sqrt{\frac{9}{4}}=3 \Rightarrow \frac{1}{2}\left(b+\frac{9}{4b}\right)\ge \frac{3}{2}$. (2)

Đẳng thức xảy ra khi $b=\frac{3}{2}$.

$c+\frac{4}{c}\ge 2\sqrt{4}=4 \Rightarrow \frac{1}{4}\left(c+\frac{4}{c}\right)\ge 1$. (3)

Đẳng thức xảy ra khi c = 2.

Cộng theo vế của (1), (2), (3) ta có

$\frac{3}{4}a+\frac{1}{2}b+\frac{1}{4}c+\frac{3}{4a}+\frac{9}{8b}+\frac{1}{c}\ge 4$. (4)

Từ giả thiết $a+2b+3c\ge 10$ ta có

$\frac{1}{4}a+\frac{1}{2}b+\frac{3}{4}c=\frac{a+2b+3c}{4}\ge \frac{5}{2}$. (5)

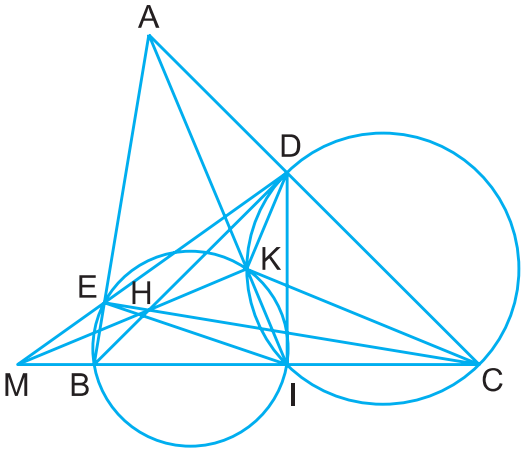
Từ (4) và (5) suy ra

$Q=a+b+c+\frac{3}{4a}+\frac{9}{8b}+\frac{1}{c}\ge \frac{13}{2}$.

Đẳng thức xảy ra khi $a=1;\ b=\frac{3}{2};\ c=2$.

Vậy $\text{Min}\,Q=\frac{13}{2}$ khi $a=1;\ b=\frac{3}{2};\ c=2$.

Bài 4. 1. Ta có $\widehat{AEH}=\widehat{ADH}=90^o$ nên tứ giác AEHD nội tiếp. (1)



Vì tứ giác BEKI nội tiếp nên

$\widehat{EKI}=180^o-\widehat{ABC}$.

Vì tứ giác DKIC nội tiếp nên

$\widehat{DKI}=180^o-\widehat{ACB}$.

Do đó $\widehat{EKD}=360^o-\widehat{EKI}-\widehat{DKI}$

$=360^o-(180^o-\widehat{ABC})-(180^o-\widehat{ACB})$

$=\widehat{ABC}+\widehat{ACB}=180^o-\widehat{BAC}$

$\Rightarrow \widehat{EKD}+\widehat{BAC}=180^o$.

Do đó tứ giác AEKD nội tiếp (2).

Từ (1) và (2) suy ra A, E, H, K, D cùng thuộc một đường tròn.

2. Ta có $\widehat{BEC}=\widehat{BDC}=90^o$.

Suy ra tứ giác BEDC nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{ADE}=\widehat{ABC}$. (3)

Từ (2) suy ra $\widehat{ADE}=\widehat{AKE}$. (4)

Từ (3) và (4) suy ra $\widehat{ABC}=\widehat{AKE}$. (5)

Vì tứ giác BEKI nội tiếp nên

$\widehat{EKI}+\widehat{ABC}=180^o$. (6)

Từ (5) và (6) suy ra $\widehat{EKI}+\widehat{AKE}=180^o$.

Do đó A, K, I thẳng hàng.

3. Ta có ΔBDC vuông tại D có DI là đường trung tuyến nên ID = IC, từ đó ΔIDC cân tại I.

Suy ra $\widehat{IDC}=\widehat{ICD}$.

Ta có $\widehat{DIA}+\widehat{IAC}=\widehat{IDC}=\widehat{ICD}$

$=\widehat{KCD}+\widehat{ICK}$.

Mà tứ giác DKIC nội tiếp nên

$\widehat{DIA}=\widehat{KCD}$.

Do đó $\widehat{IAC}=\widehat{ICK}$. (7)

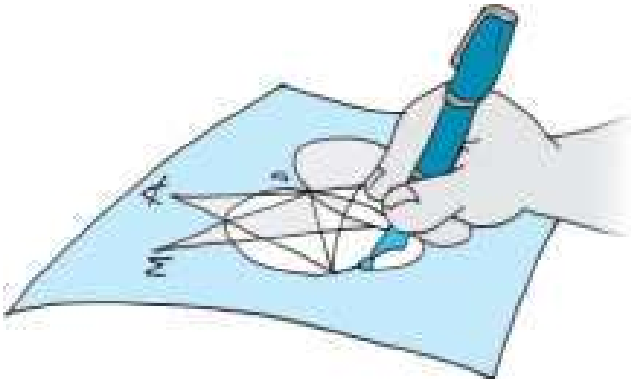
Mà tứ giác AEKD nội tiếp nên $\widehat{IAC}=\widehat{KED}$. (8)

Từ (7) và (8) suy ra $\widehat{KED}=\widehat{ICK}$.

Do đó tứ giác MEKC nội tiếp.

Suy ra $\widehat{MEC}=\widehat{MKC}$.

(Xem tiếp trang 14)

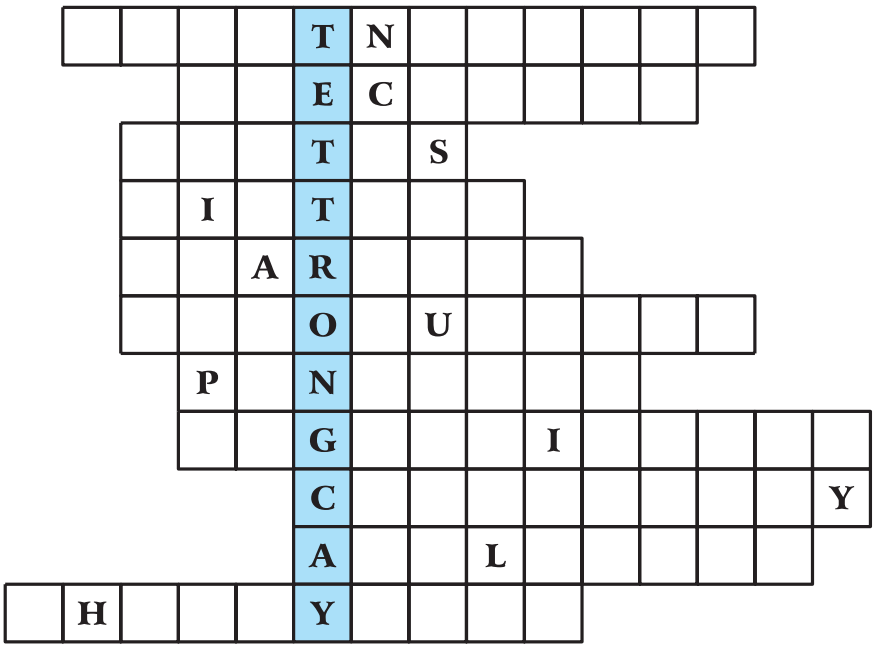




Ô chữ
CÁC LOÀI CÂY

NGUYỄN THỊ MINH THƠM
GV. TH Thanh Lộc, Can Lộc, Hà Tĩnh

Hôm nay Hồng và Hà được đi tham quan ở vườn bách thảo. Hai bạn đã nhìn thấy rất nhiều loài cây. Các loài cây đó đang "ẩn trốn" trong các hàng ngang của ô chữ dưới đây. Các bạn hãy tìm ra các loài cây đó nhé. Năm bạn nhanh nhất và chính xác nhất sẽ được nhận quà của Toán Tuổi thơ!



Kết quả Ô chữ PHƯƠNG TIỆN GIAO THÔNG (TTT2 số 194)

Các bạn đã có kế hoạch đi du lịch cùng gia đình trong kì nghỉ hè sắp tới chưa? Các bạn sẽ di chuyển bằng phương tiện nào? Mời các bạn cùng Vườn Anh khám phá một số loại phương tiện giao thông nhé.

• *Các từ hàng ngang (từ trên xuống):*

✻ TRAIN — Tàu hỏa
✻ BOAT — Thuyền buồm
(hoặc TRAM — Xe điện)
✻ HOVERCRAFT — Thủy phi cơ
✻ HELICOPTER — Máy bay trực thăng
✻ CAR — Ô tô con
✻ BICYCLE — Xe đạp

• *Các từ hàng dọc (từ trái sang phải):*

✻ AIRPLANE — Máy bay
✻ SCHOOLBUS — Xe buýt trường học
✻ TRUCK — Xe tải
✻ MOTORCYCLE — Xe máy

Nhận xét. Năm bạn may mắn sẽ nhận được quà tặng của Chủ Vườn: *Vũ Việt Anh*, 8C, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình, **Bắc Ninh**; *Trương Ngọc Thu Trang*, 6D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Lê Hồng Nhung*, 8A3, THCS Chu Mạnh Trinh, Văn Giang, **Hưng Yên**; *Phạm Khánh Linh*, 7D, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Trương Thị Vân Ngọc*, 6/3, THCS Lê Văn Thiêm, TP. Hà Tĩnh, **Hà Tĩnh**.

Chúc các bạn có kì nghỉ hè lí thú, bổ ích và an toàn. Hẹn gặp lại các bạn trong Vườn Anh số đặc biệt chào mừng năm học mới 2019 - 2020.

TRANG ANH

ĐỀ THI CÂU LẠC BỘ TTT

THÁI NHẬT PHƯỢNG

Kì 26

CLB1. Given a positive integer a and a prime number p such that $p^2 + a^2$ is a square number. Prove that $8(p + a + 1)$ is also a square number.

CLB2. Given that: $A = \dfrac{2n^2 - n - 1}{3n^2 - 2n - 1}$. Prove that A is not an integer if n is an integer and $n \neq 0; 1$.

CLB3. Given two real numbers x and y satisfying $x^2 + y^2 = 9$. Find the minimum value and maximum value of the following expression $B = \dfrac{xy}{x + y + 3}$.

CLB4. Given two real number x and y satisfying $x^3 + 64y^3 - 24xy = -8$. Find the value of the expression $C = \dfrac{x}{2} + 2y$.

CLB5. Given a triangle ABC with $\angle A = 90^o$ and altitude AH. Let M be the midpoint of HC, point D and point A are symmetric about point B. Prove that $DH \perp AM$.

ĐỖ ĐỨC THÀNH *(dịch)*

Kết quả Kì 24 (TTT2 số 194)

CLB1. Ta có $\dfrac{a^2 - b^2}{(a + c)(b + c)}$

$= \dfrac{a^2 - c^2}{(a + c)(b + c)} + \dfrac{c^2 - b^2}{(a + c)(b + c)} = \dfrac{a - c}{b + c} + \dfrac{c - b}{a + c}$

Tương tự ta có $\dfrac{b^2 - c^2}{(b + a)(c + a)} = \dfrac{b - a}{c + a} + \dfrac{a - c}{b + a}$;

$\dfrac{c^2 - a^2}{(a + c)(b + c)} = \dfrac{c - b}{a + c} + \dfrac{b - a}{b + c}$.

Do đó $M = \dfrac{a - b}{a + b} + \dfrac{b - c}{b + c} + \dfrac{c - a}{c + a} = 2019$.

CLB2. Gọi độ dài các cạnh của hai hình vuông lần lượt là a (cm) và b (cm) $(a, b \in \mathbb{N}^*, a > b)$.

Ta có $a^2 - b^2 = 101 \Leftrightarrow (a + b)(a - b) = 101$.

Mà $a, b \in \mathbb{N}^*$ và 101 là số nguyên tố nên chỉ xảy ra trường hợp $a + b = 101$ và $a - b = 1$.

Suy ra $a = \dfrac{(a + b) + (a - b)}{2} = 51; b = 101 - a = 50$.

Vậy chu vi của hai hình vuông là

$51 \times 4 = 204$ (cm) và $50 \times 4 = 200$ (cm).

CLB3. Ta có

$(x^2 + 9y^2 - 2)(x + 3y)^2 + (3xy - 1)^2 = -12xy$

$\Leftrightarrow \left[(x + 3y)^2 - 6xy - 2\right](x + 3y)^2 + (3xy - 1)^2 + 12xy = 0$

$\Leftrightarrow (x + 3y)^4 - 2(3xy + 1)(x + 3y)^2 + (3xy + 1)^2 = 0$

$\Leftrightarrow \left[(x + 3y)^2 - (3xy + 1)\right]^2 = 0$

$\Leftrightarrow 3xy + 1 = (x + 3y)^2$. Suy ra đpcm.

CLB4. Theo đề bài ta có

$-1 \le a + b + c \le 1, -1 \le a - b - c \le 1, -1 \le c \le 1$.

Do đó $-2 \le a + b \le 2, -2 \le a - b \le 2$.

Ta có $M = a^2 + \dfrac{19}{5}b^2 = \dfrac{19}{5}(a^2 + b^2) - \dfrac{14}{5}a^2$

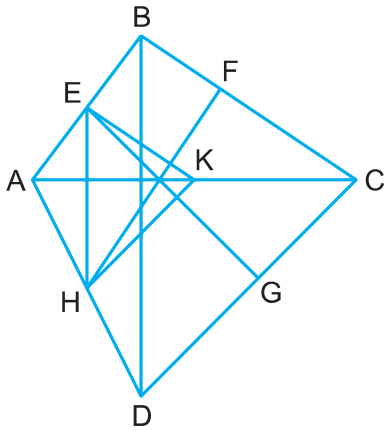
$= \dfrac{19}{5}.\dfrac{(a + b)^2 + (a - b)^2}{2} - \dfrac{14}{5}a^2$

$\le \dfrac{19}{5}.\dfrac{2^2 + 2^2}{2} = \dfrac{76}{5}$.

Đẳng thức xảy ra khi $a = 0, b = 2, c = -1$.

Vậy $MaxM = \dfrac{76}{5}$ khi $a = 0, b = 2, c = -1$.

CLB5.



Gọi K là trung điểm của AC. Ta có EK là đường trung bình của tam giác ABC nên EK // BC.

Vì $HF \perp BC$ (gt) nên $HF \perp EK$.

Tương tự ta có $EG \perp KH$ và $AC \perp EH$.

Do đó EG, HF, AC là các đường cao của tam giác EHK.

Suy ra EG, HF và AC đồng quy.

Nhận xét. Kì này không bạn nào có lời giải đúng, phần thưởng xin gác lại kì sau.

THIỀU QUANG TÙNG



Hỏi: Bọn em tranh luận nhau về "quen mui" và "quen mùi", có bạn cho rằng nghĩa như nhau? Có phải không anh?

NGUYỄN P. N
(THCS Văn Lang, Phú Thọ)

Đáp:

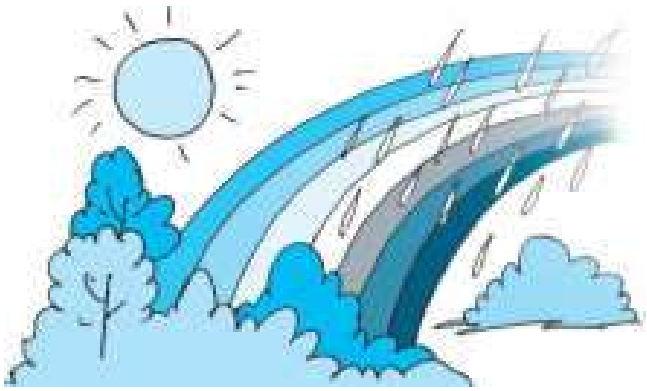
Một lần trót lọt ngọt bùi
Lại muốn lần nữa "quen mui" rõ rồi
"Quen mùi" khó biết thơm hôi
Mình hôi vẫn cãi: mùi tôi bình thường!

Hỏi: Mùa hè đã tới gần. Chúng em rất vui anh ạ. Nhưng đôi khi em nghĩ tới nghỉ hè cũng thấy buồn. Anh có đoán được điều gì làm em buồn không?

LÊ X. AN
(THCS Kế An, Sóc Trăng)

Đáp:

Nghỉ hè xa lớp, xa trường
Xa thầy, xa bạn vấn vương ít nhiều
Chút buồn này thật đáng yêu
Liệu anh đã đoán đúng điều ấy chưa?



Hỏi: Cầu vồng thường nói là có 7 màu chủ yếu. Đó là các màu nào anh ơi! Chúng em kể ra mà cứ khác nhau.

HOÀNG VĂN T.
(THCS Phương Mai, Hà Nội)

Đáp:

Mặt trời chiếu những hạt mưa
Cầu vồng xuất hiện say sưa bao người
Đỏ, Da cam với Vàng tươi
Lục, Lam, Chàm, Tím, em ơi bảy màu!



Hỏi: Có bạn bảo: "Trực tâm là giao điểm của ba đường trung trực trong tam giác". Có đúng không anh?

LÊ HOÀNG H.
(THCS Ngô Mây, Phù Cát, Bình Định)

Đáp:

"Trực tâm" không phải thế đâu!
Ba đường cao mới gặp nhau điểm này
Ba đường trung trực cũng hay
Tâm vòng ngoại tiếp nằm ngay ba đường.

Hỏi: Cho em tò mò tí nhé! Anh có chiều cao là bao nhiêu ạ? Có phải người cứ cao là thông minh không anh?

TRẦN THỊ T.
(THCS Nam Cát Tiên, Tân Phú, Đồng Nai)

Đáp:

Chiều cao anh cũng bình thường
Thua xa Từ Hải, khiêm nhường mà thôi
Thấp cao đều phải trau dồi
Cao đầu, lười học, trí tồi khoe ai?

Hỏi: Người ta hay khuyên: "Đi thi ăn chuối là trượt!". Liệu em có nên kiêng ăn chuối trước khi đi thi không?

HỒ VĂN X.
(THCS Lộc Thủy, Lệ Thủy, Quảng Bình)

Đáp:

Tuy không khẳng định đúng sai
Ngày xưa anh vẫn cứ xài chuối ngon
Vào làm bài cứ "bon bon"
Về nhà hỏi mẹ: "Chuối còn hay không?"

ANH PHÓ GỠ XƯA



CÁC LỚP 6 & 7

Bài 1(196). Lúc 7 giờ sáng, bến xe A tiếp nhận 27720 hành khách trở về nhà nghỉ Lễ. Sau một giờ, $\frac{1}{2}$ số hành khách đã rời bến. Sau một giờ tiếp theo, $\frac{1}{3}$ số hành khách còn lại rời bến. Sau một giờ nữa, $\frac{1}{4}$ số hành khách còn lại rời bến, ... và quá trình này tiếp tục cho tới khi bến xe đóng cửa. Biết rằng đến giờ đóng cửa, vẫn còn 2310 hành khách chưa được lên xe. Hỏi bến xe A đóng cửa lúc mấy giờ?

PHÍ TRUNG ĐỨC
(GV. THCS Trưng Vương, Q. Hoàn Kiếm, Hà Nội)

Bài 2(196). Tính

$$M=\left(\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+...+\frac{1}{2019^2}\right)\times$$
$$\times\left(\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+...+\frac{1}{2020^2}\right)-$$
$$-\left(\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+...+\frac{1}{2020^2}\right)\times$$
$$\times\left(\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+...+\frac{1}{2019^2}\right).$$

NGUYỄN HẠ HÀ UYÊN
(TP. Hồ Chí Minh)

Bài 3(196). Một lớp học có x học sinh, biết rằng $30 < x < 50$ và ba điều kiện sau thỏa mãn
(i) Điểm trung bình của các học sinh nam là 8.
(ii) Điểm trung bình của các học sinh nữ là 6,5.
(ii) Điểm trung bình của các học sinh trong lớp là 7,2.
Tính x.

VŨ ĐÌNH HÒA
(GV. Đại học Sư phạm Hà Nội)

Bài 4(196). Cho tam giác ABC cân tại A có $\widehat{A}=84^o$. Điểm H nằm trong tam giác ABC thỏa mãn $\widehat{HAB}=\widehat{HCB}=12^o$. Tính số đo $\widehat{BHC}$.

NGUYỄN DUY KHƯƠNG
(SV. K63, lớp Cử nhân Khoa học tài năng, Đại học KHTN Hà Nội)

SOLVE VIA MALL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Thanh Do Duc

1(196). A total of 27720 passengers are at a bus station at 7 A.M heading home after a holiday. After 1 hour, half of the people leave, after another hour, one third of the remaining people leave, after another hour, one fourth of the rest leave, and so on until there are only 2310 passengers left when the bus station closes. What time does the bus station close?

2(196). Calculate

$$M=\left(\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+...+\frac{1}{2019^2}\right)\times$$
$$\times\left(\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+...+\frac{1}{2020^2}\right)-$$
$$-\left(\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+...+\frac{1}{2020^2}\right)\times$$
$$\times\left(\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+...+\frac{1}{2019^2}\right).$$

3(196). There are x students in a class, where $30 < x < 50$ satisfying the following conditions
(i) The average score of the boys is 8
(ii) The average score of the girls is 6.5
(ii) The average score of the whole class is 7.2
Find x.

4(196). Given isosceles triangle ABC (AB = AC) with $\angle A = 84^o$. Point H is inside triangle ABC satisfying $\angle HAB = \angle HCB = 12^o$. Find the measure of angle $\angle BHC$.

CÁC LỚP THCS

BÀI 5(196). Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} xy + 2x + 3y = 10 \\ \dfrac{1}{(x+2)(x+4)} + \dfrac{1}{(y+1)(y+3)} = \dfrac{2}{15}. \end{cases}$$

LẠI QUANG THỌ

(Phòng Giáo dục và Đào tạo Tam Dương, Vĩnh Phúc)

Bài 6(196). Cho các số thực dương a, b, c. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$Q = \frac{a^3+2}{ab+1} + \frac{b^3+2}{bc+1} + \frac{c^3+2}{ca+1}.$$

CAO MINH QUANG

(GV. THPT chuyên Nguyễn Bỉnh Khiêm, Vĩnh Long)

Bài 7(196). Chứng minh rằng không tồn tại các số nguyên x, y thỏa mãn $x^4 + y^3 + 4 = 0$.

NGUYỄN TIẾN LÂM

(GV. THPT chuyên Đại học KHTN Hà Nội)

Bài 8(196). Cho tam giác ABC với các đường phân giác trong AD, BE, CF. Biết rằng BF = CD và BD = CE.

Chứng minh rằng BC = 2EF.

ĐOÀN VĂN TRÚC

(GV. THCS Nguyễn Bá Loan, Mộ Đức, Quảng Ngãi)





SOLVE VIA MALL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Thanh Do Duc

5(196). Solve the following system of equations:

$$\begin{cases} xy + 2x + 3y = 10 \\ \dfrac{1}{(x+2)(x+4)} + \dfrac{1}{(y+1)(y+3)} = \dfrac{2}{15}. \end{cases}$$

6(196). Given three positive real numbers a, b and c. Find the minimum value of the following expression:

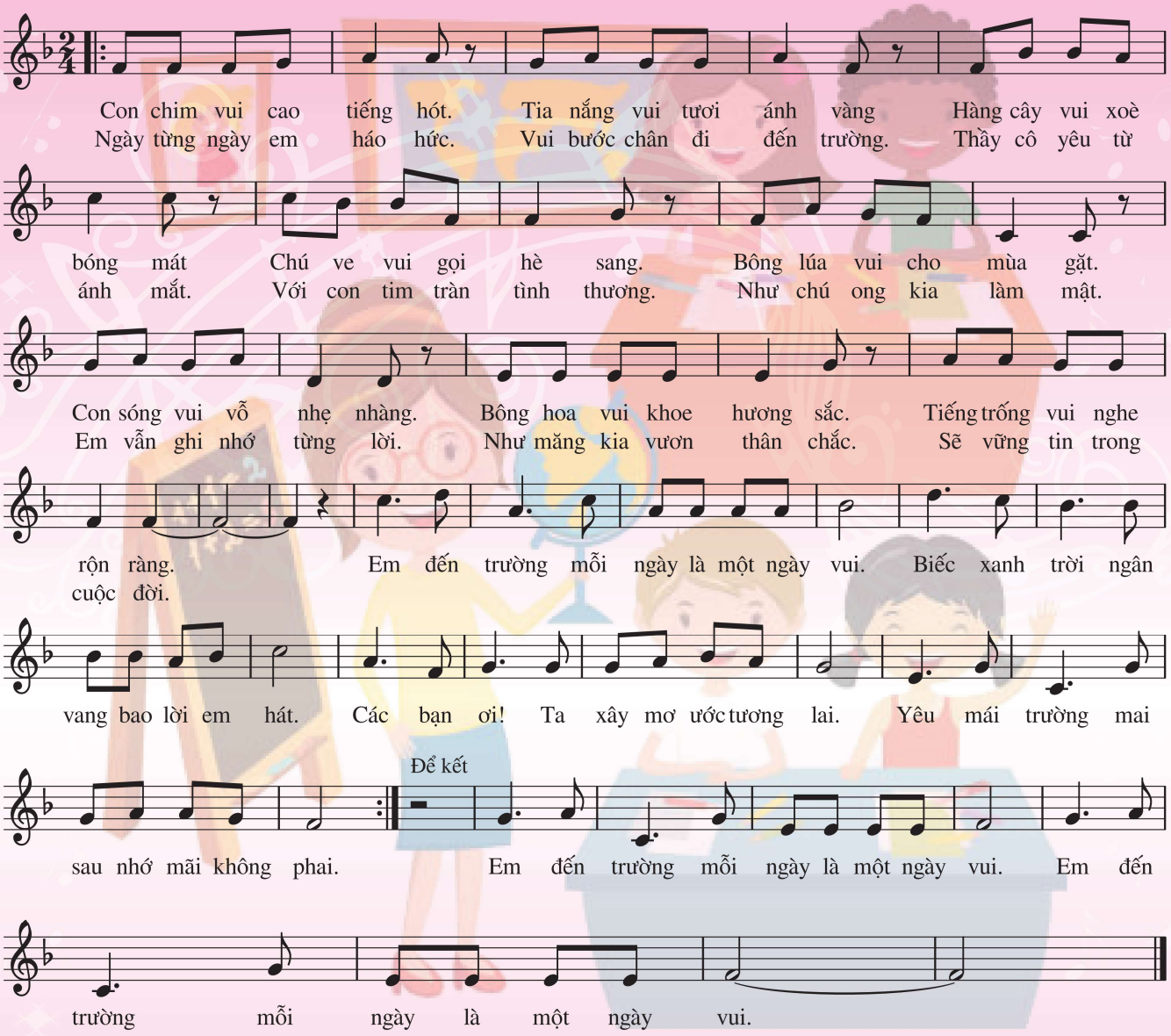
$$Q = \frac{a^3+2}{ab+1} + \frac{b^3+2}{bc+1} + \frac{c^3+2}{ca+1}.$$

7(196). Prove that there does not exist any couplet (x, y) satisfying $x^4 + y^3 + 4 = 0$.

8(196). Given a triangle ABC with internal bisectors AD, BE and CF. It is given that BF = CD and BD = CE. Prove that BC = 2EF.

MỖI NGÀY LÀ MỘT NGÀY VUI

Nhạc và lời: Lê Thống Nhất





Nhà giáo Lê Thống Nhất là Tiến sĩ chuyên ngành Phương pháp dạy Toán nhưng rất say mê sáng tác thơ và ca khúc. Thầy đã viết nhiều ca khúc về giáo dục như: "Tâm tình cô giáo mầm non" (2015), "Khúc nhớ Người Thầy Trường Vinh" (2016), "Dòng sông của Thầy" (2018), "Người Thầy Xứ Nghệ" (2019), "Con yêu trường của con" (2018), "Mùa xuân ơi!" (2019), ... Ca khúc "Mỗi ngày là một ngày vui" được viết vào sáng mùng 5 Tết Kỷ Hợi và được nhiều trường tiểu học, THCS đón nhận. Qua tạp chí Toán Tuổi thơ, Thầy chúc các em học sinh: "Có nhiều niềm vui với mỗi ngày đến trường, học hành chăm ngoan để trở thành con ngoan, trò giỏi!".

Chú ý: Các bạn có thể nghe hát, tải nhạc đệm tại địa chỉ: https://bigschool.vn/moi-ngay-la-mot-ngay-vui-ca-khuc-tang-cac-em-hoc-sinh

Dành cho giáo viên, phụ huynh và trẻ em từ 12 tuổi đến dưới 16 tuổi.
Giấy phép xuất bản: số 31/GP-BVHTT, cấp ngày 23/1/2003 của Bộ Văn hóa và Thông tin.
Mã số: 8BTT196M19. **In tại:** Công ty cổ phần in Công Đoàn Việt Nam, 167 Tây Sơn, Đống Đa, Hà Nội. In xong và nộp lưu chiểu tháng 05 năm 2019.

Giá: 10 000 đồng