NĂM THỨ
MƯỜI CHÍN
ISSN 1859-2740

Toán tuổi thơ 2

4/9
190
NĂM HỌC 2018 - 2019

TRUNG HỌC CƠ SỞ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

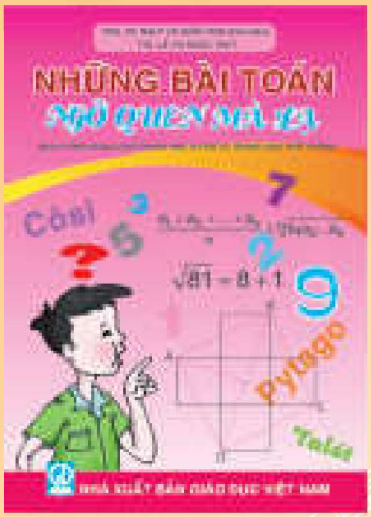
Đưa khó về dễ, đưa lạ về quen trong chứng minh hình học

NGND. VŨ HỮU BÌNH

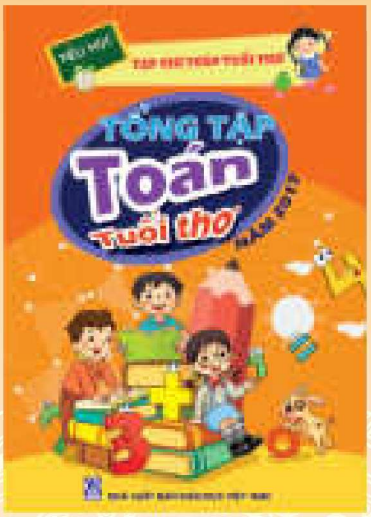
KÌ THI TOÁN VÀ KHOA HỌC QUỐC TẾ (IMSO) 2018



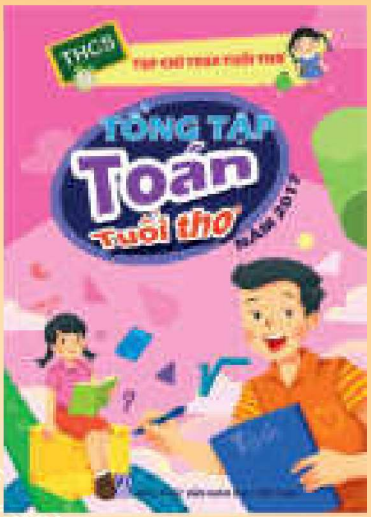
MỘT SỐ ẤN PHẨM TTT ĐANG PHÁT HÀNH



- Số trang: 216
- Giá bìa: 35.000 đồng



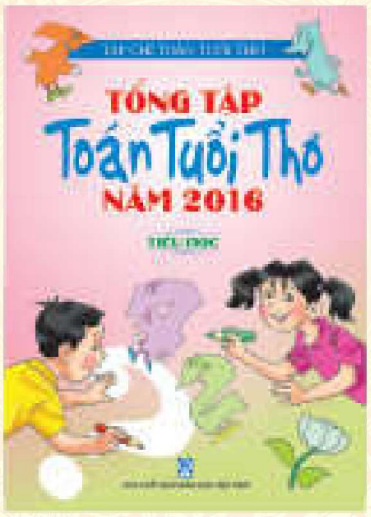
- Khổ: 19 × 27 cm
- Giá bìa: 170.000 đồng



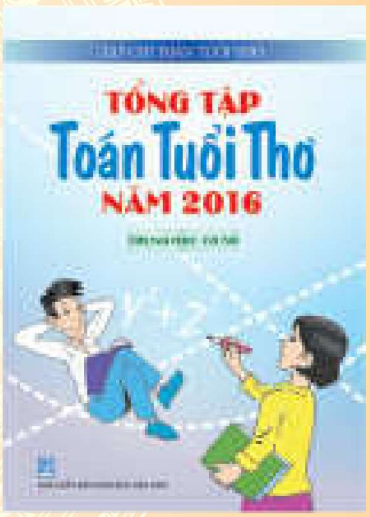
- Khổ: 19 × 27 cm
- Giá bìa: 170.000 đồng



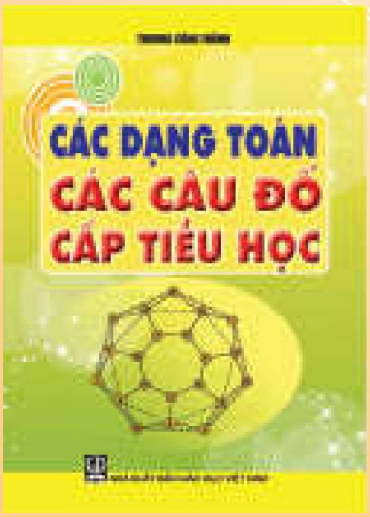
- Khổ: 17 × 24 cm
- Giá bìa: 65.000 đồng



- Khổ: 19 × 27 cm
- Giá bìa: 170.000 đồng



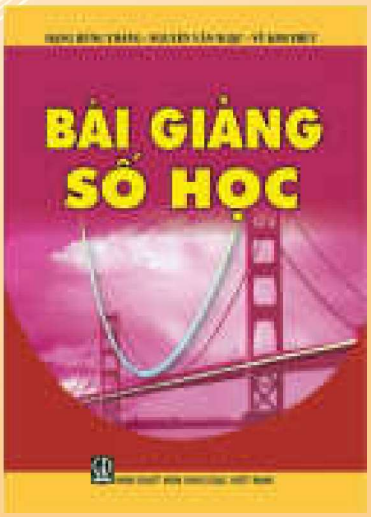
- Khổ: 19 × 27 cm
- Giá bìa: 170.000 đồng



- Số trang: 172
- Giá bìa: 21.000 đồng



- Số trang: 188
- Giá bìa: 21.000 đồng



- Số trang: 136
- Giá bìa: 23.000 đồng

Toán tuổi thơ 2 TRUNG HỌC CƠ SỞ

Children's Fun Maths Journal

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HỘI ĐỒNG BIÊN TẬP

Phó Tổng biên tập NXBGD Việt Nam:
TS. TRẦN QUANG VINH
Phó Tổng biên tập phụ trách tạp chí:
ThS. NGUYỄN NGỌC HÂN
Phó Tổng biên tập tạp chí:
TRẦN THỊ KIM CƯƠNG

ỦY VIÊN

NGND. VŨ HỮU BÌNH
TS. NGUYỄN MINH ĐỨC
ThS. ĐẶNG HIỆP GIANG
TS. NGUYỄN MINH HÀ
PGS. TS. VŨ ĐÌNH HÒA
ThS. TRẦN QUANG HÙNG
TS. LÊ THỐNG NHẤT
PGS. TS. TẠ DUY PHƯỢNG
ThS. PHẠM ĐỨC TÀI
NGND. PGS. TS. TÔN THÂN
PGS. TS. LÊ ANH VINH

TÒA SOẠN

Tầng 2, nhà A, số 187B Giảng Võ, phường Cát Linh, quận Đống Đa, Hà Nội
Điện thoại: 024.35682701 - Fax: 024.35682702
Email (Ban biên tập): bbttoantuoitho@gmail.com
Email (Trị sự - Phát hành): tapchitoantuoitho@gmail.com
Website: http://www.toantuoitho.vn

ĐỐI TÁC ĐẠI DIỆN PHÍA NAM

Công ty cổ phần Đầu tư và Phát triển Giáo dục Phương Nam
231 Nguyễn Văn Cừ, Q.5, TP. Hồ Chí Minh
ĐT: 028.73035556, Email: thitruong@phuongnam.edu.vn

Trị sự - Phát hành:
TRỊNH THỊ TUYẾT TRANG,
NGUYỄN THỊ HUYỀN THANH, NGUYỄN THỊ HẢI ANH
Biên tập - Chế bản: **VŨ THỊ MAI, ĐỖ TRUNG KIÊN**
Mĩ thuật: **TRẦN NGỌC TRƯỜNG**

CHỊU TRÁCH NHIỆM XUẤT BẢN

Chủ tịch Hội đồng Thành viên NXBGD Việt Nam:
NGUYỄN ĐỨC THÁI
Tổng Giám đốc NXBGD Việt Nam:
HOÀNG LÊ BÁCH
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NXBGD Việt Nam:
PHAN XUÂN THÀNH

TRONG SỐ NÀY

Giải toán thế nào? Tr 2
Khai thác bài toán hình học trong sách giáo khoa lớp 8
Trương Quang An

Rừng cười Tr 4
Hàng gì?
Vua Tếu

Đo trí thông minh Tr 5
Hình nào lạc loài?
Đỗ Thị Thúy Ngọc

Nhìn ra thế giới Tr 8
Kì thi Toán và Khoa học quốc tế (IMSO) 2018
Đỗ Đức Thành

Phá án cùng thám tử Sê Lốc Cốc Tr 10
Vụ án chiếc dây chuyền vàng
Lê Minh Ngọc

Compa vui... tính Tr 15
Có đúng không?
Phạm Tuấn Khải

Thách đấu Tr 21
Trận đấu thứ một trăm năm mươi tám
Lê Viết Ân

Dành cho các nhà toán học nhỏ Tr 22
Đưa khó về dễ, đưa lạ về quen trong chứng minh hình học
Vũ Hữu Bình

Sai ở đâu? Sửa cho đúng Tr 24
Lời giải có đúng không?
Huỳnh Thanh Tâm

Vào thăm Vườn Anh Tr 28
Ô chữ Lễ Giáng Sinh
Nguyễn Thị Kim Oanh



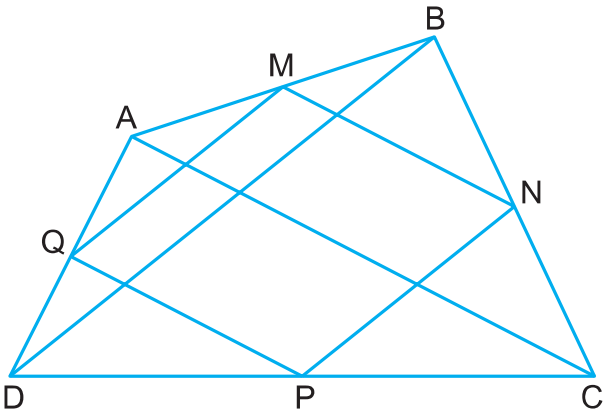
KHAI THÁC BÀI TOÁN HÌNH HỌC TRONG SÁCH GIÁO KHOA LỚP 8

TRƯƠNG QUANG AN
GV. THCS Nghĩa Thắng, Tư Nghĩa, Quảng Ngãi

Khai thác và tìm tòi một bài toán giúp học sinh rèn luyện khả năng sáng tạo và niềm say mê với môn học. Bài viết này giới thiệu một số bài toán hình học được khai thác từ bài 88 trang 111 SGK toán 8 tập 1.

Bài toán 1. Cho tứ giác ABCD. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD và DA. Xác định điều kiện của tứ giác ABCD để tứ giác MNPQ là hình chữ nhật, hình thoi, hình vuông.

Lời giải.



Ta có MQ, QP, PN và MN lần lượt là đường trung bình của các tam giác ABD, ACD, BCD và ABC nên

$MN \,//\, AC \,//\, PQ$ và $MN = \frac{1}{2}AC = PQ$;

$MQ \,//\, BD \,//\, NP$ và $MQ = \frac{1}{2}BD = NP$.

Suy ra tứ giác MNPQ là hình bình hành.

- Hình bình hành MNPQ là hình thoi

$\Leftrightarrow MN = NP \Leftrightarrow AC = BD$.

- Hình bình hành MNPQ là hình chữ nhật

$\Leftrightarrow MN \perp NP \Leftrightarrow AC \perp BD$.

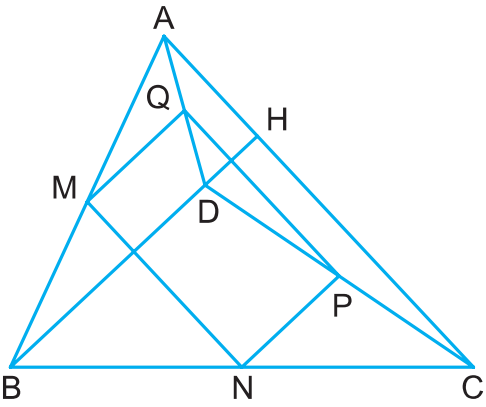
- Hình bình hành MNPQ là hình vuông

$\Leftrightarrow$ MNPQ vừa là hình chữ nhật vừa là hình thoi $\Leftrightarrow BD = AC$ và $BD \perp AC$.

Nhận xét. *Nếu bài toán không cho tứ giác ABCD mà chỉ cho tam giác ABC và điểm D bất kì ta có bài toán sau:*

Bài toán 2. Cho tam giác ABC nhọn, D là điểm nằm bên trong tam giác. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA. Xác định vị trí của điểm D ở trong tam giác ABC để tứ giác MNPQ là hình chữ nhật.

Lời giải.



Ta có $MN \,//\, AC \,//\, PQ$ và $MN = \frac{1}{2}AC = PQ$.

Do đó tứ giác MNPQ là hình bình hành.

Hình bình hành MNPQ là hình chữ nhật

$\Leftrightarrow BD \perp AC$.

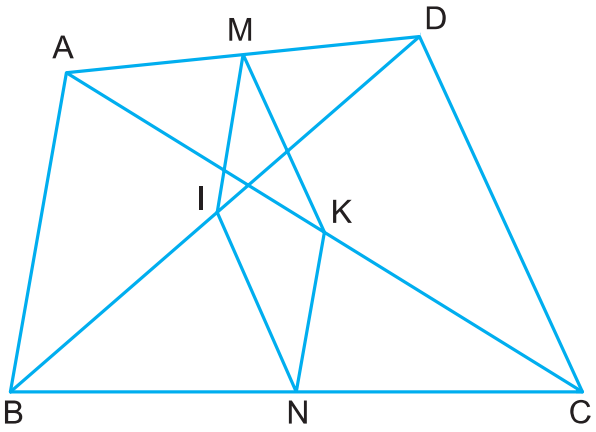
Vậy để tứ giác MNPQ là hình chữ nhật thì D thuộc đường cao BH của ΔABC.

Nhận xét. *Nếu giữ lại trung điểm của AD, BC và lấy thêm trung điểm của hai đường chéo, ta có bài toán sau*:

Bài toán 3. Cho tứ giác ABCD. Gọi M, N, I, K lần lượt là trung điểm của AD, BC, BD và AC. Chứng minh rằng tứ giác MINK là hình bình hành.

Lời giải. Ta có MI, NK lần lượt là đường trung bình của các tam giác ABD, ABC nên

$MI = \frac{1}{2}AB = KN$ và MI // AB // KN.

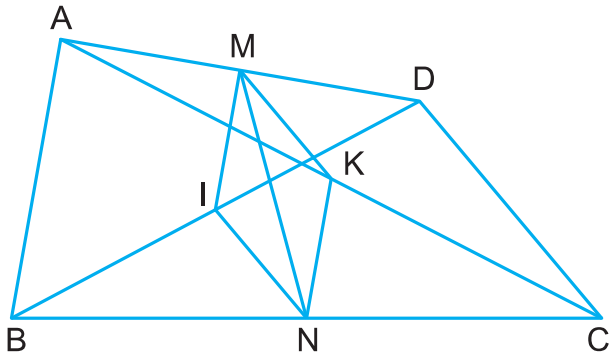


Do đó tứ giác MINK là hình bình hành.

Nhận xét. *Từ bài toán 3, nếu cho AB = CD ta có bài toán sau*:

Bài toán 4. Cho tứ giác ABCD có AB = CD, AB không song song với CD, $\hat{C} = 50^o$, $\hat{B} = 80^o$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Tính $\widehat{MNC}$.

Lời giải. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của BD và AC.



Ta có MK, KN, NI và IM lần lượt là đường trung bình của các tam giác ADC, ABC, BDC, và ABD nên

$MI = \frac{1}{2}AB = NK;\ MK = \frac{1}{2}CD = IN.$

Mà AB = CD nên MI = NK = MK = IN.

Suy ra tứ giác MINK là hình thoi.

Do đó NM là tia phân giác của $\widehat{INK}$.

Suy ra $\widehat{INM} = \widehat{MNK} = \frac{1}{2}\widehat{INK}$.

Ta có $\widehat{ABC} = \widehat{KNC} = 80^o$ (hai góc đồng vị);

$\widehat{DCB} = \widehat{INB} = 50^o$ (hai góc đồng vị).

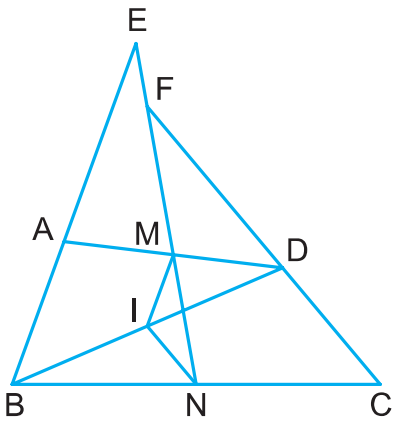
Do đó $\widehat{INK} = 180^o - \widehat{KNC} - \widehat{INB}$

$= 180^o - 80^o - 50^o = 50^o \Rightarrow \widehat{MNK} = 25^o$.

Vậy $\widehat{MNC} = \widehat{MNK} + \widehat{KNC} = 25^o + 80^o = 105^o$.

Nhận xét. *Vì tam giác IMN cân nên từ bài toán 4 ta có bài toán sau*:

Bài toán 5. Cho tứ giác ABCD thỏa mãn AB = CD và AB không song song với CD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Gọi E và F lần lượt là giao điểm của MN với AB và CD. Chứng minh rằng $\widehat{AEM} = \widehat{DFM}$.



Lời giải. Gọi I là trung điểm của BD.

Ta có MI và IN lần lượt là đường trung bình của các tam giác ABD và BCD nên

$MI = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CD = IN;\ MI // AB,\ IN // DC$.

Suy ra tam giác MIN cân tại I.

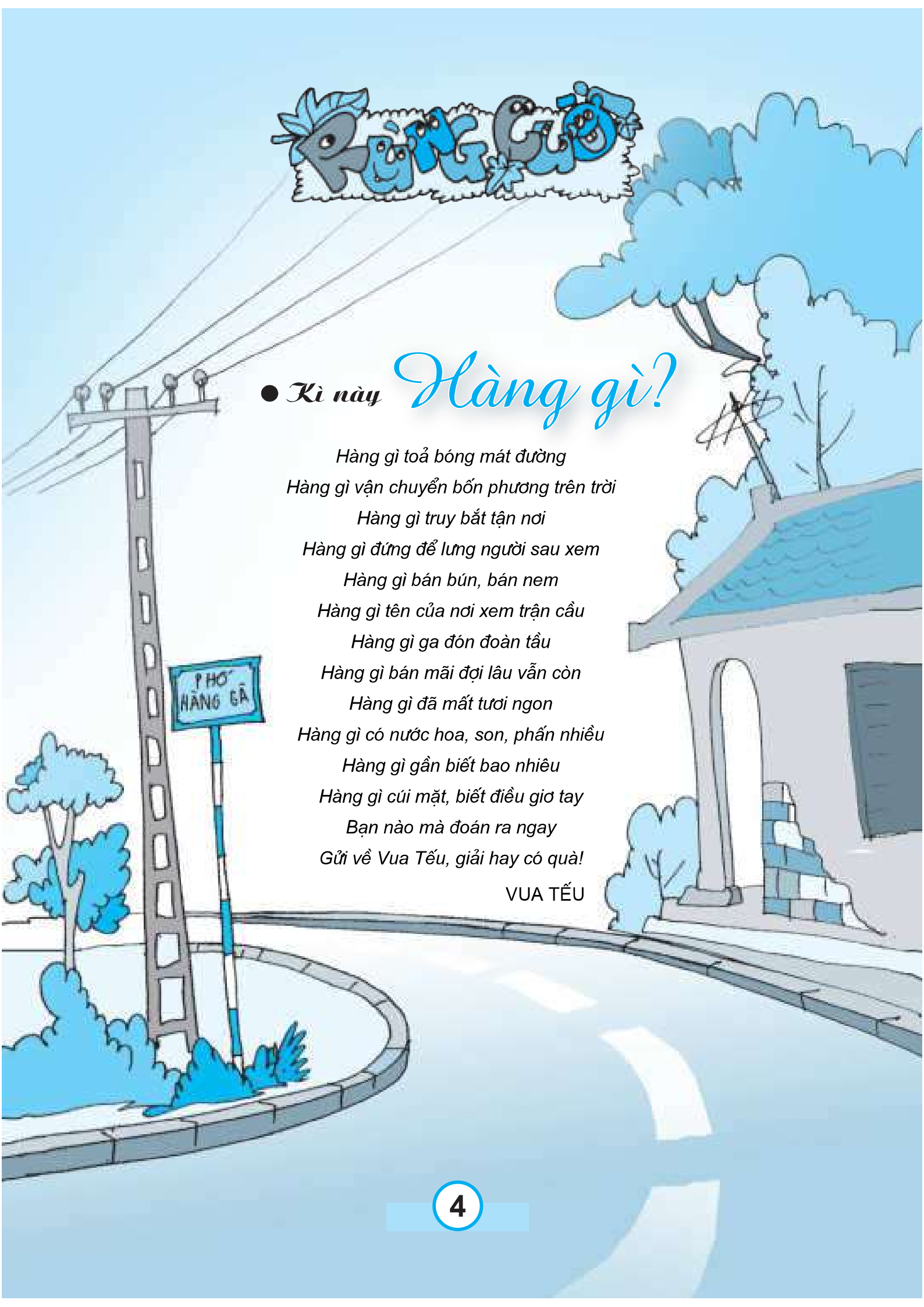
Do đó $\widehat{IMN} = \widehat{INM}$. (1)

Ta lại có $\widehat{IMN} = \widehat{AEM}$ (hai góc đồng vị). (2)

$\widehat{DFM} = \widehat{INM}$ (hai góc so le trong). (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $\widehat{AEM} = \widehat{DFM}$.

Các bạn hãy khai thác các bài toán trên theo các hướng khác để được bài toán mới và thử phát triển các bài tập khác trong SGK nhé!



● Kì này Hàng gì?

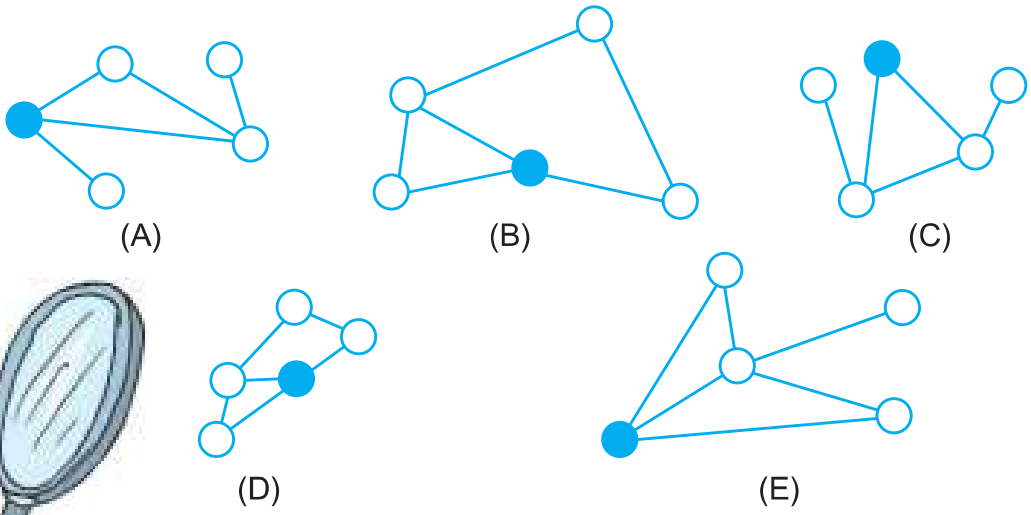
Hàng gì toả bóng mát đường
Hàng gì vận chuyển bốn phương trên trời
Hàng gì truy bắt tận nơi
Hàng gì đứng để lưng người sau xem
Hàng gì bán bún, bán nem
Hàng gì tên của nơi xem trận cầu
Hàng gì ga đón đoàn tầu
Hàng gì bán mãi đợi lâu vẫn còn
Hàng gì đã mất tươi ngon
Hàng gì có nước hoa, son, phấn nhiều
Hàng gì gần biết bao nhiêu
Hàng gì cúi mặt, biết điều giơ tay
Bạn nào mà đoán ra ngay
Gửi về Vua Tếu, giải hay có quà!

VUA TẾU



Kì này HÌNH NÀO LẠC LOÀI?

Trong các hình dưới đây, hình nào khác với các hình còn lại?





ĐỖ THỊ THÚY NGỌC

Phó Trưởng phòng Giáo dục Trung học, Sở GD&ĐT Ninh Bình,

(Sưu tầm và giới thiệu)

Kết quả TÌM SỐ CÒN THIẾU (TTT2 số 187)

Quy luật.

Bài 1. Trong hai số đối xứng với nhau qua tâm hình tròn, số lớn bằng bình phương số bé cộng với 1.

Ta thấy không tồn tại số tự nhiên x để $x^2 + 1 = 9$ nên x không thể là số bé. Vậy x là số lớn và $x = 9^2 + 1 = \mathbf{82}$.

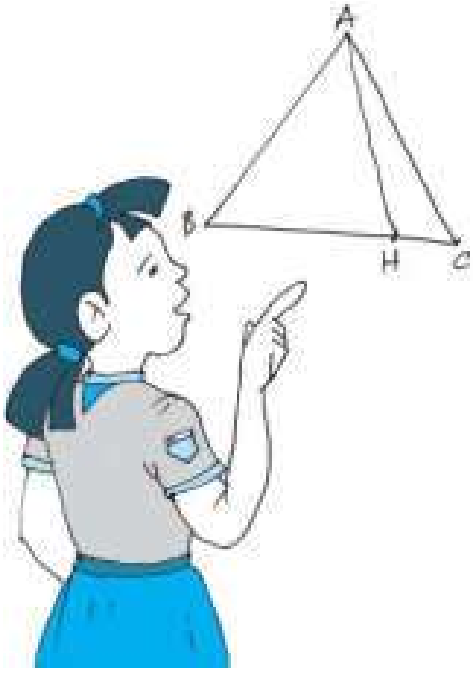
Bài 2. Trong mỗi tam giác, số ở đỉnh A bằng tích hai số ở đỉnh B và C chia cho tổng các chữ số của hai số này. Vậy số thay cho dấu ? là

$(3 \times 60) : (3 + 6 + 0) = \mathbf{20}$.

HỒNG HÀ

Nhận xét. Một số bạn tìm ra đúng kết quả bài 1 nhưng không xét trường hợp x là số bé. Các bạn sau có lời giải tốt được thưởng kì này: *Lương Tùng Lâm*, *Trần Hoàng Ngọc Minh*, 9H, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Nguyễn Kim Huy*, 8C, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình, **Bắc Ninh**; *Đoàn Hạnh Diên*, 7A, THCS Lê Thanh Nghị, Gia Lộc, **Hải Dương**.

Các bạn sau được tuyên dương: *Nguyễn Anh Dũng*, 6A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Nguyễn Triệu Vi*, 7C, *Vũ Hồng Phúc*, 8A, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ, **Phú Thọ**; *Cao Minh Châu*, 7A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.



NGUYỄN XUÂN BÌNH



TRIANGLES

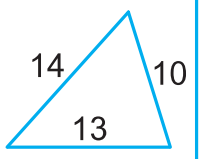
TRỊNH HOÀI DƯƠNG - *GV. THCS Giảng Võ, Ba Đình, Hà Nội*
HOÀNG ANH QUÂN - *Cử nhân tài năng toán, Đại học KHTN Hà Nội*

Keyword

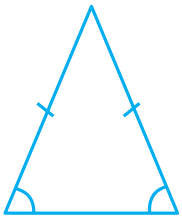
Vertex	*đỉnh*
Angle	*góc*
Side	*cạnh*
Base	*cạnh đáy*
Vertical angle	*góc không kề đáy*
Base angle	*góc kề đáy*
Exterior angle	*góc ngoài*
Interior angle	*góc trong*

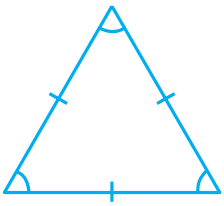
Classification of triangles

With respect to sides

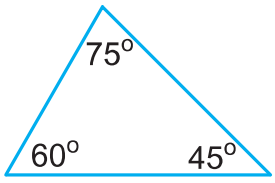


Scalene triangle

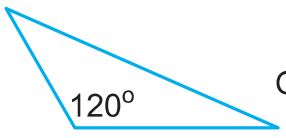

Isosceles triangle


Equilateral triangle

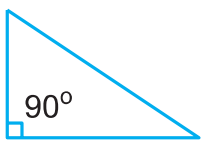
With respect to angles



Acute-angled triangle



Obtuse-angled triangle



Right triangle

Properties

1) The sum of all the interior angles of a triangle is 180°.
2) An exterior angle of a triangle is equal to the sum of the interior opposite angles.
3) A triangle with two equal sides is an isosceles triangle.
4) The base angles of an isosceles triangle are equal.
5) The angles of an equilateral triangle are all equal and each of them is 60°.

Examples. Given a triangle ABC with $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = x^\circ$, $\angle C = 2x^\circ + 30^\circ$. What is the value of x?

A. 10 B. 20
C. 30 D. 40

Solution. Since the sum of all the interior angles of a triangle is 180°, we have $180^\circ = 30^\circ + x^\circ + (2x^\circ + 30^\circ)$. Hence $x = 40$.

Homework

Problem 1. Given a triangle ABC with AB = 5 cm, BC = 6 cm, AC = 7 cm. Which of the following statements is true?

A. ABC is an isosceles triangle.
B. ABC is an equilateral triangle
C. ABC is a scalene triangle.
D. None of the above statements is true.

Problem 2. Given a triangle ABC with $\frac{\angle A}{2} = \frac{\angle B}{3}$ and $\angle C - \angle B = 60^\circ$. Find $\angle A$.

Problem 3. Given a triangle ABC with $\angle B - \angle C = 30^\circ$, the angle bisector of $\angle A$ intersects BC at D. Compute $\angle ADC$, $\angle ADB$.

Các bạn hãy viết lời giải 3 bài toán trên bằng tiếng Anh và gửi về tòa soạn nhé!

Kết quả Problem 1(187).

Firstly, $\begin{cases} 2^{b+1} \text{ is even} \\ 3^c \text{ is odd} \end{cases}$

$\Rightarrow a^2$ is odd $\Rightarrow a^2 \equiv 1 \pmod 4$.

Secondly, $2^{b+1} \equiv 0 \pmod 4$

$\Rightarrow 3^c \equiv 1 \pmod 4$.

$\Rightarrow (-1)^c \equiv 1 \pmod 4 \Rightarrow c$ is even.

By setting $c = 2k$, where $k \in \mathbb{N}$, we have:

$2^{b+1} = 3^{2k} - a^2 = (3^k - a)(3^k + a)$.

Therefore, $3^k - a$ and $3^k + a$ are both powers of 2. Since a is odd, both of these terms are even, so none of these terms are 1. Hence, we can let s, t ($s < t$) be positive integers such that:

$$\begin{cases} 3^k - a = 2^s \\ 3^k + a = 2^t \ (*) \end{cases} \Rightarrow 2a = 2^t - 2^s$$

$\Rightarrow a = 2^{t-1} - 2^{s-1}$.

Since a is odd

$\Rightarrow s = 1 \Rightarrow a = 2^{t-1} - 1$.

Substituting this into (*) yields

$3^k + 2^{t-1} - 1 = 2^t \Leftrightarrow 3^k - 1 = 2^t - 2^{t-1}$.

$\Leftrightarrow 3^k - 1 = 2^{t-1}$. (**)

If $t = 1$, then $3^k = 2$, there does not exist any integer solutions.

If $t = 2$, then $k = 1$, $c = 2$

$\Rightarrow a = 2^{t-1} - 1 = 2^{2-1} - 1 = 1$.

Therefore, $1 + 2^{b+1} = 3^2 \Rightarrow b = 2$.

Consequently, (1, 2, 2) is one required triple.

Otherwise, $t > 2$, implying $4 \mid 2^{t-1}$

$\Rightarrow 3^k \equiv 1 \pmod 4$

$\Rightarrow (-1)^k \equiv 1 \pmod 4$.

Hence, k is even. Setting $k = 2m$ where $m \in \mathbb{N}$, from (**) we have:

$(3^m - 1)(3^m + 1) = 2^{t-1}$.

From this, we have that both $3^m - 1$ and $3^m + 1$ are powers of 2, and are consecutive even integers. This is only possible when the smaller integer is 2 and the larger integer is 4. Therefore, $3^m - 1 = 2$, implying $m = 1$, $k = 2m = 2$ and $c = 2k = 4$. Therefore, $3^2 - 1 = 2^{t-1} = a + 1$, or equivalently, $a = 7$.

Finally, $7^2 + 2^{b+1} = 3^4$, implying $b = 4$.

Therefore, (7, 4, 4) is also one required triple.

Conclusion: There are 2 triples: (1, 2, 2) and (7, 4, 4).

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải viết bằng tiếng Anh tốt, trình bày tỉ mỉ, chi tiết được thưởng kì này: *Lương Tùng Lâm*, 9H, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Lê Ngọc Tùng*, 9A, THCS Nguyễn Trực, Thanh Oai, **Hà Nội**; *Lê Hải Phong*, 9B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**.

ĐỖ ĐỨC THÀNH

ĐƯA KHÓ VỀ DỄ, ĐƯA LẠ ...

(Tiếp theo trang 23)

Ta có

$S_3 = \frac{1}{2}AB.OH \le \frac{1}{2}AB.OM = \frac{1}{2}a.\frac{a}{2} = \frac{a^2}{4}$. (1)

Đẳng thức xảy ra khi $H \equiv M$

$\Leftrightarrow \Delta AOB$ vuông cân tại O

$\Leftrightarrow$ Tứ giác ABCD là hình vuông

$\Leftrightarrow AC = BD = a$.

Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AC, BD.

Ta có $\widehat{DOK} = \widehat{ODK} = \widehat{OBA} = \widehat{IAO} = \widehat{IOA}$

$\Rightarrow \widehat{COI} + \widehat{COD} + \widehat{DOK}$

$= \widehat{IOA} + \widehat{COI} + \widehat{COD} = 180^o$.

Suy ra I, O, K thẳng hàng

$\Rightarrow AC + BD = 2(OI + OK) = 2IK \ge 2AB = 2a$.

Ta lại có $S = \frac{1}{2}(AC + BD).AB$.

Do đó $S \ge \frac{1}{2}.2a.a = a^2$. (2)

Đẳng thức xảy ra khi IK // AB

$\Leftrightarrow H \equiv M$

$\Leftrightarrow AC = BD = a$.

Từ (1) và (2) suy ra $S_1 + S_2 = S - 2S_3 \ge \frac{a^2}{2}$.

Đẳng thức xảy ra khi $AC = BD$.

Vậy tổng diện tích hai tam giác AOC và BOD nhỏ nhất là $\frac{a^2}{2}$ khi $AC = BD = a$.

(Kì sau đăng tiếp)



KÌ THI TOÁN VÀ KHOA HỌC QUỐC TẾ (IMSO) 2018

ĐỀ THI MÔN TOÁN

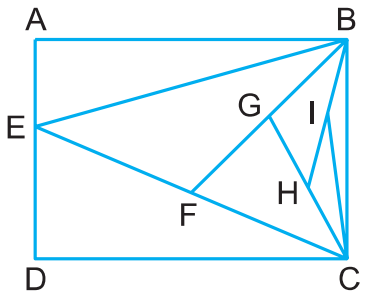
PHẦN THI TRẢ LỜI NGẮN

Thời gian làm bài: 60 phút

TS. ĐỖ ĐỨC THÀNH
GV. Trường liên cấp Tiểu học và THCS Ngôi Sao Hà Nội
(Sưu tầm và dịch)

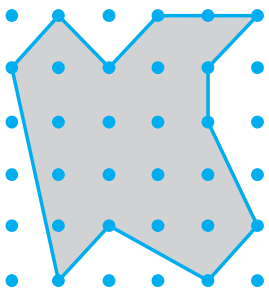
Câu 1. Alex và Bob một mình hoàn thành một công việc tại hệ thống giáo dục Hai Liang lần lượt trong 6 giờ và 10 giờ đồng hồ. Alex làm công việc đó được 1 giờ sau đó Bob tiếp tục công việc trong 1 giờ và cứ thế họ thay phiên nhau làm cho đến hết công việc. Hỏi họ mất bao nhiêu giờ để hoàn thành công việc đó? Hãy biểu diễn kết quả bằng một phân số thường (có tử số và mẫu số đều là những số nguyên).

Câu 2. Cho hình vẽ với hình chữ nhật ABCD, E là một điểm trên cạnh AD. Các điểm F, G, H và I lần lượt là trung điểm của các cạnh CE, BF, CG và BH. Biết diện tích của tam giác BCI bằng 1 cm^2, hãy tìm diện tích của hình chữ nhật ABCD theo đơn vị cm^2.



Câu 3. Cho một dãy số, hai số đầu là 64 và 36, với quy luật: số sau là giá trị trung bình cộng của các số đứng trước nó. Hãy tìm tổng của 2018 số hạng đầu tiên của dãy số này.

Câu 4. Trong hình bên, khoảng cách giữa hai chấm cạnh nhau trong mỗi hàng ngang và mỗi cột dọc là 1 cm. Hỏi diện tích của hình tô đậm là bao nhiêu cm^2?



Câu 5. Với mọi số nguyên n, ta định nghĩa hàm số f(n) là tổng của các chữ số của n và số các chữ số của n.
Ví dụ. f(218) = 2 + 1 + 8 + 3 = 14.
Chú ý. Chữ số đầu tiên của số n phải khác 0.
Hỏi tổng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của n sao cho f(n) = 6 là bao nhiêu?

Câu 6. Một hình chữ nhật được chia ra thành 9 phần như hình vẽ. Chu vi của 5 phần được chỉ ra ở trên hình vẽ (đơn vị cm). Tìm chu vi của hình chữ nhật ban đầu.

	11	
20	8	11
	12	

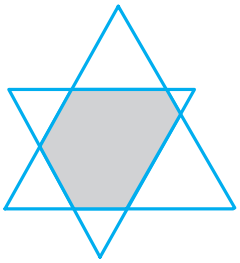
Câu 7. Một bể chứa nước hình trụ với đường kính 2,8 m và chiều cao 4,2 m được bơm nước vào bởi một chiếc vòi nước có đường kính là 7 cm với tốc độ chảy của nước là 4m/giây. Hỏi phải mất bao nhiêu phút để vòi nước chảy đầy bể?

Câu 8. Ta chia một hình vuông thành những hình tam giác tù sao cho 2 tam giác bất kỳ đều có chung một đỉnh hoặc một cạnh hoặc tách biệt (không chồng chéo lên nhau). Hỏi ta có thể chia hình vuông thành ít nhất bao nhiêu tam giác như vậy?

Câu 9. Tìm chữ số tận cùng của kết quả của phép tính sau

$$12^{2018} + 14^{2018} + 16^{2018} + 18^{2018} + 20^{2018} + \ldots + 2014^{2018} + 2016^{2018} + 2018^{2018}.$$

Câu 10. Hỏi có tất cả bao nhiêu số nguyên dương có 3 chữ số mà tích các chữ số của nó bằng 18?



Câu 11. Hai tam giác đều có chu vi lần lượt là 744 cm và 930 cm được đặt chồng lên nhau như ở hình bên. Hai tam giác có các cặp cạnh song

song với nhau. Hỏi chu vi của hình lục giác được tô đậm là bao nhiêu?

Câu 12. Cha của Sunny đưa cho Sunny ba chiếc hộp trong đó có chứa những viên bi. Cha Sunny cho biết số bi trong hộp thứ nhất, thứ hai và thứ ba là những số nguyên liên tiếp theo thứ tự tăng dần và lần lượt chia hết cho 5, 7 và 9. Hỏi tổng số viên bi nhỏ nhất có thể trong cả ba hộp bi là bao nhiêu?

Câu 13. Cho dãy số 1, 1, 1, 3, 5, 9, 17, 31, ..., với quy luật số hạng thứ n kể từ sau số hạng thứ ba bằng tổng 3 số hạng đứng liền trước nó trong dãy.

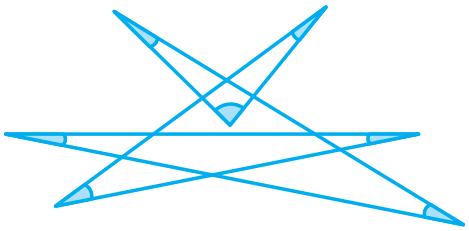
Ví dụ, số hạng thứ tư là $1 + 1 + 1 = 3$ và số hạng thứ năm là $1 + 1 + 3 = 5$.

Hãy tìm số dư khi ta lấy số hạng thứ 2018 của dãy chia cho 8.

Câu 14. Số $\overline{2018MN28}$ có 8 chữ số khi chia cho 7 thì dư 5, khi chia cho 11 thì dư 9. Hãy tìm giá trị lớn nhất có thể của số có hai chữ số $\overline{MN}$.

Câu 15. Các chữ cái I, M, S, O biểu diễn cho các chữ số khác nhau và tổng của các số IMSO, ISMO, OMSI, OSMI, MISO, MOSI, SIMO và SOMI bằng 60012. Tính tổng I + M + S + O.

Câu 16. Tìm tổng số đo các góc được tô đậm ở hình dưới.



Câu 17. Cho một bàn cờ 5×5, với các số 1, 2, 3, 4, 5 được điền vào trong các ô của bàn cờ sao cho mỗi số trên chỉ xuất hiện một lần trong mỗi hàng, mỗi cột. Tìm số được điền trong ô tô đậm.

1	2			
				1
		4		
2		5		
	5			4

Câu 18. Có 2018 điểm khác nhau trong một hình vuông, ta chia hình vuông này thành những tam giác sao cho các đỉnh của các tam giác này đều là 2018 điểm kia cộng thêm 4 đỉnh của hình vuông (tức là ta có tất cả là 2022 đỉnh tam giác). Với mỗi tam giác, mỗi một điểm, nó chỉ có thể hoặc là đỉnh của một tam giác hoặc là một điểm nằm ngoài tam giác đó. Hỏi ta có thể chia được bao nhiêu tam giác như vậy?

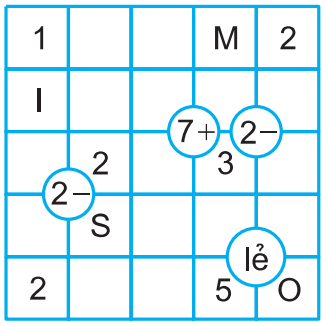
Câu 19. Trong hình bên, một trong các số từ 1 đến 9 được điền vào một trong những ô vuông còn trống và mỗi số chỉ được dùng một lần. Ô được tô đậm (ở hàng dưới cùng) được điền vào bằng một trong những phép tính $+, -, \times, :$. Trong mỗi hàng ngang có 3 số, phép tính được thực hiện từ trái qua phải. Ở cột dọc ngoài cùng bên phải, phép tính được thực hiện từ trên xuống dưới. Hãy đưa ra một cách để điền các số và phép tính vào 10 ô còn trống.

	−		=	
				×
	÷		=	
				=
			=	

Câu 20. Trong hình vuông 3×3 dưới đây, mỗi chữ cái biểu diễn một số nguyên khác nhau từ 1 đến 7. Khi so sánh tổng của các số trong một hàng hay một cột bất kì với tổng của các số trong mỗi hàng hay mỗi cột còn lại thì cả hai đều cùng chẵn hoặc cùng lẻ và khác nhau ít nhất 2 đơn vị. Tìm tổng tất cả các giá trị có thể của a.

a	b	
c	d	e
	f	g

Câu 21. Trong trò chơi Mathrix, các chữ số từ 1 đến 5 được điền vào các ô của một bàn cờ 5×5 sao cho trong mỗi hàng hoặc mỗi cột thì mỗi số chỉ được điền một lần.



Các vòng tròn tại một số nút giao của 4 ô là các điều kiện cho các cặp ô chéo cạnh nhau trong 4 ô đó, nó có thể là tổng (+), hiệu (–) hay chỉ được điền các số lẻ vào (lẻ). Ví dụ, hình tròn "5 +" có nghĩa là tổng của 2 số cạnh nhau trên cùng một đường chéo có tổng là 5. Tìm giá trị của tổng I + M + S + O.

(Xem tiếp trang 15)





VỤ ÁN CHIẾC DÂY CHUYỀN VÀNG

LÊ MINH NGỌC
Lớp 8B, THCS Nam Cao, Lý Nhân, Hà Nam

Một ngày thứ hai đẹp trời và lại đúng ngày nghỉ phép, thám tử Sê Lốc Cốc quyết định đi siêu thị mua sắm đồ đạc cùng với vợ, tiện thể ông cũng muốn sắm luôn một món quà cưới thật ý nghĩa cho con gái của ông Mai - một người bạn thám tử rất quý mến.

Đang mải mê ngắm nghía, thám tử giật mình bởi tiếng chuông điện thoại di động:

- Ồ, ông Mai đấy à, may quá tôi đang định gọi hỏi ông nên mua quà gì mừng cháu gái tôi lấy chồng đây.

Ông Mai buồn rầu:

- Thám tử Sê Lốc Cốc ơi, tôi đang rối trí quá, hôm qua tôi ra tiệm vàng bạc sắm quà tặng con gái, đó là một chiếc dây chuyền vàng rất đẹp. Chẳng hiểu ngớ ngẩn thế nào, lúc về đến nhà tôi chưa cất nó mà lại ngủ thiếp đi, chiếc dây chuyền tôi còn cầm trên tay, tỉnh dậy đã không thấy nó đâu nữa.

- Ông tìm kĩ lại xem, chắc nó rơi đâu đấy, hoặc ông hỏi người trong nhà đi, có thể ai đó đã cất thay cho ông rồi - Thám tử Sê Lốc Cốc nói.

- Tôi tìm và hỏi mọi người rồi nhưng đều không thấy.

- Vậy tôi qua ngay đây, ông đợi tôi nhé!

Khi vừa tới nơi, Sê Lốc Cốc bắt tay ông Mai và hỏi luôn:

- Hôm qua ông về tới nhà lúc mấy giờ? Lúc đó trong nhà có những ai?

- Tôi về đến nhà là khoảng 10 giờ sáng, lúc đó ở nhà tôi có người cháu ruột tên là Nam lên chơi, có chị giúp việc và con trai tôi tên An. Khi về tới nhà tôi thấy hơi mệt nên ngồi ở ghế chỗ phòng khách rồi ngủ quên mất.

Sê Lốc Cốc nói ngay:

- Chuyện này nhiều khả năng là người trong nhà gây ra, ông gọi mọi người tập trung lại ngay đi, tôi cần hỏi họ một số vấn đề.

Một lúc sau, tất cả đã có mặt ở phòng khách nhà ông Mai, thám tử hỏi từng người, đầu tiên là cậu Nam:

- Hôm qua cháu làm gì từ lúc 10 giờ sáng?

- Lúc đó cháu đang xem phim hoạt hình Tom và Jerry trên phòng ạ.

Rồi thám tử hỏi chị giúp việc:

- Sáng qua từ lúc 10 giờ sáng chị đã làm gì?

- Tôi làm vườn từ sáng sớm, sau khi ông chủ về được một lúc tôi thấy người đưa thư đến nhà và nói là thư của tôi. Đó là thư của con gái tôi gửi từ dưới quê lên hỏi thăm mẹ, rồi tôi quay vào bếp nấu cơm.

Cuối cùng là cậu An:

- Cháu sang phòng em Nam thì thấy phim hoạt hình hay quá nên ngồi lại xem cùng

luôn ạ.

Thám tử Sê Lốc Cốc ngẫm nghĩ một lát, rồi ông nói với ông Mai:

- Tôi đã tìm ra người có lời khai không trung thực rồi. Tôi sẽ nói luôn và hi vọng chiếc dây chuyền sẽ sớm trở lại tay ông.

Các thám tử Tuổi hồng có đoán ra ai là người mà thám tử Sê Lốc Cốc nghi ngờ không? Hãy nhanh tay gửi bài về tòa soạn nhé!



Kết quả **(TTT2 số 187)**

Truy tìm chiếc mũ bảo hiểm

Thám tử Sê Lốc Cốc đã đoán ra chỗ của chiếc mũ bảo hiểm là ở trường học khi Sê Lốc Ly nói rằng "Chúng cháu tự biên tự diễn ạ!". Bởi vì trước đó mẹ của Sê Lốc Ly có nói chiếc mũ bảo hiểm của Ly màu xanh, giống như mũ của bộ đội công binh. Lúc sau Sê Lốc Ly còn kể về vở kịch mà mình biểu diễn, bạn ấy đóng vai bộ đội.

Phần thưởng kì này sẽ được gửi tới các thám tử sau: *Vũ Thanh Ngân*, 7A, *Nguyễn Quốc Duyệt*, 6B, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, **Nam Định**; *Nguyễn Hồng Khánh Lâm*, 9E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Nguyễn Chí Trung*, 8A2, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Trần Hoàng Ngọc Minh*, 9H, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ.**

Thám tử Sê Lốc Cốc

Thông báo

CÁCH GỬI BÀI ĐẾN TOÁN TUỔI THƠ

Thân gửi bạn đọc Toán Tuổi thơ 2!

Để thuận tiện cho bạn đọc gửi bài và Ban biên tập chọn bài và chấm bài, tòa soạn quy định cách gửi bài đến Toán Tuổi thơ như sau:

1. Bài gửi đăng

- Bài viết đã gửi đến Toán Tuổi thơ thì không gửi đến báo hay tạp chí khác.
- Nếu bài trích, hoặc sưu tầm ở tài liệu khác thì phải ghi rõ nguồn gốc tài liệu "Sưu tầm". Nếu bài dịch ở tài liệu nào thì cần gửi kèm bản gốc.
- Bài viết có đủ và chính xác các thông tin: Họ tên, địa chỉ, số điện thoại, số tài khoản ngân hàng để tòa soạn tiện liên lạc và gửi nhuận bút.

2. Bài giải của học sinh

- Mỗi chuyên mục hay mỗi bài Thi giải toán qua thư: giải vào một tờ giấy, phía trên cùng có ghi rõ họ tên, địa chỉ rõ ràng, chính xác (lớp, trường, huyện quận, tỉnh thành).
- Chuyên mục Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ: giải liền 5 bài, có thể giải bằng tiếng Anh hoặc tiếng Việt.
- Khuyến khích bài giải nhiều cách nếu có thể.

3. Hình thức gửi bài

- Bài gửi đăng nên đánh máy, gửi kèm file vào email: bbttoantuoitho@gmail.com, hoặc gửi bản gốc qua đường bưu điện.
- Bài giải của học sinh (viết tay) gửi về tòa soạn theo địa chỉ: **Tạp chí Toán Tuổi thơ, Tầng 2, nhà A, số 187B Giảng Võ, P. Cát Linh, Q. Đống Đa, Hà Nội**.

TTT



MỘT SỐ BÀI TOÁN GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH TRONG KÌ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN NĂM HỌC 2018-2019

NGUYỄN ĐỨC TẤN

Bài viết này chúng tôi xin được giới thiệu với bạn đọc một số bài toán giải hệ phương trình trong kì thi tuyển sinh vào lớp 10 chuyên toán năm học 2018-2019.

Bài toán 1. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases}(x+y)^2-3(x+y)=-2\\ x^2-x+y=0.\end{cases}$$

(Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT chuyên, tỉnh Tây Ninh)

Lời giải. Từ hệ phương trình ban đầu ta có

$$\begin{cases}(x+y)^2-2(x+y)-(x+y)+2=0\\ x^2-x+y=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}(x+y-2)(x+y-1)=0\ (1)\\ x^2-x+y=0.\ (2)\end{cases}$$

Từ (1) suy ra $\left[\begin{array}{l}x+y-2=0\Leftrightarrow y=2-x\\ x+y-1=0\Leftrightarrow y=1-x.\end{array}\right.$

- Nếu $y=2-x$, thay vào (2) ta được $(x-1)^2+1=0$, không có giá trị nào thỏa mãn.
- Nếu $y=1-x$, thay vào (2) ta được $x=1$. Suy ra $y=0$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(1;0)$.

Nhận xét. *Trong bài toán này ta đã phân tích vế trái phương trình thứ nhất của hệ thành nhân tử để dẫn tới các trường hợp tìm nghiệm.*

Bài toán 2. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases}x^2+y^2+x+y=18\\ xy(x+1)(y+1)=72.\end{cases}$$

(Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT chuyên, tỉnh Lâm Đồng)

Lời giải. Hệ phương trình tương đương với

$$\begin{cases}x(x+1)+y(y+1)=18\\ x(x+1)y(y+1)=72.\end{cases}\ (I)$$

Đặt $\begin{cases}x(x+1)=u\\ y(y+1)=v.\end{cases}$

Hệ phương trình (I) trở thành $\begin{cases}u+v=18\\ uv=72.\end{cases}$

Theo định lí Vi-ét đảo, u và v là hai nghiệm của phương trình

$t^2-18t+72=0\Leftrightarrow t=6$ hoặc $t=12$.

Ta có các trường hợp sau

- TH1. $\begin{cases}u=6\\ v=12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x(x+1)=6\\ y(y+1)=12.\end{cases}$

Giải hệ ta được $(x;y)$ là $(2;3)$, $(2;-4)$, $(-3;3)$, $(-3;-4)$.

- TH2. $\begin{cases}u=12\\ v=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x(x+1)=12\\ y(y+1)=6.\end{cases}$

Giải hệ ta được $(x;y)$ là $(3;2)$, $(3;-3)$, $(-4;2)$, $(-4;-3)$.

Vậy hệ phương trình có các nghiệm $(x;y)$ là $(2;3)$, $(3;2)$, $(2;-4)$, $(-4;2)$, $(-3;3)$, $(3;-3)$, $(-3;-4)$, $(-4;-3)$.

Nhận xét. *Đây là hệ phương trình đối xứng loại I nên ta dễ dàng đặt ẩn phụ để tìm ra lời giải của bài toán.*

Bài toán 3. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases}x+\dfrac{1}{x}+y-\dfrac{1}{y}=3\\ x^2+\dfrac{1}{x^2}+y^2+\dfrac{1}{y^2}=5.\end{cases}$$

(Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT chuyên, Đại học Vinh, tỉnh Nghệ An)

Lời giải. Đặt $u = x + \frac{1}{x}$ và $v = y - \frac{1}{y}$.

Khi đó hệ phương trình đã cho trở thành

$$\begin{cases} u + v = 3 \\ u^2 + v^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u + v = 3 \\ uv = 2. \end{cases} \quad (II)$$

Giải hệ (II) ta được hai trường hợp sau:

• TH1. $\begin{cases} u = 1 \\ v = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{1}{x} = 1 \\ y - \frac{1}{y} = 2. \end{cases}$ (Hệ vô nghiệm)

• TH2. $\begin{cases} u = 2 \\ v = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{1}{x} = 2 \\ y - \frac{1}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}. \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có các nghiệm

(x, y) là $\left(1; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right), \left(1; \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$.

Bài toán 4. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} (2x - y)(x^2 + y^2) + 2x^2 + 6x = xy + 3y \ (1) \\ \sqrt{3(x^2 + y) + 7} + \sqrt{5x^2 + 5y + 14} = 4 - 2x - x^2. (2) \end{cases}$$

(Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT chuyên, tỉnh Đắk Lắk)

Lời giải. Phương trình (1) tương đương với

$(2x - y)(x^2 + y^2) + 2x(x + 3) - y(x + 3) = 0$

$\Leftrightarrow (2x - y)(x^2 + y^2 + x + 3) = 0$

$\Leftrightarrow (2x - y)\left[\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 + \frac{11}{4}\right] = 0$

$\Leftrightarrow 2x - y = 0 \Leftrightarrow y = 2x.$

Thay $y = 2x$ vào phương trình (2) ta được

$\sqrt{3(x^2 + 2x) + 7} + \sqrt{5x^2 + 10x + 14} = 4 - 2x - x^2.$

Ta có $\sqrt{3(x^2 + 2x) + 7} + \sqrt{5x^2 + 10x + 14}$

$= \sqrt{3(x + 1)^2 + 4} + \sqrt{5(x + 1)^2 + 9}$

$\geq \sqrt{4} + \sqrt{9} = 5. (3)$

Mặt khác $4 - 2x - x^2 = 5 - (x + 1)^2 \leq 5.$ (4)

Từ (3), (4) suy ra

$\sqrt{3(x^2 + 2x) + 7} + \sqrt{5x^2 + 10x + 14} \geq 4 - 2x - x^2.$

Đẳng thức xảy ra khi $x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow y = -2.$

Vậy hệ phương trình có nghiệm

$(x; y) = (-1; -2).$

Nhận xét. *Từ phương trình (1) ta chuyển các hạng tử sang vế trái và phân tích vế trái thành nhân tử, từ đó tìm được mối liên hệ bậc nhất giữa x và y.*

Bài toán 5. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 8x^3 + \frac{27}{y^3} = 18 \\ \frac{4x^2}{y} + \frac{6x}{y^2} = 1. \end{cases}$$

(Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT chuyên, tỉnh Quảng Nam)

Lời giải. ĐKXĐ $y \neq 0$. Đặt $u = 2x$, $v = \frac{3}{y}$.

Hệ phương trình đã cho trở thành

$$\begin{cases} u^3 + v^3 = 18 \\ \frac{1}{3}uv(u + v) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^3 + v^3 + 3uv(u + v) = 27 \\ uv(u + v) = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (u + v)^3 = 27 \\ uv(u + v) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u + v = 3 \\ uv = 1. \end{cases}$$

Theo định lí Vi-ét đảo u và v là hai nghiệm của phương trình $t^2 - 3t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$.

Ta có các trường hợp sau:

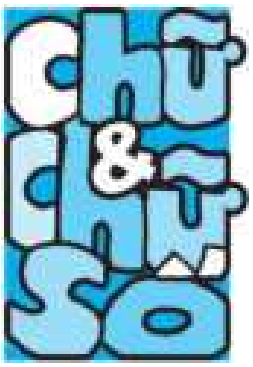
• TH1. $\begin{cases} u = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \\ v = \frac{3-\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3+\sqrt{5}}{4} \\ y = \frac{3(3+\sqrt{5})}{2}. \end{cases}$

• TH2. $\begin{cases} u = \frac{3-\sqrt{5}}{2} \\ v = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3-\sqrt{5}}{4} \\ y = \frac{3(3-\sqrt{5})}{2}. \end{cases}$

Vậy hệ phương trình đã cho có các nghiệm (x; y) là $\left(\frac{3+\sqrt{5}}{4}; \frac{3(3+\sqrt{5})}{2}\right), \left(\frac{3-\sqrt{5}}{4}; \frac{3(3-\sqrt{5})}{2}\right)$.

Nhận xét. *Trong bài toán này ta đã đặt ẩn phụ để đưa hệ phương trình đã cho về hệ phương trình đối xứng loại I quen thuộc.*

(Kì sau đăng tiếp)



Kì này KÌ 37

Tháng hai của năm không là năm nhuận có 28 ngày tức là gồm đúng 4 tuần. Từ đó trong tháng hai ta có WEEK × 4 = MONTH.

Hãy thay các chữ cái bởi các chữ số. Các chữ khác nhau biểu diễn các chữ số khác nhau.

THÁI NHẬT PHƯỢNG

GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa

Kết quả KÌ 35 (TTT2 số 187)

Ta có

$$\begin{array}{r} \text{Y E L L O W} \\ +\ \text{Y E L L O W} \\ \hline \text{O R A N G E} \end{array} \qquad \text{R E D}$$

Vì YELLOW và ORANGE đều là số có 6 chữ số nên Y chỉ có thể bằng 1, 2, 3 hoặc 4.

✻ **TH1.** Y = 1. Vì L + L + R + X < 9 + 9 + 8 + 3 = 29 (X là số nhớ từ hàng chục sang, X chỉ có thể là 0, 1, 2) nên L + L + X ≤ 20 và E + E + T < 19 (T là số nhớ từ hàng nghìn sang).

Vậy O chỉ có thể bằng 2 hoặc bằng 3.

TH1.1. O = 2. Ta có

$$\begin{array}{r} \text{1 E L L 2 W} \\ +\ \text{1 E L L 2 W} \\ \hline \text{2 R A N G E} \end{array} \qquad \text{R E D}$$

Vì 1 + 1 = 2 nên E + E + T = R. Mà E khác Y và O (khác 1 và 2) nên E chỉ có thể là 3 hoặc 4.

TH1.1.1. Với E = 4. Ta có

$$\begin{array}{r} \text{1 4 L L 2 W} \\ +\ \text{1 4 L L 2 W} \\ \hline \text{2 R A N G 4} \end{array} \qquad \text{R 4 D}$$

Vì W và D khác 1, 2, 4 và W + W + D = $\overline{Z4}$ (Z chỉ có thể là 1 hoặc 2) nên chỉ có thể W = 3, D = 8, suy ra G = 9; W = 7, D = 0, suy ra G = 9 hoặc W = 9, D = 6, suy ra G = 0.

TH1.1.1.1. Với W = 9, D = 6 ta có

$$\begin{array}{r} \text{1 4 L L 2 9} \\ +\ \text{1 4 L L 2 9} \\ \hline \text{2 R A N 0 4} \end{array} \qquad \text{R 4 6}$$

Vì ở hàng vạn 4 + 4 + T (T là số nhớ từ hàng nghìn sang) không có nhớ sang hàng sau (vì 1 + 1 = 2) và R khác 9 nên R chỉ có thể bằng 8.

Vì L khác 0, 1, 2, 4, 6, 8, 9, suy ra L có thể là 3; 5; 7.

Với L = 3 ta có YELLOW = 143329 (Y = 1, E = 4, L = 3, O = 2, W = 9); RED = 846 (R = 8, E = 4, D = 6) và ORANGE = 287504 (O = 2, R = 8, A = 7, N = 5, G = 0, E = 4).

Các trường hợp khác làm tương tự ta không tìm được kết quả nào thỏa mãn.

✻ Trường hợp Y = 2 hoặc Y = 3 hoặc Y = 4 làm tương tự, ta không tìm được kết quả nào thỏa mãn.

Vậy ta thay các chữ số như sau

$$\begin{array}{r} 1\ 4\ 3\ 3\ 2\ 9 \\ +\ 1\ 4\ 3\ 3\ 2\ 9 \\ \hline 2\ 8\ 7\ 5\ 0\ 4 \end{array} \qquad 8\ 4\ 6$$

Nhận xét. Kì này không có bạn nào giải đúng, phần thưởng xin gác lại kì sau.

TTT



Kì này CÓ ĐÚNG KHÔNG?

Bài toán. Vui vẽ ΔABC vuông tại A có $AB = \sqrt{2}$, $AC = 2\sqrt{2}$. Vui khẳng định độ dài đường phân giác trong AD của ΔABC bằng d thì $\sqrt{2} < d < 2\sqrt{2}$ và d là số vô tỉ.

Ý kiến của bạn thế nào?

PHẠM TUẤN KHẢI
Số 29, ngõ 67, đường Giáp Bát, Q. Hoàng Mai, Hà Nội

Kết quả **(TTT2 số 187)**

CÓ CÁCH NÀO KHÔNG?

Lời giải.

✻ *Cách 1.* Với mọi số nguyên a ta có

$a^3 - a = (a - 1)a(a + 1)$ là bội của 3.

Do đó sau mỗi lần xóa hai số trên bảng và thay vào đó một số bằng tổng các lập phương của hai số đó thì số dư khi chia tổng các số còn lại trên bảng cho 3 không thay đổi.

Suy ra số cuối cùng còn lại trên bảng cùng số dư với tổng $1 + 2 + \ldots + 11 = 66$ khi chia cho 3.

Mặt khác 66 chia hết cho 3 và 2018 không chia hết cho 3.

Vậy số cuối cùng còn lại trên bảng không thể là số 2018.

✻ *Cách 2.* Ta thấy số cuối cùng còn lại trên bảng luôn lớn hơn $10^3 + 11^3 > 2018$.

Vậy số cuối cùng còn lại trên bảng không thể là số 2018.

Nhận xét. Anh Compa sẽ trao quà cho các bạn sau có lời giải đúng: *Nguyễn Quang Minh*, 8A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Trần Hoàng Ngọc,* 9H, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, *Đồ Ngọc Tiến*, 6A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Dương Hồng Sơn,* 8C1, THCS Archimedes Academy, **Hà Nội**; *Nguyễn Anh Thư,* 6A3, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**.

VŨ ĐÌNH HÒA

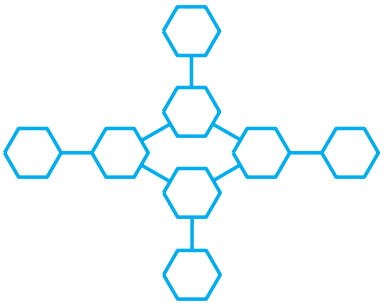
KÌ THI TOÁN QUỐC TẾ...

(Tiếp theo trang 9)

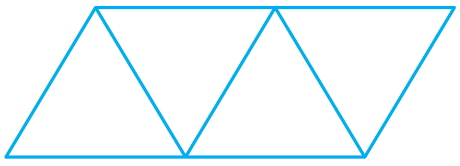
Câu 22. Cho hai số có 4 chữ số $\overline{AMMM}$ và $\overline{MMMB}$ với A, B, M biểu diễn các chữ số khác nhau. Biết rằng $\frac{\overline{AMMM}}{\overline{MMMB}} = \frac{2}{5}$, hãy tìm tổng A + B + M.

Câu 23. Tìm chữ số tận cùng của biểu thức sau: $-1\times2018 + 2\times2017 - 3\times2016 + 4\times2015 + \ldots - 1003\times1016 + 1004\times1015$?

Câu 24. Mỗi hình lục giác trong hình bên được tô một trong ba màu: đỏ, vàng và xanh, sao cho hai hình lục giác bất kì được nối với nhau bằng một đoạn thẳng thì không cùng màu. Hỏi có bao nhiêu cách để tô màu các hình lục giác đó?



Câu 25. Ta tô các hình tam giác đều ở hình bên bằng 4 màu: xanh lục, vàng, xanh lá và đỏ, sao cho không có tam giác nào có cùng màu với các tam giác còn lại. Hỏi có bao nhiêu cách tô các hình tam giác này? (nếu ta quay hình của một cách tô nào đó mà lại thu được hình của một cách đã được liệt kê thì hai cách chỉ được tính là một cách, tuy nhiên hai cách tô mà đó là kết quả của sự phản chiếu qua gương của nhau thì vẫn được coi là hai cách khác nhau).



Kết quả

Giải toán qua thư



Bài 1(187). Cho $A=\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+...+\frac{1}{2018!}$. Hãy so sánh A với $\frac{2017}{1152}$. (Kí hiệu n! = 1. 2. 3... n)

Lời giải. Ta có

$$A<1+\frac{1}{2}+\frac{1}{1.2.3}+\frac{1}{2.3.4}+\frac{1}{3.4.5}+...$$
$$+\frac{1}{2015.2016.2017}+\frac{1}{2016.2017.2018}.$$

Ta lại có $\frac{1}{1.2.3}=\frac{1}{2}.\left(\frac{1}{1.2}-\frac{1}{2.3}\right)$;

$$\frac{1}{2.3.4}=\frac{1}{2}.\left(\frac{1}{2.3}-\frac{1}{3.4}\right);$$

...

$$\frac{1}{2016.2017.2018}=\frac{1}{2}.\left(\frac{1}{2016.2017}-\frac{1}{2017.2018}\right).$$

Suy ra $A<1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}.\left(\frac{1}{1.2}-\frac{1}{2017.2018}\right)$

$$<1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}.\frac{1}{1.2}=\frac{7}{4}<\frac{2017}{1152}.$$

Vậy $A<\frac{2017}{1152}$.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng: *Lê Văn Quang Hiếu*, *Nguyễn Hằng Nga*, 6D, *Nguyễn Thị Ngân*, 7B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Hồ Phương Lê*, 6A, THCS Hồ Xuân Hương, Quỳnh Lưu, **Nghệ An**; *Đỗ Ngọc Tiến*, *Nguyễn Trung Kiên*, *Nguyễn Thị Trường Giang*, *Vũ Minh Đức*, *Dương Nguyên Khánh*, *Vũ Đức Huy*, *Nguyễn Trung Dũng*, 6A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Đào Ánh Nguyệt*, *Phùng Thị Mai Hoa*, 6A, *Nguyễn Trung Hậu*, *Ma Hoàng Vũ*, *Lê Bảo Lâm*, 6B, *Nguyễn Kim Anh*, *Trần Quý Vương*, 6D, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ; *Vũ Đức Đạt*, 6C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Nguyễn Anh Thư*, 6A3, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Tập thể lớp 6E*, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ, **Phú Thọ**; *Tập thể lớp 7C*, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**.

PHÙNG KIM DUNG

Bài 2(187). Có hai hộp đựng lần lượt 100 viên bi và 123 viên bi. Hai bạn Hồng và Hà tham gia trò chơi bốc bi như sau: Mỗi người đến lượt mình được bốc một số viên bi tùy ý ở trong một hộp. Ai bốc được viên bi cuối cùng là người thắng cuộc. Hồng là người bốc trước. Hãy chỉ ra cách chơi để Hồng luôn là người thắng cuộc.

Lời giải. Khi kết thúc trò chơi thì cả hai hộp đều không còn bi. Để thắng cuộc thì lượt cuối cùng Hồng phải bốc hết số bi trong một hộp, và phải đảm bảo khi đó hộp của Hà cũng đã hết bi.

Từ đó cách chơi để Hồng thắng là phải làm cho số bi ở hai hộp bằng nhau và mỗi khi Hà bốc bao nhiêu viên ở một hộp thì Hồng sẽ bốc bấy nhiêu viên ở hộp còn lại. Để làm được như vậy và tránh bị Hà chiếm lấy cơ hội, lượt đầu tiên buộc Hồng phải bốc 23 viên bi ở hộp chứa 123 viên bi để đảm bảo hai hộp lúc này có số bi bằng nhau (cùng là 100 viên).

Nếu Hồng không bốc theo cách trên, thì Hà hoàn toàn có cơ hội làm cho số bi ở hai hộp bằng nhau trước Hồng, và khi đó Hà trở thành người thắng cuộc.

Vậy cách bốc bi để Hồng chắc chắn thắng là duy nhất.

Tổng quát: Nếu hai hộp ban đầu có số bi khác nhau thì người bốc trước sẽ luôn thắng nếu lượt đầu tiên bốc ở hộp nhiều hơn số bi chênh lệch giữa hai hộp. Nếu hai hộp ban đầu có số bi bằng nhau thì người bốc sau luôn thắng nếu bốc số bi bằng với số bi của người bốc trước mình.

Nhận xét. Nhiều bạn nhầm lẫn số bi cần bốc của Hồng phải là số chẵn vì 100 là số chẵn, cách làm này không đúng vì như đã chứng minh ở trên, cách để Hồng chắc chắn thắng là duy nhất. Các bạn sau có lời giải chính xác, mạch lạc: *Nguyễn Văn Bảo Châu*, 7/5, THCS-THPT Nguyễn Khuyến, **Đà Nẵng**; *Đinh Xuân Linh*, 6A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Nguyễn Anh Thư*, 6A3, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Tập thể lớp 6A*, *Tập thể lớp 7C*, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

BÙI MẠNH TÙNG

Bài 3(187). Tìm các số nguyên tố a, b, c thỏa mãn $a^2 + 5ab + b^2 = 7^c$.

Lời giải. Ta có

$a^2 + 5ab + b^2 = (a - b)^2 + 7ab = 7^c$. (1)

Vì c là số nguyên tố nên $c \geq 2$.

Suy ra $7^c \vdots 7$. (2)

Ta lại có $7ab \vdots 7$. (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $(a - b)^2 \vdots 7$

$\Rightarrow a - b \vdots 7$ (vì 7 là số nguyên tố).

Do đó $(a - b)^2 \vdots 7^2$. (4)

Mặt khác $c \geq 2 \Rightarrow 7^c \vdots 7^2$. (5)

Từ (1), (4) và (5) suy ra $7ab \vdots 7^2 \Rightarrow ab \vdots 7$.

Suy ra $a \vdots 7$ hoặc $b \vdots 7$.

- TH1. $a \vdots 7$, từ (1) suy ra $b \vdots 7$.
- TH2. $b \vdots 7$, từ (1) suy ra $a \vdots 7$.

Do đó cả a và b đều chia hết cho 7.

Vì a, b là các số nguyên tố nên $a = b = 7$.

Thay $a = b = 7$ vào (1) ta được $c = 3$ (thỏa mãn c là số nguyên tố).

Vậy $a = b = 7$, $c = 3$.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng, trình bày sạch đẹp: *Nguyễn Xuân Bách, Đào Đình Đức, Nguyễn Hà Tự Linh, Bùi Gia Huy*, 7A1, THCS Giảng Võ, Ba Đình, **Hà Nội**; *Nguyễn Thái Phương Thảo, Lê Anh Tuấn, Đoàn Minh Đức, Trần Gia Huy, Nguyễn Thị Mai Hiền, Lê Văn Minh*, 7C, *Phạm Ngọc Huỳnh, Đậu Mai Phương, Võ Huyền Diệu*, 6A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Đinh Xuân Linh*, 7A, *Nguyễn Gia Bảo*, 6B, *Ngô Thị An Bình*, 7E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Nguyễn Thị Khánh Linh, Dương Đức Thắng, Trần Thị Hào, Nguyễn Liên Công, Trần Hồng Minh, Hoàng Đình Đức, Trương Đình Khải*, 7C, *Nguyễn Thị Ngân, Lê Đức Đại Thành*, 7B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Nguyễn Văn Bảo Châu*, 7/5, THCS-THPT Nguyễn Khuyến, **Đà Nẵng**; *Nguyễn Anh Thư*, 6A3, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Tạ Kim Nam Tuấn*, 7A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Trung Dũng, Nguyễn Tiến Dũng, Nguyễn Trung Kiên, Quản Tiến Anh, Đỗ Ngọc Tiến, Nguyễn Ngọc Anh, Vũ Đức Huy, Nguyễn Thị Trà Giang, Dương Nguyên Khánh*, 6A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Lê Phan Ngọc Tân, Đào Ánh Nguyệt, Nguyễn Yến Nhi*, 6A, *Ma Hoàng Vũ*, 6B, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ, **Phú Thọ**; *Tập thể lớp 6D*, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Tập thể lớp 6E*, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ, **Phú Thọ**.

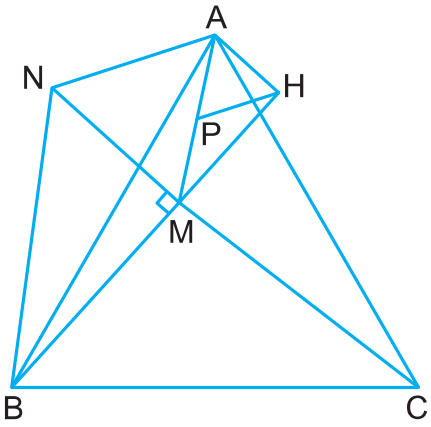
TRỊNH HOÀI DƯƠNG

Bài 4(187). Cho tam giác đều ABC, lấy điểm M nằm trong tam giác ABC sao cho MA : MB : MC = 3 : 4 : 5. Kẻ AH vuông góc với BM tại H. Tính tỉ số $\frac{AH}{CM}$.

Lời giải. Đặt MA = 3k, MB = 4k, MC = 5k (k > 0). Dựng tam giác đều AMN (N thuộc

nửa mặt phẳng bờ AB không chứa C).

Ta có AM = AN, $\widehat{NAB} = \widehat{MAC}$ (= $60^o - \widehat{MAB}$), AB = AC.



Suy ra ΔANB = ΔAMC (c.g.c)

⇒ NB = MC = 5k.

Ta lại có MN = AM = 3k nên $NB^2 = MN^2 + MB^2$.

Theo định lí Pythagoras đảo thì ΔMNB là tam giác vuông tại M.

Vì $\widehat{AMN} = 60^o$ nên $\widehat{AMH} = 30^o$.

Gọi P là trung điểm của AM

⇒ ΔPMH cân tại P

⇒ $\widehat{PMH} = \widehat{PHM} = 30^o \Rightarrow \widehat{AHP} = 60^o = \widehat{PAH}$.

Do đó ΔPAH là tam giác đều

$$\Rightarrow AH = AP = \frac{1}{2}AM = \frac{3k}{2} \Rightarrow \frac{AH}{CM} = \frac{\frac{3k}{2}}{5k} = \frac{3}{10}.$$

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải ngắn gọn, chính xác: *Chử Lê Phương Linh*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Hoàng Thế Hiếu*, 7C, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Đoàn Minh Đức*, 6A, *Lê Anh Tuấn*, *Lê Văn Minh*, *Trần Thị Đan Lê*, *Trần Gia Huy*, 7C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Văn Bảo Châu*, 7/5, THCS Nguyễn Khuyến, **Đà Nẵng**.

HỒ QUANG VINH

Bài 5(187). Cho số nguyên tố lẻ p và các số nguyên dương a, b, c, d phân biệt nhỏ hơn p thỏa mãn $a^2 + b^2$ và $c^2 + d^2$ đều chia hết cho p. Chứng minh rằng trong hai số ac + bd và ad + bc có đúng một số chia hết cho p.

Lời giải. Ta có

$(ac + bd)(ad + bc) = cd(a^2 + b^2) + ab(c^2 + d^2)$.

Vì $a^2 + b^2$ và $c^2 + d^2$ đều chia hết cho p nên (ac + bd)(ad + bc) chia hết cho p. (1)

Giả sử ac + bd và ad + bc đều chia hết cho p

⇒ ac + bd + ad + bc = (a + b)(c + d) ⋮ p.

Suy ra trong hai số a + b và c + d phải có ít nhất một số chia hết cho p.

Không mất tổng quát giả sử a + b ⋮ p.

Suy ra $2ab = (a + b)^2 - (a^2 + b^2)$ ⋮ p (vô lí vì 2, a, b đều nhỏ hơn p và p là số nguyên tố).

Do đó điều giả sử là sai, tức là cả hai số ac + bd và ad + bc không đồng thời chia hết cho p. (2)

Từ (1) và (2) suy ra chỉ có một trong hai số ac + bd hoặc ad + bc chia hết cho p.

Nhận xét. Để chứng minh chỉ có một trong hai số x, y chia hết cho số nguyên tố p, ta thường chứng minh hai ý sau:

✻ Có ít nhất một số chia hết cho p (thông qua việc chứng minh tích xy ⋮ p).

✻ Cả hai số không thể cùng chia hết cho p (thông qua xét tổng x + y kết hợp phép phản chứng).

Các bạn sau có bài giải tốt, trình bày rõ ràng: *Nguyễn Thị Quỳnh Chi*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong; *Nguyễn Minh Hiển*, 9A1, THCS Nguyễn Đăng Đạo, TP. Bắc Ninh; *Nguyễn Minh Ngọc*, 9A, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình, **Bắc Ninh**; *Lê Duy Anh*, *Cao Kỳ Anh*, *Đinh Mai Chi*, *Trịnh Hoàng Hải*, *Dương Hồng Lân*, *Trần Hằng Linh*, *Đỗ Hoàng Nhật Nam*, *Dương Hồng Sơn*, *Nguyễn Quang Thái*, *Nguyễn Lương Uy*, 8C1, THCS Archimedes Academy, **Hà Nội**; *Phan Anh Đức*, *Dương Đức Huy*, *Nguyễn Quang Minh*, *Trần Đào Tuấn Vũ*, 8A, *Trần Ngọc Khiêm*, 9B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Hồng Thanh Lâm*, 9E, *Nguyễn Trung Luân*, 9D, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Nguyễn Thiên Phúc Anh*, *Lê Thanh Nguyên*, *Nguyễn Thanh Nguyên*, 9B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Nguyễn Ngọc Anh*, *Nguyễn Trung Dũng*, *Vũ*

Minh Đức, *Nguyễn Thị Trà Giang*, *Đỗ Ngọc Tiến*, 6A3, *Trần Thị Yến Khanh*, 8A3, *Nguyễn Công Hùng*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Nguyễn Bá Hoàng*, 8E, *Lương Tùng Lâm*, *Trần Hoàng Ngọc Minh*, 9H, *Trương Ngọc Tâm*, 9D, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Nguyễn Anh Thư*, 6A3, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Nguyễn Trọng Tâm*, 9D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Tạ Kim Nam Tuấn*, 7A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**.

VÕ QUỐC BÁ CẨN

Bài 6(187). Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^4 + y^2 + 11 = 6x^2 + 4y \\ x^2y + x^2 = 16. \end{cases}$$

Lời giải. Hệ phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{cases} (x^4 - 6x^2 + 9) + (y^2 - 4y + 4) = 2 \\ x^2(y + 1) = 16 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x^2 - 3)^2 + (y - 2)^2 = 2 \\ x^2(y + 1) = 16. \end{cases}$$

Đặt $a = x^2 - 3$, $b = y - 2$ $(a \ge -3)$.

Ta được hệ phương trình

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 2 \\ (a + 3)(b + 3) = 16. \ (1) \end{cases}$$

$\Rightarrow 2 + 16.2 = a^2 + b^2 + 2(ab + 3(a + b) + 9)$

$\Leftrightarrow (a + b + 3)^2 = 25 = (\pm 5)^2$.

• TH1. $a + b + 3 = 5 \Rightarrow a + b = 2$, kết hợp với (1) ta có

$16 = ab + 3(a + b) + 9 = ab + 6 + 9$

$\Rightarrow ab = 1 \Rightarrow (a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 0$

$\Rightarrow a = b = 1$. (loại $a = b = -1$ do $a + b = 2$).

Suy ra $x = \pm 2$ và $y = 3$.

• TH2. $a + b + 3 = -5 \Rightarrow a + b = -8$, kết hợp với (1) ta có

$16 = ab + 3(a + b) + 9 = ab - 24 + 9$

$\Rightarrow ab = 31$

$\Rightarrow (a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = -60 < 0$ (loại).

Vậy hệ phương trình có nghiệm

$(x; y) = (-2; 3), (2; 3)$.

Nhận xét. Hệ phương trình trên thuộc phần "Ứng dụng phân tích đa thức thành nhân tử" trong giải hệ phương trình. Cách giải trên ngắn gọn nhờ đặt ẩn phụ a, b phù hợp. Các bạn sau có lời giải tốt: *Tạ Kim Nam Tuấn*, 7A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Trần Thị Yến Khanh*, 8A3, THCS Lâm Thao; Lâm Thao, *Nguyễn Bá Hoàng*, *Hà Như Nguyệt*, 8E, *Lương Minh Hiếu*, *Hán Vũ Long*, *Trần Anh Vũ*, 8C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Cao Kỳ Anh*, *Đinh Mai Chi*, *Trần Hằng Linh*, *Phạm Khôi Nguyên*, *Dương Hồng Sơn*, *Nguyễn Lương Uy*, 8C1, THCS Archimedes Academy, **Hà Nội**; *Nguyễn Tuấn Dương*, 8C5, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Lê Đức Chính*, 8B, THCS Nhữ Bá Sỹ, Thị trấn Bút Sơn, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Lê Thùy Dung*, 8A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Thị trấn Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Trung Luân*, 9D, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

NGUYỄN MINH ĐỨC

Bài 7(187). Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn điều kiện abc = 1. Chứng minh rằng $\dfrac{a}{a^3 + a + 1} + \dfrac{b}{b^3 + b + 1} + \dfrac{c}{c^3 + c + 1} \le 1$.

Lời giải. Với mọi số thực dương x, ta có

$x^3 + 1 + x = (x + 1)(x^2 + 1 - x) + x$

$\ge (x + 1)(2x - x) + x = x^2 + 2x$.

Do đó $\dfrac{x}{x^3 + x + 1} \le \dfrac{x}{x^2 + 2x} = \dfrac{1}{x + 2}$.

Đẳng thức xảy ra khi x = 1.

Suy ra

$$\frac{a}{a^3 + a + 1} + \frac{b}{b^3 + b + 1} + \frac{c}{c^3 + c + 1} \le \frac{1}{a + 2} + \frac{1}{b + 2} + \frac{1}{c + 2}.$$

Ta sẽ chứng minh bất đẳng thức

$$\frac{1}{a + 2} + \frac{1}{b + 2} + \frac{1}{c + 2} \le 1. \ (1)$$

Bất đẳng thức (1) tương đương với

$(a + 2)(b + 2) + (b + 2)(c + 2) + (c + 2)(a + 2)$

$\le (a + 2)(b + 2)(c + 2)$

$\Leftrightarrow 3 \le ab + bc + ca$.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có $ab+bc+ca \ge 3\sqrt[3]{ab.bc.ca} = 3$.

Vậy bất đẳng thức (1) đúng. Suy ra đpcm.

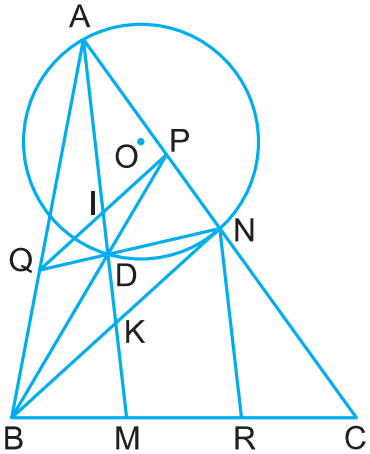
Đẳng thức xảy ra khi $a = b = c = 1$.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng và ngắn gọn: *Cao Kỳ Anh*, *Đinh Mai Chi*, *Dương Hồng Lân*, *Nguyễn Hoàng Minh Đức*, 8C1, THCS Archimedes Academy, **Hà Nội**; *Lê Văn Mạnh*, *Lê Văn Quang Trung*, 9B, *Nguyễn Văn Hoàng Minh*, 9D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Trần Thiên Ngân*, 8A, THCS Cao Xuân Huy, Diễn Châu, **Nghệ An**; *Phan Thành Tín*, 9C, THCS Nam Hồng, Hồng Lĩnh; *Trần Ngọc Khiêm*, 9B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Lê Đức Anh*, 9D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hoá, **Thanh Hoá**; *Nguyễn Thị Quỳnh Chi*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Anh Thư*, 6A3, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Trần Thị Yến Khanh*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Nguyễn Bá Hoàng*, 8E, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**.

CAO VĂN DŨNG

Bài 8(187). Cho tam giác ABC và N là trung điểm của cạnh AC. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho MC = 2MB. Vẽ đường tròn (O) đi qua A và tiếp xúc với NB tại N. Gọi D là giao điểm của tia AM với đường tròn (O). Tia BD cắt đoạn thẳng AN tại P, tia ND cắt đoạn thẳng AB tại Q. Gọi I là giao điểm của các đoạn thẳng AD và PQ. Chứng minh rằng IP = IQ.

Lời giải.



Gọi R là trung điểm của MC, K là giao điểm của AM và BN.

Vì MC = 2MB nên MB = MR = RC và M, R lần lượt là trung điểm của BR, MC.

Suy ra NR là đường trung bình của ΔAMC

$\Rightarrow$ NR // KM.

Trong ΔBNR có KM // NR và M là trung điểm của BR, suy ra K là trung điểm của BN.

Do đó KN = KB.

Ta có $\widehat{DNK} = \frac{1}{2}$ sđ $\overset{\frown}{DN} = \widehat{DAN}$.

Suy ra $\Delta DNK \backsim \Delta NAK$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{KN}{KA} = \frac{KD}{KN} \Leftrightarrow KN^2 = KD.KA$.

Do đó $KB^2 = KN^2 = KD.KA$.

Suy ra $\frac{KB}{KD} = \frac{KA}{KB} \Rightarrow \Delta KBA \backsim \Delta KDB$ (c.g.c)

$\Rightarrow \widehat{ABK} = \widehat{BDK}$. (1)

Ta lại có $\Delta DNK \backsim \Delta NAK \Rightarrow \widehat{NDK} = \widehat{ANK}$. (2)

Từ (1), (2) suy ra

$\widehat{BDK} + \widehat{NDK} = \widehat{ABK} + \widehat{ANK} = 180^o - \widehat{PAQ}$

$\Rightarrow \widehat{QDP} = \widehat{BDN} = 180^o - \widehat{PAQ}$.

Suy ra tứ giác APDQ nội tiếp một đường tròn

$\Rightarrow \widehat{ABK} = \widehat{BDK} = \widehat{ADP} = \widehat{AQP}$.

Mà $\widehat{ABK}$ và $\widehat{AQP}$ là hai góc ở vị trí đồng vị nên PQ // BN.

Áp dụng định lí Thales vào các tam giác ABK và ANK ta được $\frac{IQ}{KB} = \frac{AI}{AK} = \frac{IP}{KN}$.

Suy ra IP = IQ (do KB = KN).

Nhận xét. Đa số các bạn giải bài theo cách trên nhưng một số bạn trình bày còn chưa gọn. Các bạn sau có lời giải tốt: *Nguyễn Công Hùng*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Thanh Nguyên*, *Nguyễn Huy Hoàng*, *Lê Văn Mạnh*, *Nguyễn Thiên Phúc Anh*, *Lê Hải Phong*, *Nguyễn Đức Bảo Hoàng*, *Lê Văn Quang Trung*, *Lê Quang Huy*, 9B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Nguyễn Ngọc Phước*, 9G, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Lê Đức Anh*, *Nguyễn Trọng Tâm*, 9D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Minh Hiển*, 9D, THCS Nguyễn Đăng Đạo, TP. Bắc Ninh; *Nguyễn Tất Đạt*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**.

TRẦN QUANG HÙNG

THÁCH ĐẤU

TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM NĂM MƯƠI TÁM

Người thách đấu: *Lê Viết Ân*, Phú Thượng, Phú Vang, **Thừa Thiên - Huế**.

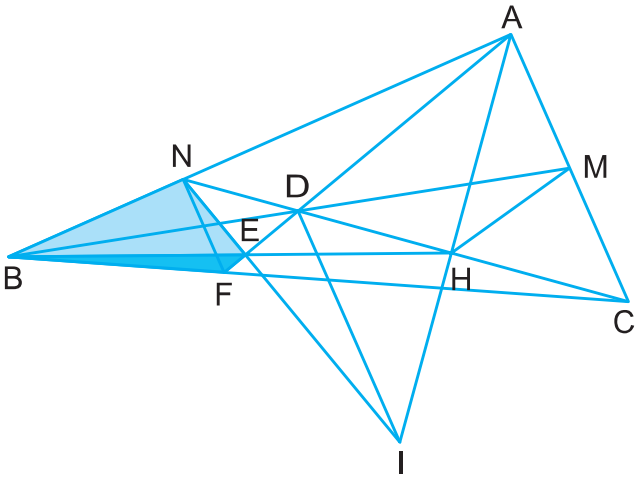
Bài toán thách đấu: Cho tứ giác lồi ABCD có $\widehat{ABC} = \widehat{CDA} = 90^\circ$. Gọi M là trung điểm của BD. Giả sử đường tròn (S) đi qua M và tiếp xúc với AC tại A. Đường tròn (T) đi qua M và tiếp xúc với AC tại C (biết rằng hai đường tròn (S) và (T) không tiếp xúc với nhau). Chứng minh các giao điểm của (S) và (T) cùng nằm trên đường trung trực của BD.

Thời hạn: Trước ngày 08.01.2019 theo dấu bưu điện.

Kết quả TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM NĂM MƯƠI SÁU (TTT2 số 187)

Đề bài. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường trung tuyến BM. Lấy điểm N nằm giữa A và B. Kẻ $AH \perp CN$ tại H. Gọi D là giao điểm của BM và CN. Gọi E là giao điểm của AD và BH. Tính số đo góc NEA.

Lời giải.



Gọi F là giao điểm của AD và BC; I là giao điểm của AH và NE.

Áp dụng định lí Ceva với tam giác ABC và chú ý rằng $MC = MA$, ta có

$$1 = \frac{NA}{NB}.\frac{FB}{FC}.\frac{MC}{MA} = \frac{NA}{NB}.\frac{FB}{FC}.1.$$

Do đó $\frac{AN}{BN} = \frac{CF}{BF}$. (1)

Theo định lí Thales đảo thì $NF // AC$.

Từ (1) và theo tính chất của tỉ lệ thức ta có

$$\frac{AN}{AB} = \frac{AN}{AN+BN} = \frac{CF}{CF+BF} = \frac{CF}{CB}. \quad (2)$$

Áp dụng định lí Menelaus cho các tam giác BEN và BEF, ta có

$$\frac{IE}{IN}.\frac{AN}{AB}.\frac{HB}{HE} = 1 = \frac{DE}{DF}.\frac{CF}{CB}.\frac{HB}{HE}. \quad (3)$$

Từ (2) và (3) suy ra $\frac{IE}{IN} = \frac{DE}{DF}$.

Do đó, lại theo định lí Thales đảo, $NF // ID$. (4)

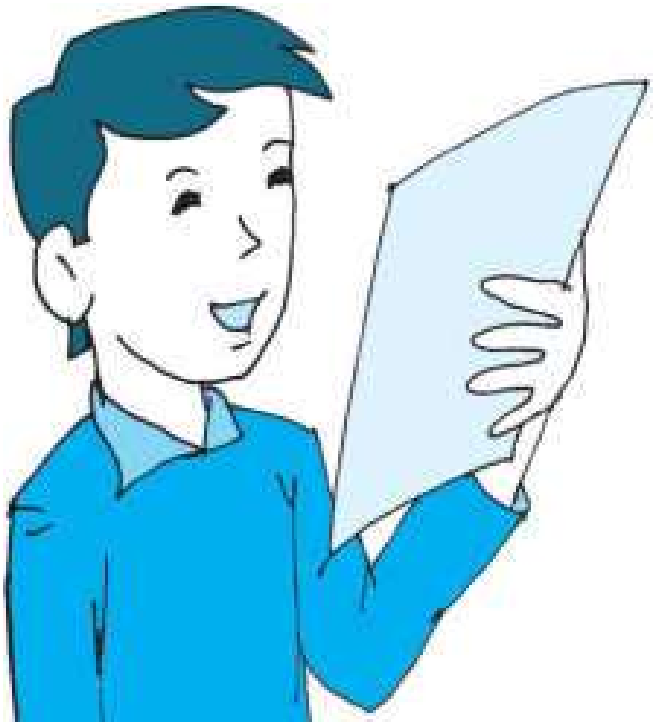
Từ (2) và (4) và chú ý rằng $AC \perp AN$, suy ra $ID \perp AN$.

Kết hợp với $ND \perp AI$, suy ra $AD \perp NI$.

Vậy $\widehat{NEA} = 90^\circ$.

Nhận xét. Đăng quang trong trận đấu này là võ sĩ *Nguyễn Tất Đạt*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**.

NGUYỄN MINH HÀ



ĐƯA KHÓ VỀ DỄ, ĐƯA LẠ VỀ QUEN TRONG CHỨNG MINH HÌNH HỌC

NGND. VŨ HỮU BÌNH

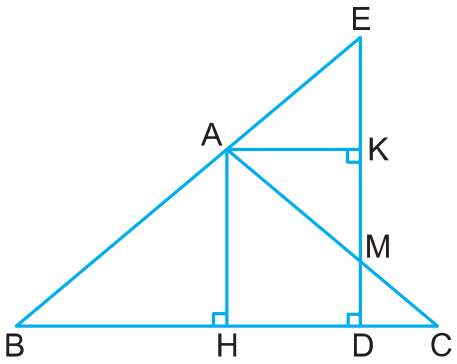
Chứng minh hình học tựa như "bắc chiếc cầu" nối từ giả thiết đến kết luận của bài toán. Tuy nhiên việc này không dễ dàng, đôi khi ta không biết bắt đầu từ đâu và định hướng chứng minh như thế nào. "Đưa khó về dễ, đưa lạ về quen" là một phương châm luôn cần thường xuyên áp dụng.

Đưa trường hợp lạ về quen
Giúp bài toán khó trở nên dễ dàng
Đổi thay cách nghĩ, cách làm
Vượt qua thử thách, ta càng lớn lên.

Sau đây là các phương pháp giúp ta đưa một bài toán từ lạ về quen.

1. Xét trường hợp đặc biệt để định hướng chứng minh

Bài toán 1. Cho tam giác ABC cân tại A, điểm M di chuyển trên cạnh AC. Qua M kẻ đường thẳng vuông góc với BC, đường thẳng này cắt BC và tia đối của tia AB lần lượt tại D và E. Chứng minh rằng tổng DM + DE có giá trị không đổi.



• **Phân tích.** *Để dự đoán giá trị của tổng DM + DE, ta xét vị trí đặc biệt của điểm M, khi M ≡ A thì E ≡ A, D ≡ H (H là hình chiếu vuông góc của A trên BC).*

Như vậy DM + DE = HA + HA = 2AH.

Lời giải. Kẻ AH ⊥ BC (H ∈ BC).

Suy ra ED // AH, do đó ta có

$\widehat{AEK} = \widehat{BAH}$ (hai góc đồng vị) (1)

$\widehat{AMK} = \widehat{CAH}$ (hai góc so le trong). (2)

Mà $\widehat{BAH} = \widehat{CAH}$. (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $\widehat{AMK} = \widehat{AEK}$.

Suy ra ΔAEM cân tại A.

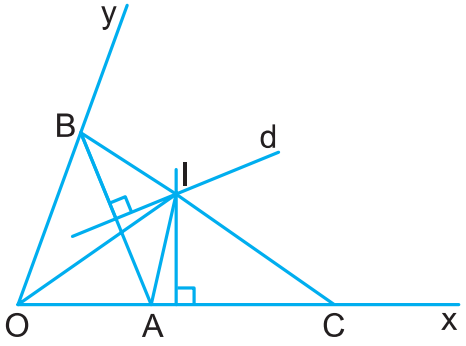
Kẻ AK ⊥ ME (K ∈ ME) ⇒ MK = KE.

Ta có tứ giác AHDK là hình chữ nhật nên AH = DK.

Do đó DM + DE = (DK − MK) + (DK + KE) = 2DK = 2AH.

Vậy tổng DM + DE = 2AH có giá trị không đổi khi M di chuyển trên đoạn thẳng AC.

Bài toán 2. Cho góc xOy khác góc bẹt, các điểm A và B theo thứ tự chuyển động trên các tia Ox và Oy sao cho OA + OB = a (không đổi). Chứng minh rằng đường trung trực d của AB luôn đi qua một điểm cố định.



• **Phân tích.** *Điều khó khăn của bài toán là ta chưa biết điểm cố định là điểm nào. Xét vị trí đặc biệt của điểm B là B ≡ O, gọi C ∈ Ox sao cho OC = a, khi đó A ≡ C. Khi điểm B không trùng điểm O, đường trung trực của OC cắt đường trung trực của AB ở I, ta sẽ chứng minh I là điểm cố định.*

Lời giải. Gọi C là điểm trên tia Ox sao cho OC = a, khi đó C là điểm cố định.

Đường trung trực của đoạn thẳng OC cắt đường trung trực của AB ở I.

Ta có AC = a – OA = OB, IO = IC, IB = IA.

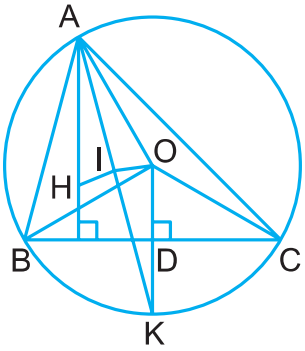
Suy ra $\Delta IBO = \Delta IAC$ (c.c.c)

$\Rightarrow \widehat{BOI} = \widehat{ACI} = \widehat{IOC}$.

Vậy đường trung trực của đoạn thẳng AB đi qua điểm cố định I, trong đó I là giao điểm của đường trung trực đoạn thẳng OC với tia phân giác của $\widehat{xOy}$.

2. Đưa bài toán đang giải về bài toán quen thuộc

Bài toán 3. Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O), $\widehat{A} = 60^o$. Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp và H là trực tâm của tam giác ABC. Chứng minh rằng IH = IO.



• **Phân tích.** Ta sẽ chứng minh $\Delta HAI = \Delta OAI$.

Ta cần chứng minh HA = OA.

Ta nhớ lại bài toán quen thuộc sau:

Trong tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O), H là trực tâm của ΔABC. Khi đó độ dài đoạn AH gấp đôi khoảng cách từ O đến BC.

Bạn đọc tự chứng minh bài toán trên.

Dựa vào kết quả bài toán quen thuộc vừa nêu, ta có lời giải cho bài toán ban đầu.

Lời giải. Gọi K là giao điểm của AI và đường tròn (O).

Ta có $\overset{\frown}{KB} = \overset{\frown}{KC}$ nên OK ⊥ BC.

Ta lại có AH ⊥ BC nên

OK // AH $\Rightarrow \widehat{HAK} = \widehat{AKO} = \widehat{KAO}$. (1)

Gọi D là giao điểm của OK và BC.

Vì $\widehat{BAC} = 60^o$ nên $\widehat{BOC} = 120^o$.

Suy ra $\widehat{COD} = 60^o \Rightarrow$ OC = 2OD.

Theo kết quả của bài toán nêu trên, ta có

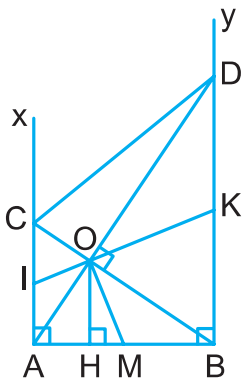
AH = 2OD = OC = OA. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\Delta HAI = \Delta OAI$ (c.g.c).

Suy ra IH = IO.

3. Đưa bài toán đang giải về nhiều bài toán nhỏ

Bài toán 4. Cho đoạn thẳng AB = a. Vẽ về một phía của AB các tia Ax, By vuông góc với AB. Điểm C di chuyển trên tia Ax, điểm D di chuyển trên tia By sao cho BC vuông góc với AD tại O. Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng diện tích hai tam giác AOC và BOD.



• **Phân tích.** Đặt $S_{AOC} = S_1$, $S_{BOD} = S_2$. Ta nghĩ đến biểu thị $S_1 + S_2 = \frac{1}{2}AC.h_1 + \frac{1}{2}BD.h_2$.

(h_1, h_2 lần lượt là độ dài đường cao kẻ từ O tới AC và BD).

Tuy nhiên hướng đi này gặp bế tắc.

Từ đó ta nghĩ tới việc tìm liên hệ giữa S_1, S_2 với các diện tích của hình khác.

Đặt $S_{AOB} = S_3$, $S_{COD} = S_4$, $S_{ABDC} = S$.

Ta thấy $S_3 = S_4$ nên $S_1 + S_2 = S - 2S_3$, khi đó ta dự đoán rằng bài toán xảy ra đồng thời S đạt giá trị nhỏ nhất và S_3 đạt giá trị lớn nhất.

Ta giải hai bài toán nhỏ sau:

Bài 1. Tìm giá trị lớn nhất của S_3.

Bài 2. Tìm giá trị nhỏ nhất của S.

Lời giải. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên AB, M là trung điểm của AB.

(*Xem tiếp trang 11*)



LỜI GIẢI CÓ ĐÚNG KHÔNG?

HUỲNH THANH TÂM
Bưu điện An Nhơn, Bình Định

Bài toán. Cho x và y là hai số dương thay đổi thỏa mãn $x+\frac{1}{y}\le 1$. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M=\frac{4}{x}+y$.

Lời giải. Từ giả thiết, áp dụng bất đẳng thức AM - GM cho hai số dương ta có

$$1\ge x+\frac{1}{y}\ge 2\sqrt{x.\frac{1}{y}}\Rightarrow 1\ge 2\sqrt{\frac{x}{y}}. \quad (1)$$

$$M=\frac{4}{x}+y\ge 2\sqrt{\frac{4}{x}.y}=4\sqrt{\frac{y}{x}}. \quad (2)$$

Nhân vế theo vế của hai bất đẳng thức cùng chiều (1) và (2) (vì cả hai vế đều dương) ta được $M\ge 8$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của M là 8.

Theo bạn, lời giải trên đã đúng chưa?

Kết quả **(TTT2 số 187)**

LỜI GIẢI CHÍNH XÁC CHƯA?

Điểm không chính xác của lời giải bài toán đã cho trong kì trước là: Xác định sai điểm A, điểm B và chưa tìm điều kiện để ba điểm A, B, O trở thành ba đỉnh của tam giác.

Sau đây là lời giải chính xác của bài toán.

✻ Với $x=0$ thì $y=m-2$.

✻ Với $y=0$ thì $x=(m-2)(m-1)^2$.

Do đó đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng cắt trục Oy tại B(0; m – 2) và cắt trục Ox tại A((m – 2)(m – 1)^2; 0).

Ba điểm O, A, B tạo thành một tam giác khi và chỉ khi A và B không trùng với điểm O.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m-2\ne 0\\(m-2)(m-1)^2\ne 0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m\ne 2\\m\ne 1.\end{cases}$$

Vì tam giác OAB vuông tại O nên tam giác OAB là tam giác vuông cân khi và chỉ khi OA = OB.

$$OA=OB\Leftrightarrow |m-2|(m-1)^2=|m-2|.$$

$$\Leftrightarrow |m-2|\left[1-(m-1)^2\right]=0.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m-2=0\\(m-1)^2=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\\m-1=1\\m-1=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\\m=0.\end{array}\right.$$

Đối chiếu với điều kiện $m\ne 1, m\ne 2$, ta được $m=0$.

Vậy $m=0$ thỏa mãn điều kiện đề bài.

Nhận xét. Đây là bài toán không khó, tuy nhiên vẫn có học sinh không để ý xét trường hợp ít nhất một trong hai điểm A; B có thể trùng với điểm O, khi đó tam giác OAB suy biến thành một đoạn thẳng hoặc thành một điểm, tùy theo giá trị của tham số m. Các bạn phát hiện tốt và đã sửa lỗi sai, được thưởng là: *Nguyễn Ngân Giang,* 9A, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Duy Khánh*, 7G, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.

VI MẠNH TƯỜNG

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ I MÔN TOÁN LỚP 6

TRƯỜNG TRUNG HỌC CƠ SỞ TRƯNG VƯƠNG, QUẬN HOÀN KIẾM, HÀ NỘI

Năm học 2017 - 2018

Thời gian làm bài: 90 phút

I. TRẮC NGHIỆM (2 điểm)

Bài 1. *(1 điểm)*

Khoanh vào chữ cái đứng trước đáp án đúng trong mỗi câu sau:

a) Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $|x| < 4$?

A. 3 B. 4 C. 7 D. 9

b) Để số $\overline{12a}$ là số nguyên tố thì chữ số a bằng bao nhiêu?

A. 1 B. 3 C. 5 D. 7

Bài 2. *(1 điểm)* Mỗi mệnh đề sau đúng hay sai? Hãy điền dấu "X" vào ô thích hợp.

STT	MỆNH ĐỀ	ĐÚNG	SAI
1	Nếu M là trung điểm của đoạn thẳng AB thì hai tia MA và MB đối nhau.		
2	Trong hai số nguyên cho trước, số nào có giá trị tuyệt đối lớn hơn thì số đó lớn hơn.		
3	Nếu điểm N nằm trên đoạn thẳng IK và IN = 3 cm; NK = 6 cm thì IK = 3 cm.		
4	Nếu $(a+b) \vdots m$ thì $a \vdots m$ và $b \vdots m$.		

II. TỰ LUẬN (8 điểm)

Bài 3. *(1,5 điểm)*

Thực hiện phép tính (*tính hợp lí nếu có thể*)

a) $36 : 2^2 + 45.273^0 - 5^8 : 5^6$; b) $(25.73 - 25.47 - 25^2) : 5$; c) $(|-135| + |265|) - |-83|$.

Bài 4. *(2,5 điểm)*

1) Tìm $x \in \mathbb{N}$, biết a) $3.[28 - (x+4)] = 45$; b) $x + 12 \vdots x + 3$.

2) Tìm $x \in \mathbb{Z}$, biết $52 - 8|x| = 2^2.7$.

Bài 5. *(1,5 điểm)*

Người ta chia 218 quyển vở, 147 quyển sách và 105 cái khăn quàng thành các phần thưởng như nhau. Nhưng sau khi chia xong còn thừa 18 quyển vở, 7 quyển sách, 5 khăn quàng không đủ để chia đều. Hỏi có thể chia được nhiều nhất bao nhiêu phần thưởng?

Bài 6. *(2 điểm)*

Cho hai tia Mx và My đối nhau. Trên tia Mx lấy điểm H; trên tia My lấy điểm K sao cho MH = 3 cm; MK = 5 cm.

a) Tính độ dài đoạn thẳng HK.

b) Trên tia Mx lấy điểm G sao cho MG = 6 cm.

Chứng minh rằng H là trung điểm của đoạn thẳng MG.

c) Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng HK. Tính độ dài đoạn thẳng IG.

Bài 7. *(0,5 điểm)*

Cho biểu thức: $A = 1 + 4 + 4^2 + 4^3 + ... + 4^{58} + 4^{59}$. Chứng minh A chia hết cho 119.

Bài 8. *(điểm thưởng)*

Cho đẳng thức sau: $\square \times \square = \square\square + \square$

Ở đó trong mỗi ô vuông là một chữ số khác nhau và năm chữ số trong năm ô vuông đồng thời cũng là năm chữ số liên tiếp. Hãy tìm một phương án điền năm chữ số phù hợp.

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ I MÔN TOÁN LỚP 7

TRƯỜNG TRUNG HỌC CƠ SỞ TRƯNG VƯƠNG, QUẬN HOÀN KIẾM, HÀ NỘI

Năm học 2017 - 2018

Thời gian làm bài: 90 phút

I. TRẮC NGHIỆM (2,5 điểm)

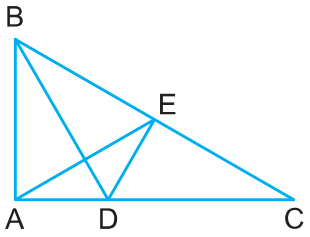
Bài 1. *(1 điểm)* Các mệnh đề sau đúng hai sai? Điền dấu "X" vào ô thích hợp

STT	Các khẳng định	ĐÚNG	SAI
1	$0,123 < 0,(123)$.		
2	Nếu $\|x\| = \|y\|$ thì $x = y$ hoặc $x = -y$.		
3	Mỗi góc ngoài của một tam giác bằng tổng hai góc trong của tam giác đó.		
4	Nếu một góc nhọn và cạnh huyền của tam giác vuông này lần lượt bằng một góc nhọn và cạnh huyền của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.		

Bài 2. *(1,5 điểm)* Điền kết quả đúng vào "..."

1) Biết hai đại lượng x và y tỉ lệ thuận với nhau và khi $x = -6$ thì $y = 24$. Hệ số tỉ lệ của y đối với x là: ...

2) Cho ΔABC có $\widehat{BAC} = 90^o$, $\widehat{ABC} = 60^o$, BD là phân giác của $\widehat{ABC}$ $(D \in AC)$. Trên tia BC lấy điểm E sao cho BE = BA. Khi đó, ta chứng minh được các kết quả sau:



a) Số đo của $\widehat{ADB} = ...^o$

b) $\Delta ABD = \Delta....$

c) DE vuông góc với ....

d) BD là đường trung trực của đoạn thẳng ....

II. TỰ LUẬN (7,5 điểm)

Bài 3. *(1 điểm)* Tính hợp lí (nếu có thể).

a) $A = 20\frac{2}{3} : \frac{5}{6} - 35\frac{2}{3} : \frac{5}{6} - \left|-\frac{3}{4}\right|$;

b) $B = \frac{4}{5} - \frac{9}{5}.\left(\frac{-1}{3}\right)^2 + \sqrt{\frac{4}{25}}$.

Bài 4. *(1 điểm)* Tìm x biết:

$\frac{3}{8} + \frac{1}{8} : (2x - 1) = \frac{3}{4}$;

b) $\frac{x+1}{x-2} = \frac{2}{5}$ (với $x \neq 2$).

Bài 5. *(1,5 điểm)* Ba tổ sản xuất làm ba khối lượng công việc như nhau, và năng suất lao động của tất cả các công nhân là như nhau. Biết rằng tổ I hoàn thành công việc trong 4 ngày, tổ II hoàn thành công việc trong 5 ngày, tổ III hoàn thành công việc trong 6 ngày, đồng thời tổ I và tổ III có tổng cộng 50 công nhân. Hỏi mỗi tổ có bao nhiêu công nhân?

Bài 6. *(3,5 điểm)* Cho tam giác ABC nhọn (AB < AC). Trên nửa mặt phẳng bờ BC không chứa điểm A vẽ tia Cx song song với AB. Trên tia Cx lấy điểm D sao cho CD = AB.

a) Chứng minh $\Delta ABC = \Delta DCB$;

b) Chứng minh AC song song với BD;

c) Từ A kẻ AH vuông góc với BC $(H \in BC)$, từ D kẻ DK vuông góc với BC $(K \in BC)$. Chứng minh $AH = DK$;

d) Gọi I là trung điểm của BC. Chứng minh I là trung điểm của AD.

Bài 7. *(0,5 điểm)* Cho 4 số thực a, b, c, d khác 0 thỏa mãn $a+b+c+d \neq 0$ và

$$\frac{2a+b+c+d}{a} = \frac{a+2b+c+d}{b} = \frac{a+b+2c+d}{c} = \frac{a+b+c+2d}{d}.$$

Tính giá trị của biểu thức $M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c}$.

Bài 8. *(điểm thưởng)* Cho biểu thức: $A = \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + ... + \sqrt{20 + \sqrt{20}}}}}$ (2017 dấu căn bậc hai).

Chứng minh $A < 5$.

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 8, QUẬN 1, TP. HỒ CHÍ MINH

Năm học 2017-2018

Môn thi: Toán *(Đề đăng trên TTT2 số 187)*

Bài 1. a) Phương trình đã cho tương đương với

$$\frac{4x^2+16}{x^2+6}-3=\frac{3}{x^2+1}-1+\frac{5}{x^2+3}-1+\frac{7}{x^2+5}-1.$$

$$\Leftrightarrow (2-x^2)\left(\frac{1}{x^2+6}+\frac{1}{x^2+1}+\frac{1}{x^2+3}+\frac{1}{x^2+5}\right)=0.$$

$\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2}$.

b) Phương trình đã cho tương đương với

$(x^2-2x+2)^2=3x-2$.

$\Leftrightarrow (x^2-2x+2)^2-x^2=-x^2+3x-2$.

$\Leftrightarrow (x^2-x+2)(x^2-3x+2)+(x^2-3x+2)=0$.

$\Leftrightarrow x=1$ hoặc $x=2$.

c) ĐKXĐ $x\neq -2$, $x\neq -3$, $x\neq \frac{-7}{4}$.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\frac{x+2+1}{(x+2)(x+3)}+\frac{1}{(4x+7)(x+2)}=\frac{2}{5}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4(x+2)}{(4x+7)(x+2)}=\frac{2}{5}\Rightarrow 4x+7=10\Leftrightarrow x=\frac{3}{4}.$$

Bài 2. a) Ta có $abc=\left(xy+\frac{1}{xy}+\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)\left(xy+\frac{1}{xy}\right)$

$$=\left(xy+\frac{1}{xy}\right)^2+x^2+\frac{1}{x^2}+y^2+\frac{1}{y^2}$$

$$=\left(xy+\frac{1}{xy}\right)^2+\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+\left(y+\frac{1}{y}\right)^2-4$$

$=c^2+a^2+b^2-4$. Suy ra $a^2+b^2+c^2-abc=4$.

b) Ta có $(2n+1)^2=4n(n+1)+1$. Do đó số chính phương lẻ chia 8 dư 1. (1)

Mà $abc=123^{345}$ là số lẻ nên a, b, c là số lẻ.

Từ đó a^{30}, b^4, c^{2018} là các số chính phương lẻ.

Theo (1) ta có số dư của phép chia tổng $a^{30}+b^4+c^{2018}$ cho 8 dư 3.

Bài 3. a) Vì cạnh hình vuông xếp từ những que diêm đó là số tự nhiên nên chu vi hình vuông (nếu xếp được) có số đo là số chia hết cho 4.

Tổng độ dài 28 que là $1+2+3+...+28=406$ (cm). Số 406 không chia hết cho 4.

Do vậy không thể xếp hình vuông theo yêu cầu.

b) Gọi thời gian ô tô thứ nhất đi cả quãng đường là x (giờ), với $x>5$. Trong 1 giờ:

Ô tô thứ nhất đi được $\frac{1}{x}$ quãng đường AB.

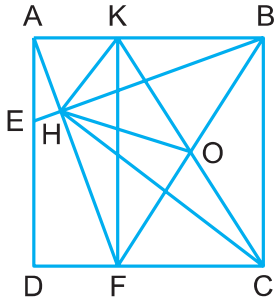
Ô tô thứ hai đi được $\frac{2}{3x}$ quãng đường AB.

Cả hai ô tô đi được $\frac{1}{5}$ quãng đường AB.

Theo bài ra ta có $\frac{1}{x}+\frac{2}{3x}=\frac{1}{5}\Leftrightarrow x=\frac{25}{3}$. (thỏa mãn $x>5$)

Từ đó tìm được thời gian của mỗi ô tô đi cả quãng đường AB.

Bài 4.



Ta có $\Delta DAF=\Delta ABE$ (g.c.g) $\Rightarrow DF=AE$.

Từ đó $DF=AK$ $(=AE)$.

Vì $AK+BK=DF+CF$ nên $BK=CF$.

Ta có $BK=CF$, $BK\ //\ CF$, $\widehat{KBC}=90^o$ nên tứ giác BCFK là hình chữ nhật.

Gọi O là giao điểm của BF và CK.

Ta có ΔHBF vuông tại H, HO là trung tuyến, do đó $HO=\frac{BF}{2}=\frac{CK}{2}$.

Vì ΔHKC có HO là trung tuyến, $HO=\frac{CK}{2}$, nên ΔHKC vuông tại H.

Từ đó suy ra $\widehat{BHK}=\widehat{CHF}$.

Bài 5. *(Bạn đọc tự vẽ hình)*

Ta có $AB\ //\ CD$, $OE\ //\ CD$ suy ra $AB\ //\ OE$.

ΔABD có $OE\ //\ AB$ nên $\frac{OE}{AB}=\frac{DE}{AD}$.

ΔACD có $OE\ //\ CD$ nên $\frac{OE}{CD}=\frac{AE}{AD}$.

$$\Rightarrow \frac{OE}{AB}+\frac{OE}{CD}=\frac{DE}{AD}+\frac{AE}{AD}=1\Rightarrow \frac{1}{AB}+\frac{1}{CD}=\frac{1}{OE}.$$

Ta có $\frac{1}{AB^2}-\frac{1}{CD^2}=\left(\frac{1}{AB}+\frac{1}{CD}\right)^2-4.\frac{1}{AB}.\frac{1}{CD}$

$=\frac{1}{OE^2}-\frac{1}{OE^2}=0$. (vì $AB.CD=4OE^2$)

Từ đó $AB=CD$.

Vậy tứ giác ABCD là hình bình hành.





Ô chữ

LỄ GIÁNG SINH



NGUYỄN THỊ KIM OANH
GV. TH Hộ Độ, Lộc Hà, Hà Tĩnh

Các bạn ơi! Ngày Giáng sinh sắp đến rồi. Trong kì này chúng ta cùng tìm và lật mở những ô chữ liên quan đến chủ đề Giáng sinh nhé! Các phần quà đang chờ các bạn đó.





					C							
					H							
					R							
					I							
					S							
					T							
					M							
					A							
					S							

Kết quả Ô chữ ANIMAL (TTT2 số 187)

Tên các con vật đang "ẩn trốn" trong ô chữ đã cho là

✻ CHICKEN	Con gà
✻ KANGAROO	Con chuột túi
✻ DOG	Con chó
✻ BEAR	Con gấu
✻ HAMSTER	Con chuột đồng
✻ ANT	Con kiến
✻ BUFFALO	Con trâu
✻ SQUIRREL	Con sóc
✻ CAT	Con mèo
✻ DEER	Con nai

Nhận xét. Các bạn sau được nhận quà vì vừa tìm đủ tên các con vật vừa trình bày sạch đẹp: *Nguyễn Minh Triết,* 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Văn Thành Đạt*, 6D, *Phạm Viết Thịnh*, 7C, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Vũ Thanh Ngân*, 7A, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, **Nam Định**; *Trần Thị Đan Lê*, 7C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

Các bạn sau được khen: *Nghiêm Văn Huy*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Vương Trần Huệ Minh*, 8D, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Võ Thị Minh Huyền*, 6A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

NGUYỄN MINH THU

ĐỀ THI CÂU LẠC BỘ TTT

NGUYỄN ĐỨC TẤN

Kì 21

CLB1. Calculate

$$M=\left(1+\frac{7}{9}\right)\left(1+\frac{7}{20}\right)\left(1+\frac{7}{33}\right)...\left(1+\frac{7}{10800}\right).$$

CLB2. Given a, b such that $a^2 + b^2 = 13$ and $a^3 - 3ab^2 = -9$. Find the value of $|b^3 - 3a^2b|$.

CLB3. Find x such that $38x^3 = x^2 + 3x + 3$.

CLB4. Find three positive integers such that the product of these numbers is 9 units greater than the sum of these numbers.

CLB5. Let ABCD be a square of side length of 16 cm. E is the midpoint of CD. Let M be a point equidistant from three vertices A, B, E of triangle ABE. Find the length of MA.

DƯƠNG THU TRANG *(dịch)*

Kết quả Kì 19 (TTT2 số 187)

CLB1. Gọi số cần tìm là x.

Theo đề bài ta có $x : 2018 = 2018 : x$ $(x \neq 0)$.

Do đó $x^2 = 2018^2 \Leftrightarrow x = \pm 2018$.

CLB2. Điều kiện $x \neq 0$.

Ta có $x^3 - 3x^2 + 2x + \frac{4}{x} - \frac{12}{x^2} + \frac{8}{x^3} = 0$

$$\Leftrightarrow \left(x^3+\frac{8}{x^3}\right)-3\left(x^2+\frac{4}{x^2}\right)+2\left(x+\frac{2}{x}\right)=0.$$

Đặt $x+\frac{2}{x}=y \Rightarrow y^2=\left(x-\frac{2}{x}\right)^2+8 \geq 8$.

Ta có $x^2+\frac{4}{x^2}=\left(x+\frac{2}{x}\right)^2-4=y^2-4$.

$$x^3+\frac{8}{x^3}=\left(x+\frac{2}{x}\right)^3-3x.\frac{2}{x}\left(x+\frac{2}{x}\right)=y^3-6y.$$

Phương trình trở thành

$(y^3 - 6y) - 3(y^2 - 4) + 2y = 0 \Leftrightarrow (y - 3)(y^2 - 4) = 0$.

Mà $y^2 \geq 8 \Rightarrow y = 3 \Leftrightarrow x+\frac{2}{x}=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2. \end{array}\right.$

CLB3. ΔABC cân tại A

$\Leftrightarrow AC = AB \Leftrightarrow |2x + 3| = 4 - x$.

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 4-x \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} 2x+3=4-x \\ 2x+3=x-4 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \leq 4 \\ \left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{3} \\ x=-7 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{3} \\ x=-7. \end{array}\right.$$

- $x = \frac{1}{3}$ thì $AB = AC = 3\frac{2}{3} \Rightarrow AB + AC < BC$ (loại).
- $x = -7$ thì $AB = AC = 11 = BC$.

Suy ra tam giác ABC đều. Vậy $\widehat{ABC} = 60°$.

CLB4. • Với $x \leq 0$ thì $A = \frac{2018x}{(x+2019)^2} \leq 0$.

• Với $x > 0$ thì $(x + 2019)^2$

$= (x - 2019)^2 + 4.x.2019 \geq 4.x.2019 > 0$.

$$\Rightarrow A=\frac{2018x}{(x+2019)^2} \leq \frac{2018}{4.2019}=\frac{1009}{4038}.$$

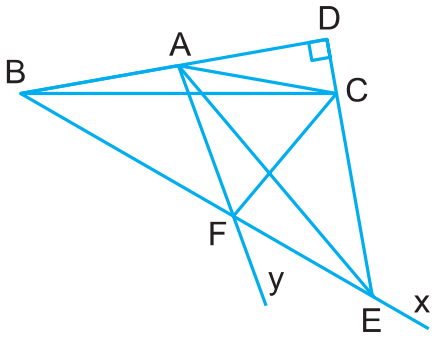
Vậy $MaxA = \frac{1009}{4038}$ khi $x = 2019$.

CLB5. Có $\widehat{DBE} = 40^o \Rightarrow \widehat{DEB} = 90^o - \widehat{DBE} = 50^o$.

Trên nửa mặt phẳng bờ BD có chứa C vẽ tia Ay sao cho $\widehat{BAy} = 100^o$.

Gọi F là giao điểm của hai tia Bx và Ay.

Tam giác ABF cân tại A nên $AF = AB = AC$.



Mà $\widehat{CAF} = \widehat{BAC} - \widehat{BAF} = 160^o - 100^o = 60^o$.

$\Rightarrow \Delta ACF$ đều. Ta có $\widehat{ACE} = \widehat{ADC} + \widehat{DAC}$

$= 90^o + 180^o - 160^o = 110^o$.

Ta có $\widehat{ECF} = \widehat{DEB}$ $(= 50^o) \Rightarrow \Delta FCE$ cân tại F

$\Rightarrow EF = CF \Rightarrow AF = EF$ $(= CF)$

$\Rightarrow \Delta FAE$ cân tại F

$$\Rightarrow \widehat{AEF} = \widehat{EAF} \Rightarrow \widehat{AEF} = \frac{\widehat{AFB}}{2} = 20^o.$$

Vậy $\widehat{AED} = \widehat{DEB} - \widehat{AEF} = 50^o - 20^o = 30^o$.

Nhận xét. Các bạn có lời giải tốt và được thưởng kì này là: *Nguyễn Minh Vương*, 8A5, THCS Cầu Giấy, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Nguyễn Công Hùng*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

THIỀU QUANG TÙNG



Hỏi: Em có một bạn thân, hơi một chút là dỗi… lại từ dỗi chuyển sang giận làm em cứ phải làm lành nhiều lần. Anh thấy như vậy phải nói với bạn ấy thế nào?

HOÀNG THÚY N
(Lớp 9, THCS Marie Curie, Hà Nội)

Đáp:

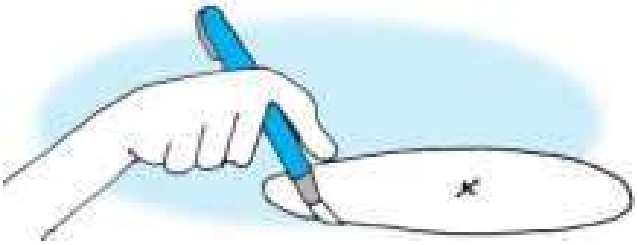
Từ bé hay dỗi, hay hờn
Với bố, với mẹ bao cơn thế rồi
Bây giờ đã lớn thì thôi
Đừng có dỗi thế như hồi bé con.

Hỏi: Lớp trưởng ra lệnh em phải tát bạn vì bạn nói tục. Không nghe lệnh lớp trưởng là sai mà thực hiện lệnh thì thấy khó quá vì chưa bao giờ em dám tát ai. Theo anh thì em phải làm gì?

ĐINH QUANG M
(Lớp 6.2, THCS Duy Ninh, Quảng Bình)

Đáp:

Nhiệm vụ nào cũng làm tròn
Nhưng lệnh tát bạn, em còn phân vân
Chống lệnh là việc rất cần
Gọi cô chủ nhiệm muôn phần rõ ngay.



Hỏi: Em vẽ hình tròn cũng khá đẹp mà không cần dùng com pa. Khi đi thi em không dùng com pa để vẽ đường tròn thì có được không anh?

ĐỖ VĂN B
(Lớp 9, THCS Nghĩa Tân, Hà Nội)

Đáp:

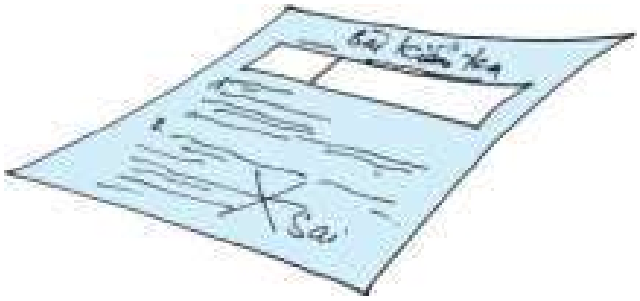
Khen em vẽ rất khéo tay
Com pa không phải chỉ quay một vòng
Khoe anh như thế là xong
Đi thi anh vẫn khuyên mong em dùng.

Hỏi: Khi làm bài, em đã giải và viết xong mấy câu rồi. Sau đó phát hiện ra có câu làm sai thì em có nên lấy tờ giấy thi khác để viết lại không anh?

NGUYỄN HỮU K
(Lớp 8, THCS Nguyễn Du, TP. Hà Tĩnh)

Đáp:

Mấy câu trong một tờ chung
Câu sai gạch chéo ở vùng câu sai
Gạch xong viết tiếp trong bài
Tội gì xin giấy chép hoài mất công.



Hỏi: Phía trước mắt em là hướng Đông thì hướng Bắc là hướng nào anh?

HỒ THỊ M
(Lớp 7, THCS Quỳnh Xuân, TX. Hoàng Mai, Nghệ An)

Đáp:

Nếu ra bờ biển mà trông
Mặt trời đang mọc hướng Đông rõ ràng
Tay trái duỗi thẳng, nâng ngang
Chính là hướng Bắc "cô nàng" rõ chưa?



ANH PHÓ GỠ XƯA



CÁC LỚP 6 & 7

Bài 1(190). Tìm các số nguyên tố a, b, c sao cho $a^{c-b} + c$ và $c^a + b$ đều là số nguyên tố.

LÊ SƠN TÙNG
(GV. THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ)

Bài 2(190). Tìm các số nguyên tố a, b, c sao cho $a < b < c$ và $b - a$, $c - b$, $c - b + a$ cũng là số nguyên tố.

VÕ XUÂN MINH
(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)

Bài 3(190). Tìm tất cả các số nguyên dương m, n sao cho

a) $3^m - n! = 1$; b) $3^m - n! = 2$.

CAO MINH QUANG
(GV. THPT chuyên Nguyễn Bỉnh Khiêm, Vĩnh Long)

Bài 4(190). Cho tam giác ABC cân tại A. Các điểm P, Q nằm trong tam giác sao cho $\overset{\frown}{APB} = \overset{\frown}{AQC}$ và AP = AQ. Chứng minh rằng PQ // BC.

TRẦN QUANG HÙNG
(GV. THPT chuyên KHTN Hà Nội)



SOLVE VIA MAIL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Trang Duong Thu

1(190). Find all prime numbers a, b, c such that $a^{c-b} + c$ and $c^a + b$ are also prime numbers.

2(190). Find prime numbers a, b, c such that $a < b < c$ and $b - a$, $c - b$, $c - b + a$ are also prime numbers.

3(190). Find all positive integers m, n such that

a) $3^m - n! = 1$; b) $3^m - n! = 2$.

4(190). Let ABC be an isosceles triangle with AB = AC. P and Q are inside triangle ABC such that $\angle APB = \angle AQC$ and AP = AQ. Prove that PQ // BC.

ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY

Thi giải toán qua thư

Nguyễn Anh Thư, 6A3, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Nguyễn Văn Bảo Châu*, 7/5, THCS-THPT Nguyễn Khuyến, **Đà Nẵng**; *Tạ Kim Nam Tuấn*, 7A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Trần Ngọc Khiêm*, 9B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Tuấn Dương*, 8C5, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Lê Đức Anh*, 9D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Bá Hoàng*, 8E, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Cao Kỳ Anh*, *Đinh Mai Chi*, 8C1, THCS Archimedes Academy, **Hà Nội**; *Nguyễn Minh Hiển*, 9A1, THCS Nguyễn Đăng Đạo, TP. Bắc Ninh; *Nguyễn Thị Quỳnh Chi*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Hoàng Thế Hiếu*, 7C, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Nguyễn Trung Luân*, 9D, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

CÁC LỚP THCS

Bài 5(190). Cho tổng

$$A=\frac{1}{2^3+3}+\frac{1}{3^3+4}+\frac{1}{4^3+5}+...+\frac{1}{2018^3+2019}.$$

Hãy so sánh A với $\frac{1}{6}$.

NGUYỄN NGỌC HÙNG

(GV. THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, Hà Tĩnh)

Bài 6(190). Giải phương trình

$$\sqrt[3]{2x+2}=x^3+9x^2+26x+28.$$

MAI VĂN NĂM

(GV. THCS Khánh Hồng, Yên Khánh, Ninh Bình)

Bài 7(190). Tìm tất cả các số tự nhiên $n \geq 3$ sao cho có thể điền các số thực vào các ô của bảng vuông $n \times n$ ô thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau:

1) Tổng các số trong một hình vuông 2×2 bất kì là một số dương;

2) Tổng các số trong một hình vuông 3×3 bất kì là một số âm.

VŨ ĐÌNH HÒA *(Hà Nội)*

Bài 8(190). Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O) và thỏa mãn $\overset{\frown}{BCD}<90^o$, đường chéo AC đi qua trung điểm M của đường chéo BD. Qua D kẻ đường thẳng b vuông góc với DC, đường b cắt đường trung trực của BD tại E. Hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại F. Chứng minh rằng hai đường thẳng BC và EF vuông góc với nhau.

NGUYỄN TẤN NGỌC

(GV. THCS Nhơn Mỹ, An Nhơn, Bình Định)

SOLVE VIA MAIL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Trang Duong Thu

5(190). Given the sum

$$A=\frac{1}{2^3+3}+\frac{1}{3^3+4}+\frac{1}{4^3+5}+...+\frac{1}{2018^3+2019}.$$

Compare A and $\frac{1}{6}$.

6(190). Solve the following equation

$$\sqrt[3]{2x+2}=x^3+9x^2+26x+28.$$

7(190). Find all natural numbers $n \geq 3$ such that we can fill in an $n \times n$ grid with real numbers satisfying the following conditions simultaneously:

1) The sum of all numbers in an arbitrary 2×2 grid is positive.

2) The sum of all numbers in an arbitrary 3×3 grid is negative.

8(190). Let ABCD be a quadrilateral inscribed in circle (O) such that $\angle BCD<90^o$, the diagonal AC intersects BD at the midpoint M of BD. Draw line b through D, perpendicular to DC that cuts the perpendicular bisector of BD at E. AB cuts CD at F. Show that BC is perpendicular to EF.



DÒNG SÔNG CỦA THẦY

(Tặng các Thầy Cô với lòng biết ơn)

Tình cảm - Lắng sâu *Nhạc & lời: Lê Thống Nhất*



Đây là ca khúc mà tác giả đã viết nhân ngày Nhà giáo Việt Nam năm nay để tri ân các Thầy Cô giáo. Ca khúc đã được các ca sĩ Xuân Huyền, Tuấn Dương thể hiện là món quà âm nhạc gửi tới các Thầy Cô. Hi vọng ca khúc sẽ nói hộ được tấm lòng của nhiều thế hệ học sinh với Thầy Cô của mình.

Dành cho giáo viên, phụ huynh và trẻ em từ 12 tuổi đến dưới 16 tuổi.
Giấy phép xuất bản: số 31/GP-BVHTT, cấp ngày 23/1/2003 của Bộ Văn hóa và Thông tin.
Mã số: 8BTT190M18. **In tại:** Công ty cổ phần in Công Đoàn Việt Nam, 167 Tây Sơn, Đống Đa, Hà Nội. In xong và nộp lưu chiểu tháng 12 năm 2018.

Giá: 10 000 đồng