https://www.facebook.com/letrungkienmath https://sites.google.com/site/letrungkienmath

NĂM THỨ MƯỜI CHÍN
ISSN 1859-2740

# Toán tuổi thơ 2

9/9 184

NĂM HỌC 2017 - 2018

## TRUNG HỌC CƠ SỞ

Giá: 10000đ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO



# DANH SÁCH HỌC SINH ĐOẠT GIẢI THI GIẢI TOÁN QUA THƯ

## Năm học 2017 - 2018

✳ **Giải Vàng**: *Nguyễn Tuấn Dương*, 7B5, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Trần Quang Tài*, 9A1, THCS Thị trấn Chờ, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Tạ Kim Nam Tuấn*, 6A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**.

✳ **Giải Bạc**: *Nguyễn Công Hải*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Lê Quang Chiến*, 9A, THCS Quang Sơn, TP. Tam Điệp, **Ninh Bình**; *Trần Phương Mai*, 7B, THCS Hồ Xuân Hương, Quỳnh Lưu, **Nghệ An**; *Nguyễn Huy Hoàng*, 9A, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, **Nam Định**; *Phạm Đức Trí*, 6A2, THCS Giảng Võ, Ba Đình, **Hà Nội**.

✳ **Giải Đồng**: *Nguyễn Văn Bảo Châu*, 6/5, THCS Nguyễn Khuyến, **Đà Nẵng**; *Huỳnh Nguyên Phúc*, 9A1, THCS Mỹ Lộc, Phú Mỹ, **Bình Định**; *Nguyễn Hữu Tuấn Nam*, 9A1, THCS Thị trấn Chờ, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Hà Quang Tùng*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Lê Anh Quân*, 6D, THCS Trần Mai Ninh, TP. Thanh Hoá; *Lê Đức Chính, Lê Minh Long*, 7B, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hoá, **Thanh Hoá**; *Nguyễn Sỹ Huy*, 9A, THCS Kiến Quốc, Kiến Thụy, **Hải Phòng**.

✳ **Giải Khuyến khích**: *Nguyễn Duy Khánh*, 6G, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thị Quỳnh Chi*, 8A1; *Nguyễn Mạnh Kiên*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Huỳnh Nguyên Phát*, 6A1, THCS Mỹ Lộc, Phú Mỹ, **Bình Định**; *Đặng Ngọc Linh*, 6A1, THCS Giảng Võ, Ba Đình, **Hà Nội**; *Trần Hoàng Minh*, 9A5, THCS Chu Văn An, TP. Thái Nguyên, **Thái Nguyên**; *Đào Quỳnh Hương*, 8A, THCS Lê Quý Đôn, Mộc Châu, **Sơn La**; *Nguyễn Huỳnh Ngọc Anh*, 7H, Nguyễn Chí Thanh, Đông Hoà, **Phú Yên**; *Trần Thiên Ngân*, 7A, THCS Cao Xuân Huy, Diễn Châu, **Nghệ An**; *Trịnh Đức Tuấn*, 7A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hoá**.

# DANH SÁCH HỌC SINH ĐOẠT GIẢI CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH MÙA THỨ TƯ

## Năm học 2017 - 2018

✳ **Giải Nhất**: *Trần Cao Kỳ Duyên*, 9A1, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Vũ Huyền Trang*, 8H, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**.

✳ **Giải Nhì**: *Nguyễn Thị Mai Anh*, 9D, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Nguyễn Thị Việt Trà*, 8B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Phương Linh*, 9A, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, **Nam Định**.

✳ **Giải Ba**: *Phạm Khánh Huyền*, 8B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Đào Phương Anh*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Thị Kiều Trang, Nguyễn Thị Anh Thư*, 9A, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, **Nam Định**; *Hoàng Thị Việt Hằng*, 9E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

✳ **Giải Khuyến khích**: *Lê Thị Phương Lan, Triệu Hồng Ngọc*, 9A3; *Nguyễn Hà Trang, Hạ Hiền Lương*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Lê Thị Hằng Nhi*, 9A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Phan Thị Như Quỳnh*, 8/3, THCS Nguyễn Thị Minh Khai, Cam Ranh, **Khánh Hoà**; *Hà Minh Hiền*, 8F, THCS Trần Mai Ninh, TP. Thanh Hoá, **Thanh Hoá**.

# DANH SÁCH HỌC SINH ĐOẠT GIẢI THI CÂU LẠC BỘ TTT

## Năm học 2017 - 2018

✳ **Giải Nhất**: *Nguyễn Mạnh Kiên*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Hà Minh Hiếu*, 8F, THCS Trần Mai Ninh, TP. Thanh Hoá, **Thanh Hoá**.

✳ **Giải Nhì**: *Nguyễn Thu Hiền*, 8A3, THCS Thị trấn Kỳ Sơn, Kỳ Sơn, **Hoà Bình**; *Nguyễn Hữu Tuấn Nam*, 9A1, THCS thị trấn Chờ, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Hà Thân Lâm*, 8F, THCS Trần Đăng Ninh, TP. Thanh Hoá, **Thanh Hoá**.

✳ **Giải Ba**: *Lê Minh Quỳnh Anh*, 8F; *Trịnh Duy Minh*, 8C, THCS Trần Mai Ninh, TP. Thanh Hoá, **Thanh Hoá**; *Hoàng Thị Việt Hằng*, 9E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Nguyễn Tuấn Minh*, 7A1, THCS Nam Hà, Kiến An, **Hải Phòng**; *Nguyễn Hưng Phát*, 8B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

✳ **Giải Khuyến khích**: *Nguyễn Đại Dương*, 8A, THCS Trần Mai Ninh, TP. Thanh Hoá, **Thanh Hoá**; *Vũ Minh Khải, Nguyễn Công Hải*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Trần Trọng Quang Huy*, 8A, THCS Trần Huy Liệu, Vụ Bản, **Nam Định**; *Nguyễn Thị Hiền Giang*, 9A1; *Nguyễn Trường An*, 8A1, THCS Thị trấn Chờ; *Trương Thảo Nguyên*, 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**.

https://www.facebook.com/letrungkienmath https://sites.google.com/site/letrungkienmath

Toán tuổi thơ 2 TRUNG HỌC CƠ SỞ

Children's Fun Maths Journal

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

**HỘI ĐỒNG BIÊN TẬP**

Phó Tổng biên tập phụ trách:
**NGUYỄN NGỌC HÂN**
Phó Tổng biên tập:
**TRẦN THỊ KIM CƯƠNG**

**ỦY VIÊN**

**NGND. VŨ HỮU BÌNH**
**TS. GIANG KHẮC BÌNH**
**TS. TRẦN ĐÌNH CHÂU**
**TS. VŨ ĐÌNH CHUẨN**
**TS. NGUYỄN MINH ĐỨC**
**ThS. NGUYỄN ANH DŨNG**
**TS. NGUYỄN MINH HÀ**
**PGS. TS. LÊ QUỐC HÁN**
**PGS. TSKH. VŨ ĐÌNH HÒA**
**TS. NGUYỄN ĐỨC HOÀNG**
**ThS. NGUYỄN VŨ LOAN**
**NGUYỄN ĐỨC TẤN**
**PGS. TS. TÔN THÂN**
**PHẠM VĂN TRỌNG**
**ThS. HỒ QUANG VINH**

**TÒA SOẠN**

Tầng 5, số 361 đường Trường Chinh,
quận Thanh Xuân, Hà Nội
Điện thoại: 024.35682701 - Fax: 024.35682702
Email (Ban biên tập): bbttoantuoitho@gmail.com
Email (Trị sự - Phát hành): tapchitoantuoitho@gmail.com
Website: http://www.toantuoitho.vn

**ĐẠI DIỆN TẠI MIỀN NAM**

**NGUYỄN VIẾT XUÂN**
391/150 Trần Hưng Đạo, P. Cầu Kho, Q.1, TP. HCM
ĐT: 028.66821199, DĐ: 0973 308199

Trị sự - Phát hành:
**TRỊNH THỊ TUYẾT TRANG,**
**NGUYỄN HUYỀN THANH, NGUYỄN THỊ HẢI ANH**
Kĩ thuật vi tính: **ĐỖ TRUNG KIÊN**
Mĩ thuật: **TRẦN NGỌC TRƯỜNG**

**CHỊU TRÁCH NHIỆM XUẤT BẢN**

**Chủ tịch Hội đồng Thành viên NXBGD Việt Nam:**
**NGUYỄN ĐỨC THÁI**
**Tổng Giám đốc NXBGD Việt Nam:**
**HOÀNG LÊ BÁCH**
**Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NXBGD Việt Nam:**
**PHAN XUÂN THÀNH**

# TRONG SỐ NÀY

**Dành cho học sinh lớp 6 & 7** Tr 2
Phương pháp giải các bài toán dãy số viết theo quy luật
*Bùi Thị Hồng Dung, Phạm Minh Tú*

**Học Toán bằng tiếng Anh** Tr 7
HOMC 2018 - Vocabulary interpretation
*Dương Thu Trang, Đỗ Đức Thành*

**Nhìn ra thế giới** Tr 8
Lời giải Đề thi Toán học trẻ quốc tế Philippines ITMO 2017 (Đề thi đồng đội) Tiếp theo kì trước
*Phùng Kim Dung, Cai Việt Long*

**Phá án cùng thám tử Sêlôccôc** Tr 10
Hiện trường giả?
*Đức Phan*

**Cuộc thi vui Số và Hình 2018** Tr 14
*Nguyễn Đức Tấn, Võ Xuân Minh*

**Compa vui tính** Tr 15
Chẵn hay lẻ?
*Võ Xuân Minh*

**Đo trí thông minh** Tr 19
Số nào còn thiếu?
*Nguyễn Hạ Hà Uyên*

**Thách đấu** Tr 20
Trận đấu thứ một trăm năm mươi tư
*Nguyễn Thanh Hồng*

**Dành cho các nhà toán học nhỏ** Tr 22
Mở rộng và khai thác một số bài toán tổ hợp
*Trịnh Hoài Dương, Lê Đình Trường*

**63 ô cửa** Tr 24
Bảo tàng "mũ lưới"
*Phan Hương*

**Trường Olympic** Tr 29
Những điều thú vị về mùa hè
*Hà Minh*

Dành cho học sinh lớp 6 7

# PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN DÃY SỐ VIẾT THEO QUY LUẬT

ThS. BÙI THỊ HỒNG DUNG; ThS. PHẠM MINH TÚ
*(Khoa CNTT Trường Đại học Lao động - Xã hội, Hà Nội)*

## 1. Phương pháp dự đoán và quy nạp

*Khi gặp các bài toán tính tổng dãy số viết theo quy luật, nếu chúng ta dự đoán được kết quả của bài toán thì có thể sử dụng phương pháp quy nạp toán học để giải.*

*Trong bài viết có sử dụng một số hằng đẳng thức mà có thể chứng minh bằng cách sử dụng tính chất phân phối của phép nhân với phép cộng.*

$A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$;

$A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 + AB + B^2)$;

$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.

**Bài toán 1.** Tính tổng $S_n = 2 + 4 + 6 + ... + 2n$.

**Lời giải.** Ta nhận thấy $S_1 = 2 = 1.2$

$S_2 = 2 + 4 = 6 = 2.3$

$S_3 = 2 + 4 + 6 = 12 = 3.4$

...

Ta dự đoán $S_n = n(n + 1)$. (1)

Chứng minh (sử dụng phương pháp quy nạp).

Với $n = 1, 2, 3$ ta thấy kết quả đúng.

Giả sử với $n = k$ $(k \geq 1)$, ta có $S_k = k(k + 1)$. (2)

Ta cần phải chứng minh: $S_{k+1} = (k + 1)(k + 2)$. (3)

Thật vậy, cộng hai vế của (2) với $2(k + 1)$ ta có:

$S_k + 2(k + 1) = k(k + 1) + 2(k + 1)$

$\Leftrightarrow S_{k+1} = (k + 1)(k + 2)$.

Suy ra (3) đúng.

Theo nguyên lí quy nạp toán học thì (1) được chứng minh. Vậy $S_n = n(n+1)$.

## 2. Phương pháp nhân với một số hoặc lấy tổng hai dãy số

**Bài toán 2.** Tính tổng $A = 1.2 + 2.3 + 3.4 + ... + (n - 1)n$. (1)

**Lời giải.** Nhân hai vế của A với 3 ta được

$3A = 3[1.2 + 2.3 + 3.4 + ... + (n - 1)n]$

$3A = 1.2.3 + 2.3.3 + 3.4.3 + ... + 3n(n - 1)$.

$= 1.2.3 + 2.3(4 - 1) + 3.4(5 - 2) + ... + (n - 1)n[(n + 1) - (n - 2)]$.

$= 1.2.3 + 2.3.4 - 1.2.3 + ... + (n - 1)n(n + 1) - (n - 2)(n - 1)n$

$= (n - 1)n(n + 1)$.

Suy ra $A = \dfrac{(n - 1)n(n + 1)}{3}$.

**Bài toán 3.** Hôm nay là Chủ nhật. Hỏi sau $1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + 2008^3$ ngày nữa sẽ là ngày thứ mấy trong tuần?

**Lời giải.** Đặt $A = 1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + 2008^3$

$= 1^3 + 2008^3 + 2^3 + 2007^3 + ... + 1004^3 + 1005^3$.

Ta có

$1^3 + 2008^3 = (1 + 2008)[1 - 2008 + 2008^2]$

$2^3 + 2007^3 = (2 + 2007)[2^2 - 2.2007 + 2007^2]$

...

$1004^3 + 1005^3 = (1004 + 1005)[1004^2 - 1004.1005 + 1005^2]$.

Mặt khác $1 + 2008 = 2 + 2007 = ... = 1004 + 1005 = 2009$.

Vì 2009 chia hết cho 7 nên ngày đó là Chủ nhật.

## 3. Phương pháp sử dụng hằng đẳng thức

**Bài toán 4.** Tính giá trị của biểu thức sau:

$$A = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right)\left(1 - \frac{1}{4^2}\right)...\left(1 - \frac{1}{2018^2}\right).$$

**Lời giải.** Sử dụng hằng đẳng thức $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$, ta có

$$1 - \frac{1}{2^2} = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}.\frac{3}{2}.$$

$$1 - \frac{1}{3^2} = \left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}.\frac{4}{3}.$$

$$1-\frac{1}{4^2}=\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{4}.\frac{5}{4}.$$

...

$$1-\frac{1}{2017^2}=\left(1-\frac{1}{2017}\right)\left(1+\frac{1}{2017}\right)=\frac{2016}{2017}.\frac{2018}{2017}.$$

$$1-\frac{1}{2018^2}=\left(1-\frac{1}{2018}\right)\left(1+\frac{1}{2018}\right)=\frac{2017}{2018}.\frac{2019}{2018}.$$

Suy ra

$$A=\frac{1}{2}.\frac{3}{2}.\frac{2}{3}.\frac{4}{3}.\frac{3}{4}.\frac{5}{4}...\frac{2016}{2017}.\frac{2018}{2017}.\frac{2017}{2018}.\frac{2019}{2018}$$

$$=\frac{1}{2}.\frac{2019}{2018}=\frac{2019}{4036}.$$

Tổng quát:

$$B=\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)...\left(1-\frac{1}{(n-1)^2}\right)$$

$$\left(1-\frac{1}{n^2}\right)=\frac{n+1}{2n}.$$

**Bài toán 5.** Tính tổng

$$S_n=\frac{1}{1.2.3}+\frac{1}{2.3.4}+\frac{1}{3.4.5}+...+\frac{1}{n(n+1)(n+2)}.$$

**Lời giải.** Sử dụng hằng đẳng thức

$\frac{2}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{n(n+1)}-\frac{1}{(n+1)(n+2)}$ ta có

$$S_n=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{1.2}-\frac{1}{2.3}\right]+\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2.3}-\frac{1}{3.4}\right]+...$$

$$+\frac{1}{2}\left[\frac{1}{n(n+1)}-\frac{1}{(n+1)(n+2)}\right]$$

$$=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{1.2}-\frac{1}{(n+1)(n+2)}\right]=\frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}.$$

**Bài toán 6.** Tính tổng

$$S_n=\frac{3}{(1.2)^2}+\frac{5}{(2.3)^2}+...+\frac{2n+1}{[n(n+1)]^2}.$$

**Lời giải.** Sử dụng hằng đẳng thức

$$\frac{2k+1}{[k(k+1)]^2}=\frac{1}{k^2}-\frac{1}{(k-1)^2},\ k=1;\ 2;\ 3;\ ...;\ n.$$

Ta có

$$S_n=\left(1-\frac{1}{2^2}\right)+\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}\right)+...+\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{(n+1)^2}\right)$$

$$=1-\frac{1}{(n+1)^2}=\frac{n(n+2)}{(n+1)^2}.$$

## 4. Phương pháp thêm, bớt một số

**Bài toán 7.** So sánh giá trị biểu thức $A=\frac{3}{4}+\frac{8}{9}+\frac{15}{16}+...+\frac{9999}{10000}$ với các số 98 và 99.

**Lời giải.** Ta có

$$A=\left(1-\frac{1}{4}\right)+\left(1-\frac{1}{9}\right)+\left(1-\frac{1}{16}\right)+...+\left(1-\frac{1}{10000}\right)$$

$$=\left(1-\frac{1}{2^2}\right)+\left(1-\frac{1}{3^2}\right)+\left(1-\frac{1}{4^2}\right)+...+\left(1-\frac{1}{100^2}\right)$$

$$=99-\left(\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+...+\frac{1}{100^2}\right)$$

$=99-B<99.$

Ta có

$$B=\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+...+\frac{1}{100^2}$$

$$<\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}+...+\frac{1}{99.100}.$$

Mặt khác $\frac{1}{k(k+1)}=\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1},\ \forall k\geq 1.$

Suy ra

$$B<1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+...+\frac{1}{99}-\frac{1}{100}$$

$$<1-\frac{1}{100}<1.$$

Do đó $A = 99 - B > 99 - 1 = 98.$

Vậy $98 < A < 99.$

Tổng quát:

$$(n-2)<\frac{3}{4}+\frac{8}{9}+\frac{15}{16}+...+\frac{n^2-1}{n^2}<(n-1).$$

**Bài tập vận dụng**

**Bài 1.** Tính tổng

$S_n = 1 + 3 + 5 + ... + (2n + 1).$

**Bài 2.** Chứng minh rằng:

$$1^3+2^3+3^3+...+n^3=\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2.$$

**Bài 3.** Tính tổng

$C = 1.2.4 + 2.3.5 + ... + n(n + 1)(n + 3).$

# 15TH HANOI OPEN MATHEMATICS COMPETITION

## INDIVIDUAL CONTEST - JUNIOR SECTION

*Time limit: 120 minutes*

ThS. TRỊNH HOÀI DƯƠNG *(GV. THCS Giảng Võ, Q. Ba Đình, Hà Nội)*

TS. BÙI MẠNH TÙNG *(GV. THCS Trưng Vương, Q. Hoàn Kiếm, Hà Nội)*

*Sưu tầm và giới thiệu*

**SECTION A.** *Circle the correct answer A, B, C, D or E.*

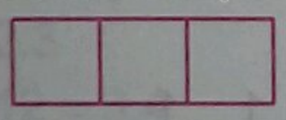
**Question 1.** Let x and y be real numbers satisfying the conditions $x + y = 4$ and $xy = 3$. Compute the value of $(x - y)^2$.

A. 0 B. 1 C. 4 D. 9 E. −1

**Question 2.** Let $f(x)$ be a polynomial such that $2f(x) + f(2 - x) = 5 + x$ for any real number x. Find the value of $f(0) + f(2)$.

A. 4 B. 0 C. 2 D. 3 E. 1

**Question 3.** There are 3 unit squares in a row as shown in the figure below. Each side of this figure is painted by one of the three colors: Blue, Green or Red. It is known that for any square, all the three colors are used and no two adjacent sides have the same color. Find the number of possible colorings.



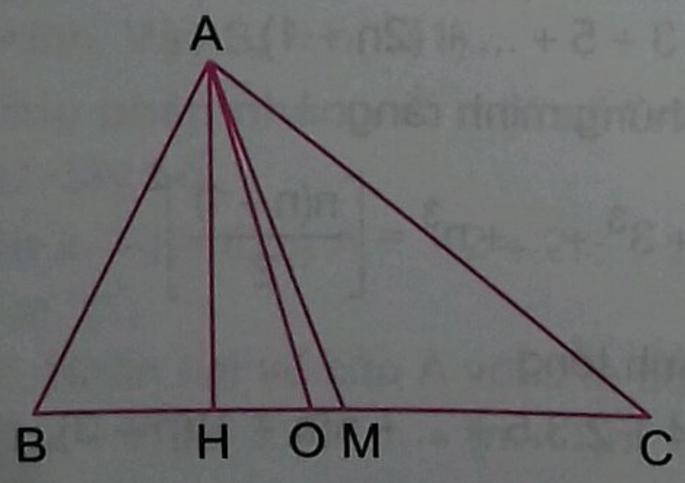
A. 48 B. 96 C. 108
D. 192 E. 216

**Question 4.** Find the number of distinct real roots of the following equation

$$x^2 + \frac{9x^2}{(x+3)^2} = 40.$$

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3 E. 4

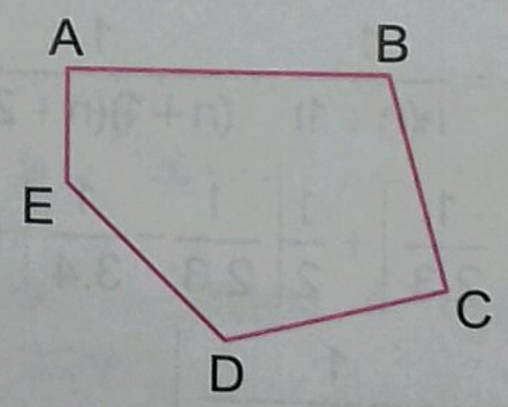
**Question 5.** Let ABC be an acute triangle with AB = 3 and AC = 4. Suppose that AH, AO and AM are the altitude, the bisector and the median derived from A, respectively. If $HO = 3 \times MO$, find the length of BC.




**SECTION B.** *Fill your answer in the space provided at the end of the question.*

**Question 6.** Nam spent 20 dollars for 20 stationery items consisting of books, pens and pencils. Each book, pen, and pencil cost 3 dollars, 1.5 dollars and 0.5 dollar respectively. How many dollars did Nam spend for books?

**Question 7.** Suppose that ABCDE is a convex pentagon with $\angle A = 90^\circ$; $\angle B = 105^\circ$; $\angle C = 90^\circ$ and $AB = 2$, $BC = CD = DE = \sqrt{2}$. If the length of AE is $\sqrt{a} - b$ where a, b are integers, what is the value of $a + b$?




**Question 8.** Let k be a positive integer such that $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{13} = \frac{k}{13!}$. Find the remainder when k is divided by 7.

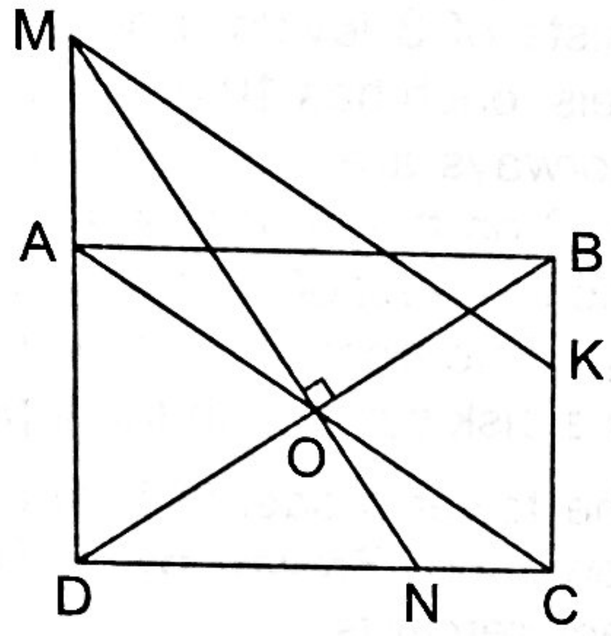
**Question 9.** There are three polygons and the area of each one is 3. They are drawn inside a square of area 6. Find the greatest value of m such that among those three polygons, we can always find two polygons so that the area of their overlap is not less than m.

**Question 10.** Let $T = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{5}y^2 + \frac{1}{6}z^2$ where x, y, z are real number such that $1 \le x, y, z \le 4$ and $x - y + z = 4$. Find the smallest value of $10 \times T$.

**SECTION C.** *Write your detailed solution in the space provided at the end of the question.*

**Question 11.** Find all pairs of nonnegative integers (x, y) for which $(xy + 2)^2 = x^2 + y^2$.

**Question 12.** Let ABCD be a rectangle with $45^\circ < \angle ADB < 60^\circ$. The diagonals AC and BD intersect at O. A line passing through O and perpendicular to BD meets AD and CD at M and N respectively. Let K be a point on side BC such that MK // AC. Show that $\angle MKN = 90^\circ$.




**Question 13.** A competition room of HOMC has m × n students where m, n are integers larger than 2. Their seats are arranged in m rows and n columns. Before starting the test, every student takes a handshake with each of his/her adjacent students (in the same row or in the same column). It is known that there are totally 27 handshakes. Find the number of students in the room.

**Question 14.** Let P(x) be a polynomial with degree 2017 such that $P(k) = \frac{k}{k+1}$, $\forall k = 0, 1, 2, \ldots, 2017$. Calculate P(2018).

**Question 15.** Find all pairs of prime numbers (p, q) such that for each pair (p, q), there is a positive integer m satisfying $\frac{pq}{p+q} = \frac{m^2+6}{m+1}$.

# TEAM CONTEST - JUNIOR SECTION

*Time limit: 60 minutes*

**SECTION A.** *Circle the correct answer A, B, C, D or E.*

**Question 1.** Let a, b, and c be distinct positive integers such that $a + 2b + 3c < 12$. Which of the following inequalities must be true?

A. $a + b + c < 7$ B. $a - b + c < 4$

C. $b + c - a < 3$ D. $a + b - c < 5$

E. $5a + 3b + c < 27$

**Question 2.** Let ABCD be a rectangle with $\angle ABD = 15^\circ$, BD = 6 cm. Compute the area of the rectangle.

A. $9\ cm^2$ B. $9\sqrt{3}\ cm^2$ C. $18\ cm^2$

D. $18\sqrt{3}\ cm^2$ E. $24\sqrt{3}\ cm^2$

**Question 3.** Consider all triples (x, y, p) of positive integers, where p is a prime number, such that $4x^2 + 8y^2 + (2x - 3y)p - 12xy = 0$. Which below number is a perfect square number for every such triple (x, y, p)?

A. $4y + 1$ B. $2y + 1$ C. $8y + 1$

D. $5y - 3$ E. $8y - 1$

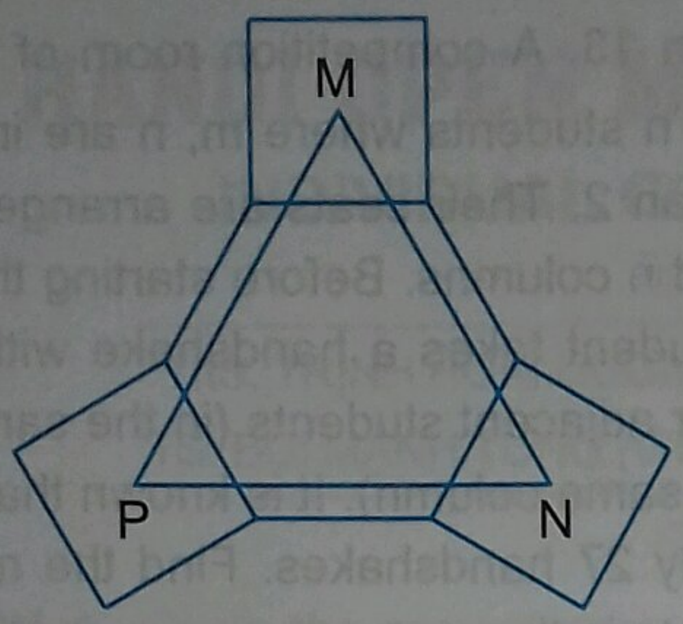
**Question 4.** How many triangles are there for which the perimeters are equal to 30 cm and the lengths of sides are integers in centimeters?

A. 16 B. 17 C. 18 D. 19 E. 20

**SECTION B.** *Fill your answer in the space provided at the end of the question.*

**Question 5.** Find all 3-digit numbers $\overline{abc}$ (a, b ≠ 0) such that $\overline{bcd} \times a = \overline{1a4d}$ for some integer d from 1 to 9.

**Question 6.** In the below figure, there is a regular hexagon and three squares whose sides are equal to 4 cm. Let M, N, and P be the centers of the squares. The perimeter of the triangle MNP can be written in the form $a + b\sqrt{3}$ (cm), where a, b are integers. Compute the value of a + b.



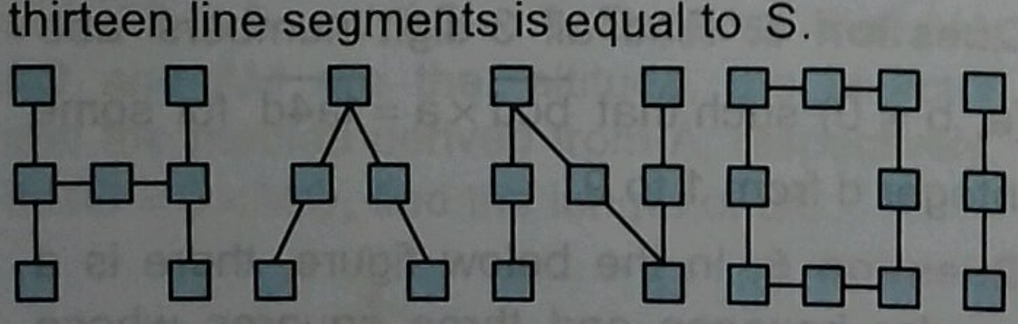

**Question 7.** For a special event, the five Vietnamese famous dishes including **Phở** (Vietnamese noodle), **Nem** (spring roll), **Bún chả** (grilled pork noodle), **Bánh cuốn** (stuffed pancake), and **Xôi gà** (chicken sticky rice) are the options for the main courses for the dinner of Monday, Tuesday, and Wednesday. Every dish must be used exactly one time. How many choices do we have?

**Question 8.** Given real numbers a, b, c such that $a + b + c = 2018$. Let x, y, and z be distinct positive real numbers satisfying $a = x^2 - yz - 2018$, $b = y^2 - zx - 2018$, and $c = z^2 - xy - 2018$. Compute the value of the following expression

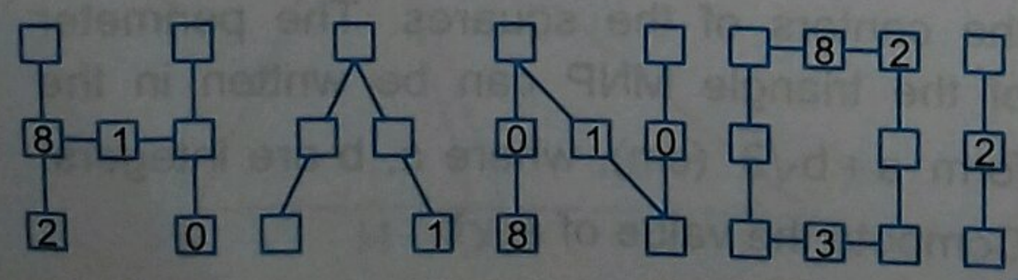
$$P = \frac{\sqrt{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc}}{x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz}.$$

**SECTION C.** *Write your detailed solution in the space provided at the end of the question.*

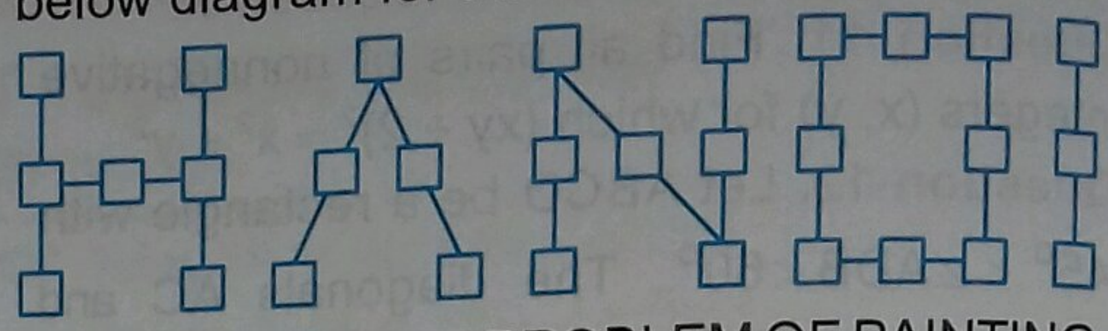
**Question 9.** Each of the thirty squares in the diagram below contains a number 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 of which each number is used exactly three times. The sum of three numbers in three squares on each of the thirteen line segments is equal to S.



a. Complete the below diagram for the case S = 14.




b. Find the minimal value of S. Fill in the below diagram for this case.



**Question 10.** [THE PROBLEM OF PAINTING THE **THÁP RÙA** (THE CENTRAL TOWER) MODEL]

The following picture illustrates the model of the Tháp Rùa (the Central Tower) in Hanoi, which consists of 3 levels. For the first and second levels, each has 10 doorways among which 3 doorways are located at the front, 3 at the back, 2 on the right side and 2 on the left side. The top level of the tower model has no doorways. The front of the tower model is signified by a disk symbol on the top level.

We paint the tower model with three colors: Blue, Yellow and Brown by fulfilling the following requirements:

**1.** The top level is painted with only one color.

**2.** In the second level, the 3 doorways at the front are painted with the same color which is different from the one used for the center doorway at the back. Besides, any two adjacent doorways, including the pairs at the same corners, are painted with different colors.

**3.** For the first level, we apply the same rules as for the second level.

a. In how many ways the first level can be painted?

b. In how many ways the whole tower model can be painted?



# HOMC 2018
# VOCABULARY INTERPRETATION

ThS. DƯƠNG THU TRANG *(Gmath Education)*
TS. ĐỖ ĐỨC THÀNH *(GV. Trường liên cấp Tiểu học và THCS Ngôi Sao Hà Nội)*

## 1. Phrases and expressions

| | |
|---|---|
| *Lines a and b intersect at C* | Các đường thẳng a và b giao nhau tại C |
| *Line a passes through B* | Đường thẳng a đi qua điểm B |
| *Line a is perpendicular to line b* | Đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b |
| *Line a is derived from point B* | Đường thẳng a được dựng từ điểm B |
| *Such that* | Sao cho |
| *It is known / given that* | Biết rằng, đã cho rằng |
| *Satisfy the condition* | Thỏa mãn điều kiện |
| *Consist of* | Bao gồm |
| *Expression A can be written in the form* | Biểu thức A có thể viết dưới dạng |
| *A bisector of an angle* | Đường phân giác của góc |
| *A median of triangle* | Đường trung tuyến của tam giác |
| *An altitude of triangle* | Đường cao của tam giác |
| *Root of an equation* | Nghiệm của phương trình |

## 2. Technical term

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Integer* | số nguyên | *The square root* | căn bậc hai |
| *Polynomial* | đa thức | *Distinct* | phân biệt, khác nhau |
| *Adjacent* | cạnh nhau, liền kề | *Acute triangle* | tam giác nhọn |
| *Altitude* | độ cao, chiều cao | *Remainder* | số dư |
| *Median* | ở giữa | *Area* | diện tích |
| *Convex* | lồi (đa giác) | *Perimeter* | chu vi |
| *Overlap* | đè lên, chồng lên | *Polygon* | đa giác |
| *Diagonal* | đường chéo | *Non-negative* | không âm |
| *Inequality* | bất đẳng thức | *Perpendicular* | vuông góc |
| *Illustrate* | mô tả | *Parallel* | song song |
| *Real number* | số thực | *Respectively* | tương ứng |
| *Satisfy* | thỏa mãn | *Perfect square* | số chính phương |
| *Condition* | điều kiện | *Prime number* | số nguyên tố |
| *Value* | giá trị | *Regular hexagon* | lục giác đều |
| *Unit square* | hình vuông đơn vị | *Center* | tâm |
| *Figure* | hình vẽ | *Triple* | bộ ba |




# LỜI GIẢI ĐỀ THI TOÁN HỌC TRẺ QUỐC TẾ PHILIPPINES (ITMO) 2017

ThS. PHÙNG KIM DUNG *(GV. THPT Hà Nội - Amsterdam, Q. Cầu Giấy, Hà Nội)*

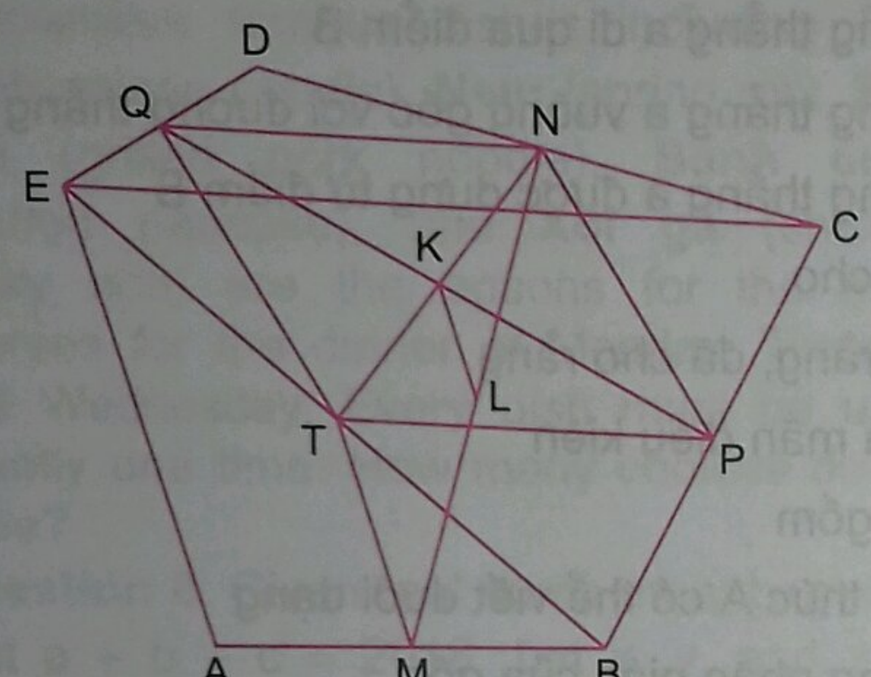
ThS. CAI VIỆT LONG *(GV. THCS Ngô Sĩ Liên, Q. Hoàn Kiếm, Hà Nội)*

*Sưu tầm, dịch và giới thiệu*

*(Đề đăng trên TTT2 số 182)*

*Tiếp theo kì trước*

**4.**




Nối BE và CE. Gọi T là trung điểm của BE. Nối QN, NP, PT, TQ, TN và TM.

Trong $\Delta ABE$, có $TM = \frac{1}{2}AE$ và TM // AE.

Trong $\Delta ECD$, có $QN = \frac{1}{2}CE$ và QN // CE.

Trong $\Delta BEC$, có $TP = \frac{1}{2}CE$ và TP // CE.

Do đó tứ giác TPNQ là hình bình hành nên K là trung điểm của TN.

Trong $\Delta NTM$, có $KL = \frac{1}{2}TM$ và KL // TM.

Do đó $KL = \frac{1}{4}AE$.

Vậy $EA = 4KL = 100$ cm.

**5.** Ta có $x^2 + 2018^2 = y^2 + 2017^2$

$\Leftrightarrow y^2 - x^2 = 2018^2 - 2017^2$

$\Leftrightarrow (y - x)(y + x) = 4035 = 3.5.269$.

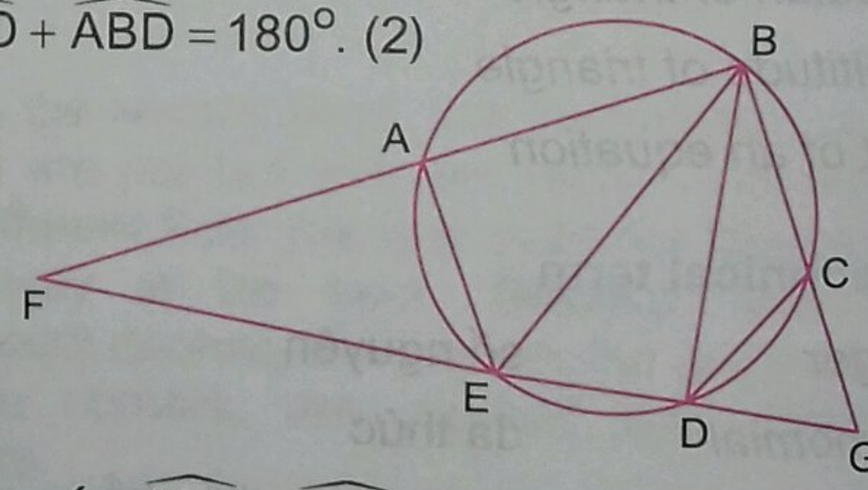
Vì $y + x$ và $y - x$ là các số nguyên dương nên ta có các trường hợp sau

- TH1. $\begin{cases} y + x = 5.269 \\ y - x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 671 \\ y = 674 \end{cases}$
- TH2. $\begin{cases} y + x = 3.269 \\ y - x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 401 \\ y = 406 \end{cases}$
- TH3. $\begin{cases} y + x = 269 \\ y - x = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 127 \\ y = 142 \end{cases}$
- TH4. $\begin{cases} y + x = 3.5.269 \\ y - x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2017 \\ y = 2018 \end{cases}$

Kết hợp điều kiện đã cho là $0 < x < y < 2018$ nên cặp số $(x; y) = (2017; 2018)$ bị loại.

Vậy chỉ có 3 cặp số nguyên dương (x; y) thỏa mãn.

**6.** Vì $\widehat{ABC} = 90^\circ$ nên $\widehat{ABE} = \widehat{EBD} = \widehat{DBC} = 30^\circ$. (1) Suy ra AE = ED = DC. Vì tứ giác ABCD nội tiếp nên $\widehat{BAE} + \widehat{BDE} = \widehat{AED} + \widehat{ABD} = 180^\circ$. (2)




Dựng góc $\widehat{AEF} = \widehat{DEB}$ sao cho hai điểm F, D nằm về hai phía của AE và tia EF cắt tia BA tại F.

Từ (2) ta có $\widehat{FAE} = \widehat{BDE}$, kết hợp với $\widehat{AEF} = \widehat{DEB}$ thì $\Delta FEA = \Delta BED$ (g.c.g).

Suy ra FE = BE = 16 cm và $\Delta BEF$ có $\widehat{ABE} = 30^\circ$ nên chiều cao từ đỉnh B bằng $EH = \frac{1}{2}BE = 8$ cm.

Từ đó $BH^2 = EB^2 - EH^2 = 16^2 - 8^2 = 8^2.3$.

Suy ra $BF = 2BH = 16\sqrt{3}$ (cm).

Do đó $S_{BEF} = \frac{16\sqrt{3}.8}{2} = 64\sqrt{3}$ ($cm^2$).

Làm tương tự với tam giác BED, dựng $\widehat{CDG} = \widehat{EDB}$ và DG cắt tia BC tại G. Lúc đó

$\widehat{BED} = \widehat{GCD}$ và $GD = BD = 12\sqrt{3}$ cm.

Tam giác BDG có $\widehat{DBC} = 30^\circ$ nên có đường cao $DK = \dfrac{BD}{2} = 6\sqrt{3}$ (cm).

Suy ra $BG = 36$ cm.

Từ đó $S_{BDG} = 36.\dfrac{6\sqrt{3}}{2} = 108\sqrt{3}$ $(cm^2)$.

$$S_{BED} = \frac{BD.BE\sin 30^\circ}{2} = \frac{16.12\sqrt{3}.\frac{1}{2}}{2} = 48\sqrt{3}\ (cm^2).$$

Vì $\Delta BED = \Delta FEA = \Delta GCD$ nên

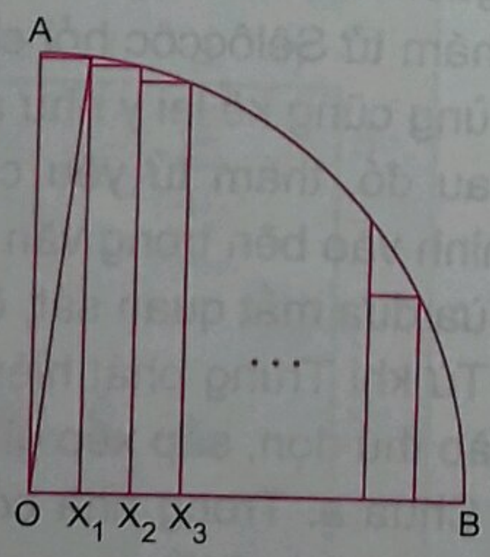
$S_{ABCDE} = S_{BEF} + S_{BDG} - S_{BED}$

$= 64\sqrt{3} + 108\sqrt{3} - 48\sqrt{3} = 124\sqrt{3}$ $(cm^2)$.

**7.** Với mỗi hình vuông $9 \times 9$ ta luôn có thể lấp đầy bởi các hình chữ nhật $1 \times 3$ hoặc $3 \times 1$. Xét hàng thứ 10 và cột thứ 10 của bàn cờ $10 \times 10$, khi đặt các hình $1 \times 3$ hoặc $3 \times 1$ vào hàng dưới và cột phải thì ô vuông $1 \times 1$ chỉ có thể đặt ở 7 vị trí ô có chữ A (hình 1). Xét tương tự nếu hàng thứ 10 và cột thứ 10 ở các vị trí: hàng dưới và cột phải, hàng trên và cột trái. Như vậy nếu xét các hàng và cột ở biên của bàn cờ thì ô vuông $1 \times 1$ có thể đặt được ở 12 vị trí ô có chữ A như hình vẽ. Với các ô không nằm trên biên bàn cờ, khi ô có chữ A đã xác định thì ta phải điền hai ô còn lại của các hình $1 \times 3$ hoặc $3 \times 1$ là (B, C) hoặc (C, B) (hình vẽ chỉ ghi 1 cách điền) lúc đó chỉ còn 4 vị trí cho ô có chữ A ở bên trong bàn cờ. Tóm lại có 16 cách xếp ô vuông $1 \times 1$ ở vị trí ô chứa chữ A như hình vẽ.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | B | C | A | B | C | A | B | C | A |
| B | C | A | B | C | A | B | C | A | B |
| C | A | B | C | A | B | C | A | B | C |
| A | B | C | A | B | C | A | B | C | A |
| B | C | A | B | C | A | B | C | A | B |
| C | A | B | C | A | B | C | A | B | C |
| A | B | C | A | B | C | A | B | C | A |
| B | C | A | B | C | A | B | C | A | B |
| C | A | B | C | A | B | C | A | B | C |
| A | B | C | A | B | C | A | B | C | A |

*Hình 1*




*Hình 2*

**8.** Xét $\dfrac{1}{4}$ hình tròn AOB với bán kính 1 (Hình 2). Trên trục hoành $OB = 1$ ghi 99 điểm $X_n$ ($n = 1,2, ..., 99$) với hoành độ tương ứng là $n.\dfrac{1}{100}$.

Ta có 99 hình chữ nhật với mỗi hình chữ nhật có chiều rộng bằng $\dfrac{1}{100}$ như hình vẽ.

Diện tích hình chữ nhật thứ nhất là

$$S_1 = OX_1.\sqrt{1 - OX_1^2} = \frac{\sqrt{99.101}}{100^2}.$$

Diện tích hình chữ nhật thứ 2 là

$$S_2 = X_1X_2.\sqrt{1 - OX_2^2} = \frac{1}{100}.\sqrt{1 - \left(\frac{2}{100}\right)^2}$$

$$= \frac{\sqrt{98.102}}{100^2}.$$

Tương tự diện tích hình chữ nhật cuối cùng là

$$S_{99} = \frac{1}{100}.\sqrt{1 - \left(\frac{99}{100}\right)^2} = \frac{\sqrt{1.199}}{100^2}.$$

Vì các hình chữ nhật nhỏ đều nằm trong hình quạt tròn AOB nên tổng diện tích của các hình chữ nhật nhỏ hơn $\dfrac{1}{4}$ diện tích hình tròn.

$$\Rightarrow \sqrt{99.101} + \sqrt{98.102} + ... + \sqrt{1.199} < \frac{100^2\pi}{4}.$$

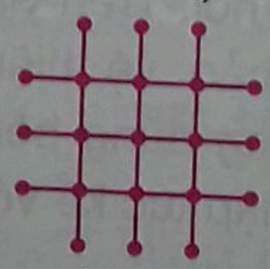
**9.** Có $C_{21}^3 = 1330$ cách chọn 3 điểm trong số 21 điểm đã cho.

Chúng sẽ tạo thành một tam giác nếu ba điểm đó không thẳng hàng.

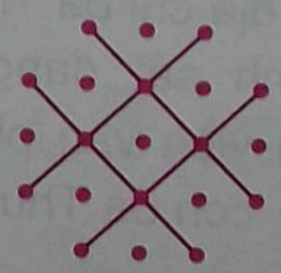
Có $C_5^3.6 = 60$ cách để chọn 3 điểm thẳng hàng ở 1 trong 6 đường đi qua 5 điểm của đường lưới (hình 3).

Có $C_4^3.4 = 16$ cách chọn 3 điểm thẳng hàng ở 1 trong 4 đường đi qua 4 điểm của đường lưới (hình 4).

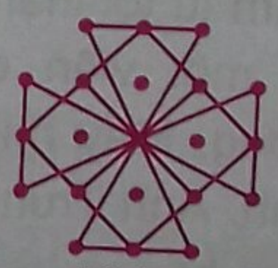
Có $C_3^3.14 = 14$ cách chọn 3 điểm thẳng hàng ở 1 trong 14 đường đi qua 3 điểm của đường lưới (hình 5).



*Hình 3*



*Hình 4*

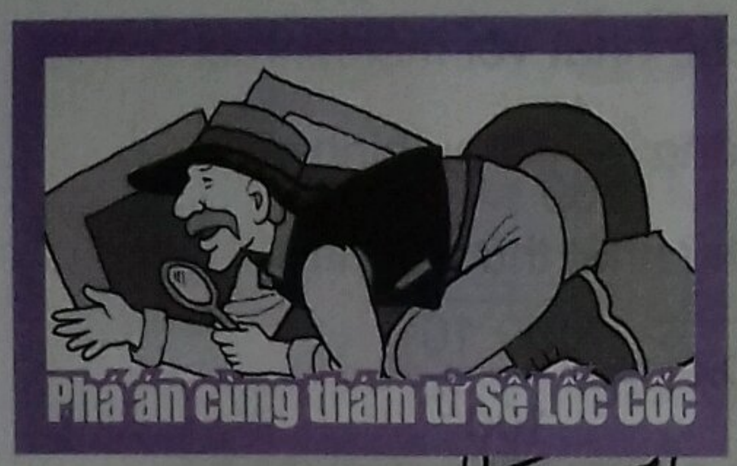


*Hình 5*

Do đó số cách vẽ tam giác từ 3 điểm trên lưới là $1330 - 60 - 16 - 14 = 1240$.

Vậy xác suất để chọn được tam giác là $\dfrac{p}{q} = \dfrac{124}{133}$ và $p + q = 257$.

*(Xem tiếp trang 21)*




# HIỆN TRƯỜNG GIẢ?

ĐỨC PHAN

Mới đầu hè mà trời nắng nóng gay gắt. Gần hai tuần nay, hôm nào mặt trời cũng chói chang từ sáng sớm đến chiều tối. Có lẽ do thời tiết như vậy nên thám tử Sêlôccốc cảm thấy khá mệt. Ông quyết định nghỉ làm một ngày để ra ngoại ô câu cá.

Đang thong thả dạo bộ trên con đường nhỏ dẫn đến khu vực đầm câu, thám tử bỗng giật mình vì tiếng chuông điện thoại. Bà Thu, em họ của vợ ông, gọi. Bà kể Văn phòng của con trai bà vừa bị trộm phá cửa, lấy tài sản. Chẳng còn cách nào khác, thám tử Sêlôccôc đành quay trở về thành phố để giúp.

Thám tử tới thẳng địa chỉ bà Thu nói. Trên vỉa hè, một viên cảnh sát đang bảo vệ hiện trường. Mấy nhân viên văn phòng đứng bên cạnh. Anh Trung - con bà Thu - lập tức kể với thám tử:

- Chiều qua, lúc hết giờ làm việc, cháu có yêu cầu 1 nhân viên ở lại để tiếp khách hàng từ tỉnh xa đến. Hôm nay, cháu ghé qua Văn phòng từ lúc trời còn chưa sáng hẳn, định lấy vài thứ rồi lên sân bay đi công tác luôn. Không ngờ, vừa đến nơi thì thấy cửa sổ bị vỡ kính, vết bùn đất bê bết trên sàn nhà, đồ đạc bị lục tung. Một số giấy tờ, tài liệu và ít tiền cháu để trong tủ cá nhân đã bị mất.

- Cháu đã hỏi nhân viên hôm qua ở lại muộn chưa? Cậu ta nói sao?

- Cháu hỏi luôn rồi ạ.

Rồi anh Trung ra hiệu cho một nam thanh niên khác tới bên thám tử.

- Đây là Hùng bác ạ. Chiều qua anh ấy là người về sau cùng.

Thám tử Sêlôccôc hỏi chuyện anh Hùng. Anh Hùng cũng kể lại y như anh Trung đã kể.

Sau đó, thám tử yêu cầu viên cảnh sát cho mình vào bên trong văn phòng.

Vừa đưa mắt quan sát, ông vừa hỏi:

- Từ khi Trung phát hiện vụ phá cửa, đã có ai vào thu dọn, sắp xếp gì chưa hả cháu?

- Chưa ạ. Trong nhà có bác làm thám tử nên cháu cũng biết sơ sơ là cần bảo vệ hiện trường mà bác.

- Theo bác thì chắc phải có ai đó thu dọn một phần hiện trường rồi.

- Ý bác là sao? Cháu chưa hiểu...

- Thế này nhé - thám tử giải thích - Kính cửa sổ bị vỡ. Nếu kẻ trộm đập từ bên ngoài thì

trên nền nhà phải có mảnh vụn. Ở đây tuyệt nhiên không có mảnh nào cả... Như vậy tức là phải có ai đó quét dọn đi.

Anh Trung ngạc nhiên nói:

- Không ạ. Chưa hề có ai vào quét dọn. Lạ thật bác nhỉ!

Thám tử cười:

- Đúng là lạ cháu ạ. Còn một điểm lạ nữa, cũng là bằng chứng chứng tỏ kẻ nào đó đã tạo hiện trường giả để dựng lên vụ trộm này.

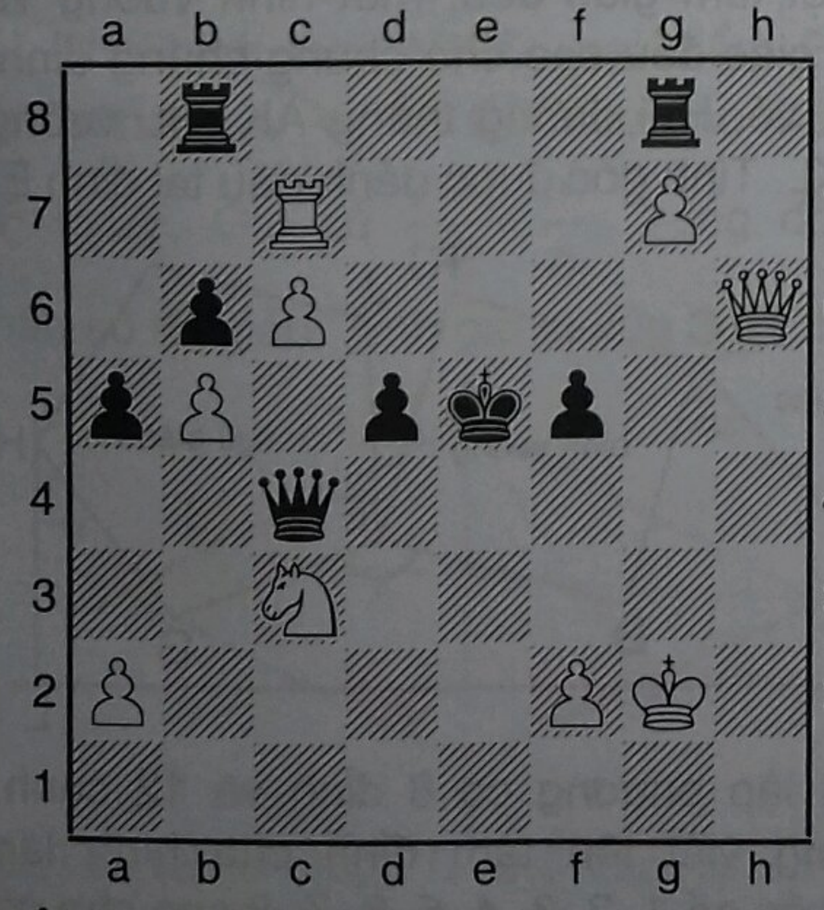
* ***Anh Trung cùng các nhân viên ai nấy đều cau mày, nhăn trán suy nghĩ mà chưa tìm ra bằng chứng thám tử vừa nói.***

***Các thám tử Tuổi Hồng có trợ giúp được không?***



## THẾ CỜ (Kì 100)

Trắng đi trước chiếu hết sau 2 nước.



LÊ THANH TÚ *(Đại kiện tướng Quốc tế)*

**Kết quả** **(TTT2 số 182)**

# Kẻ khả nghi là ai?

Tuy Koala là loài động vật không có ở Việt Nam, nhưng các "thám tử nhí" đã rất tích cực tìm hiểu và qua đó đã đưa ra được đáp án chính xác: Koala là một loài thú chỉ sinh sống ở Châu Úc và khi mới sinh chúng được mẹ cho bú sữa ở trong chiếc túi trước bụng mẹ. Vì thế, những chi tiết mà Bình đưa ra như Koala sống ở Châu Phi, hay chúng nằm trên ngực mẹ để bú ti là sai thực tế. Từ đó, chúng ta có thể nghi ngờ anh chàng này.

Rất tiếc, một số bạn còn khá "ẩu" - chỉ vừa phát hiện được một chi tiết về nơi sinh sống của Koala là đã vội kết luận ngay. Chi tiết Koala sơ sinh nằm trên bụng mẹ để ti đã bị bỏ sót. Những thám tử nhí "nhanh nhảu đoảng" hãy rút kinh nghiệm nhé! Luôn cẩn thận khi gặp một đề bài, kể cả khi bạn nghĩ rằng nó rất dễ nhé.

HONG HA

Phần thưởng kì này sẽ được gửi tới: *Nguyễn Ngọc Huyền Anh*; *Đỗ Thị Hiền Nga*, 6D, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, **Nam Định**; *Trần Hoàng Bách*, 7G, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Đỗ Tú Đạt*, 7A3, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Đỗ Hồng Liên*, 8A3, THCS Trưng Vương, Đại Thịnh, Mê Linh, **Hà Nội**.

**Thám tử Sêlôccôc**

**Kết quả** **(TTT2 số 182)**

## THẾ CỜ (Kì 98)

**1.♕xf7 ♕g6 [1...♖b1+ 2.♔h2] 2.♕g8#**

Các bạn được thưởng kì này: *Nguyễn Thanh Tùng*, 9D, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Trần Bình Minh*, 6A7, THCS Cầu Giấy, **Hà Nội**.

LÊ THANH TÚ

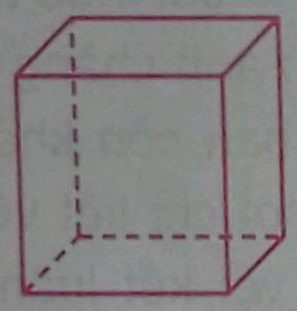
# ĐỀ THI TÌM KIẾM TÀI NĂNG TOÁN HỌC TRẺ VIỆT NAM 2017 LỚP 8 (MYTS)

PHẠM VĂN THUẬN

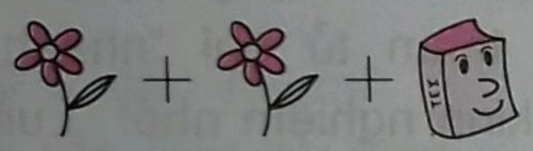
*(Trung tâm Toán và Khoa học Hexagon)*

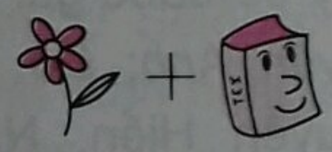
**1.** Biết rằng $x^2 - 3x + 1 = 0$, tính giá trị của $x^4 + \frac{1}{x^4}$.

**2.** Tỉ lệ chiều dài, chiều rộng và chiều cao của một bể chứa nước hình hộp chữ nhật là 1 : 2 : 4. Tổng diện tích của sáu mặt của bể là 112 $m^2$. Tính thể tích của bể.

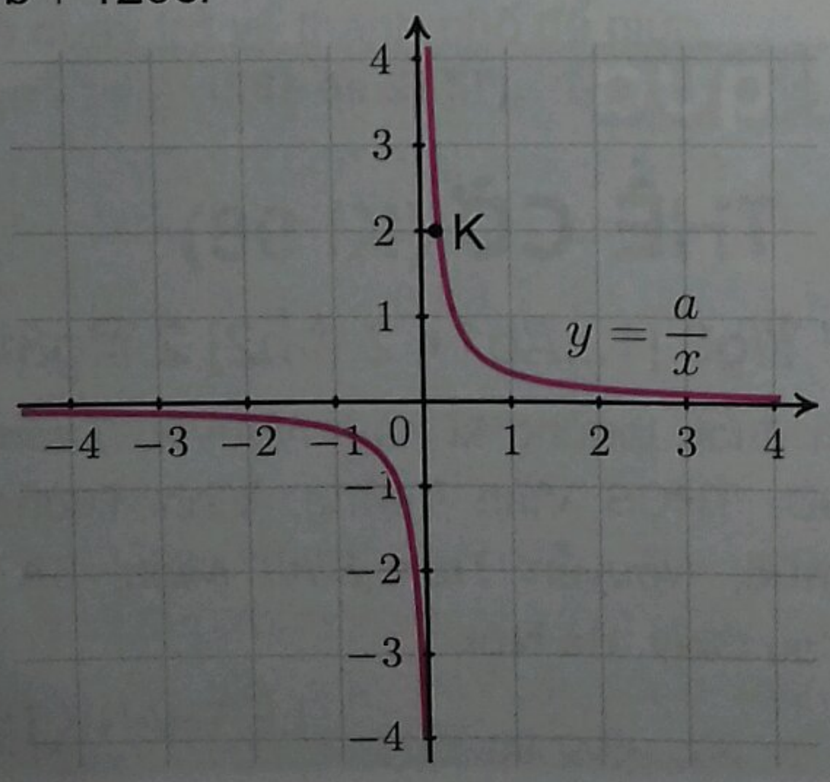


**3.** Biết rằng



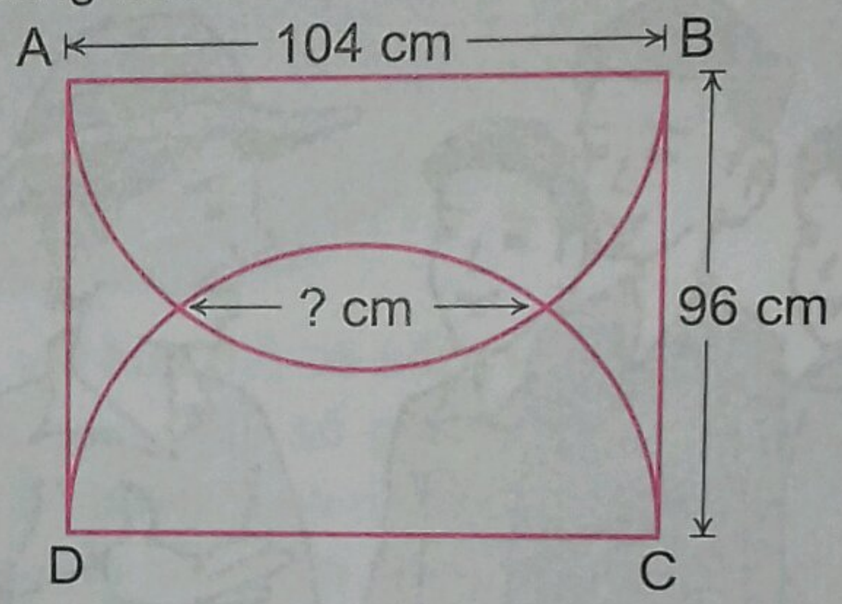
Hỏi  bằng bao nhiêu?

**4.** Các đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{a}{x}$. Biết đồ thị đi qua điểm $K(\frac{1}{6}; 2)$ và điểm (b; c) với $b - 48c = 0$, nằm bên phải trục tung và thuộc đồ thị đó. Tính $b + 120c$.




**5.** Tìm số tự nhiên N nhỏ nhất có bảy chữ số mà không có hai chữ số nào giống nhau, đồng thời N chia hết cho 7 và tổng các chữ số của nó cũng chia hết cho 7.

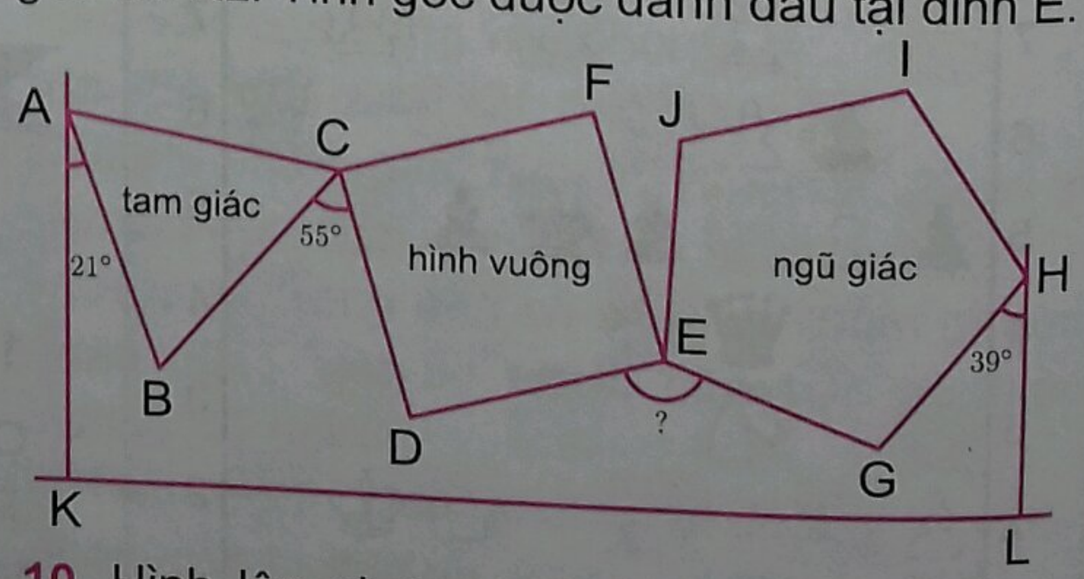
**6.** Hai nửa đường tròn được vẽ trong hình chữ nhật ABCD và cắt nhau tại hai điểm. Biết rằng AB = 104 cm và BC = 96 cm, hỏi khoảng cách giữa hai giao điểm của hai nửa đường tròn bằng bao nhiêu cm?




**7.** Ba số thực x, y, z thỏa mãn điều kiện $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ và $|x - y| = \frac{z^2}{12}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $yz - x$.

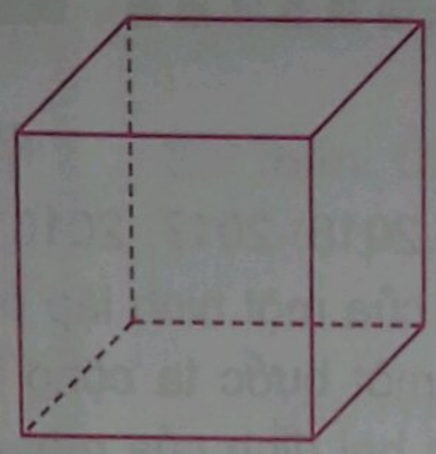
**8.** Tìm số dư khi chia số $2^{2017}$ cho 37.

**9.** Vẽ một tam giác đều, một hình vuông và một ngũ giác đều sao cho chúng chung đỉnh, như hình vẽ. Hai đường thẳng AK, HL vuông góc với KL. Tính góc được đánh dấu tại đỉnh E.

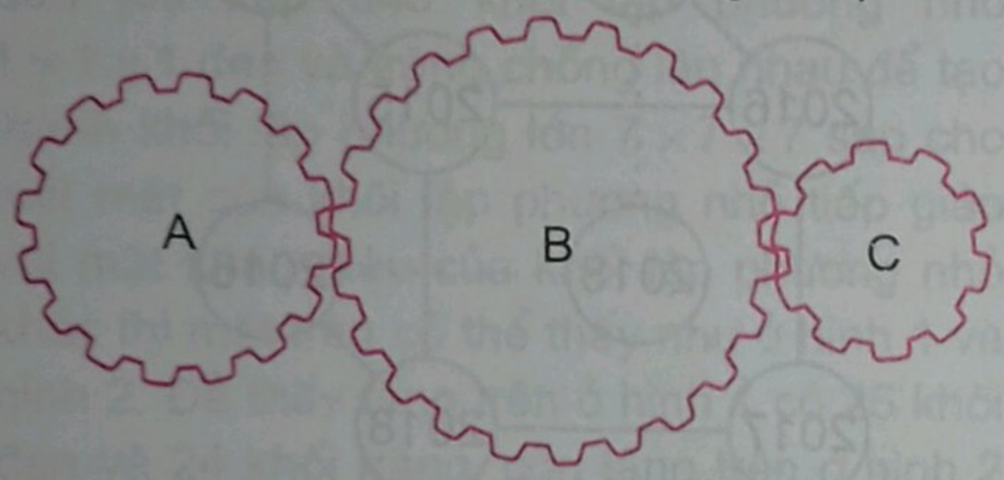



**10.** Hình lập phương có 8 đỉnh và 12 cạnh. Bạn Dũng viết lên tám đỉnh của hình lập phương các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 sao cho có nhiều nhất các cạnh mà tổng hai số tại hai

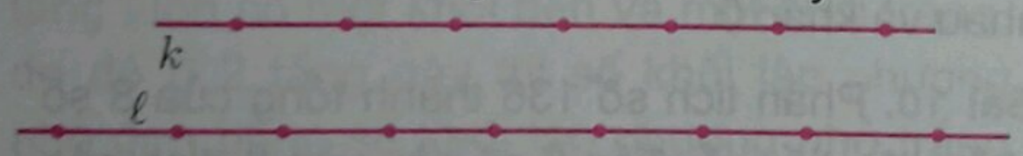
đầu mút của cạnh là một số lẻ. Hỏi có bao nhiêu cạnh như vậy trong cách viết của bạn Dũng?



**11.** Hình dưới vẽ bộ truyền động gồm ba bánh răng. Giả sử rằng bánh A có 16 răng, bánh B có 22 răng, và bánh C có 10 răng. Bánh răng A quay với vận tốc 60 vòng mỗi phút. Hỏi bánh răng C quay bao nhiêu vòng mỗi phút?

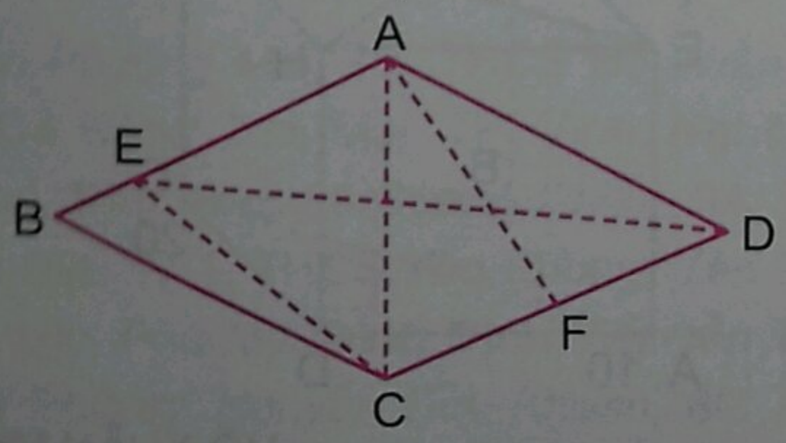



**12.** Cho k và $\ell$ là hai đường thẳng song song. Lấy 7 điểm phân biệt trên đường thẳng k và 9 điểm trên đường thẳng $\ell$. Hỏi có thể vẽ được tất cả bao nhiêu tam giác mà mỗi tam giác có cả ba đỉnh là ba trong số 16 điểm này?



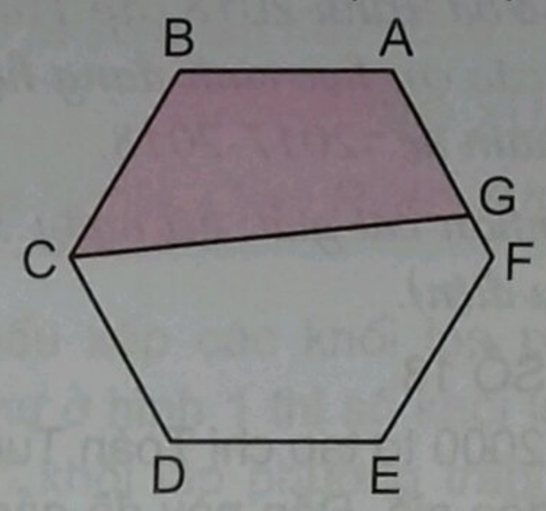

**13.** Tìm hai chữ số tận cùng bên phải của số $(1 + 2 + 3 + ... + 2016 + 2017)^2$.

**14.** Cho hình thoi ABCD, hai điểm E, F lần lượt trên cạnh AB và CD sao cho CE = CA, CF = DF. Giả sử $\frac{AF}{DE} = \frac{m}{n}$, trong đó $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của 3m + 5n.




**15.** Tìm số tự nhiên N nhỏ nhất là một số có ba chữ số, chia hết cho 77 và tất cả các chữ số của N đều là số lẻ.

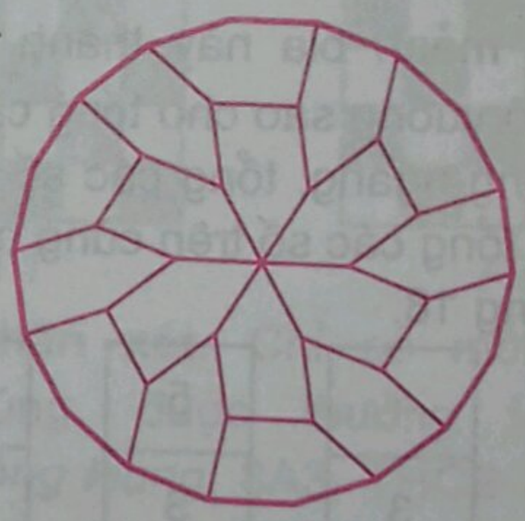
**16.** Trong hình vẽ, ABCDEF là một hình lục giác đều (có sáu cạnh bằng nhau, sáu góc bằng nhau). Điểm G nằm trên cạnh AF sao cho $GF = \frac{2}{5}AF$. Biết diện tích của hình lục giác bằng 120 $cm^2$, tính diện tích phần tô đậm.




**17.** Hỏi trong 100 số tự nhiên liên tiếp thì có nhiều nhất bao nhiêu số nguyên tố?

**18.** Giả sử n là số nguyên, $n \geq 2$. Khi chia $n^2$ cho 10 thì số dư là 1, tìm số dư khi chia $n^2$ cho 20.

**19.** Một đa giác đều được chia thành 18 ngũ giác bằng nhau, như hình vẽ; mỗi ngũ giác có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Gọi k, $\ell$ là số đo hai góc lớn nhất trong một ngũ giác. Tính giá trị $k + \ell$.



**20.** Có chín tấm thẻ, mỗi tấm thẻ ghi một chữ số từ 1 đến 9. Hỏi có bao nhiêu cách chọn bảy tấm thẻ sao cho tổng các số ghi trên thẻ chia hết cho 3?

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

**21.** Từ các số nguyên {1, 2, 3, ... , 99}, ta có thể chọn được nhiều nhất bao nhiêu số nguyên sao cho tổng của hai số bất kì trong các số được chọn không chia hết cho 3?

**22.** Hỏi có bao nhiêu cặp số nguyên dương (x, y) sao cho $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2020}$?

**23.** Tìm số nguyên dương N nhỏ nhất chia hết cho 99 và tất cả các chữ số của N đều chẵn.

**24.** Ba số thực a, b, c thỏa mãn đẳng thức $a^2 + b^2 + c^2 + 4ab = 128$, hỏi giá trị lớn nhất của ab + bc + ca bằng bao nhiêu?

# CUỘC THI VUI SỐ VÀ HÌNH 2018

*Tiếp theo TTT2 số 183*

*Cuộc thi vui Số và Hình 2018 cấp Trung học cơ sở dành cho các em học sinh đang học các lớp 6, 7, 8 và 9 năm học 2017-2018.*

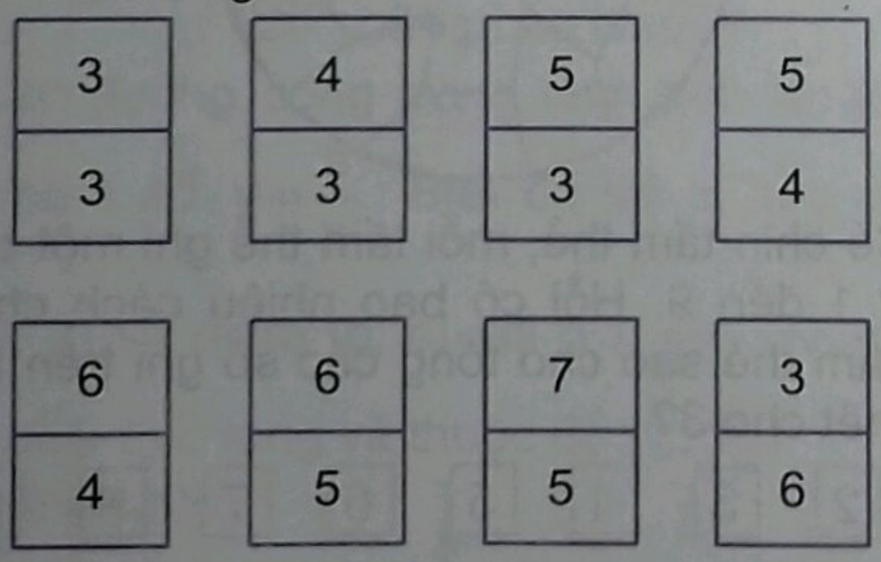
♣ *Thời hạn nhận bài giải: hết ngày 30.7.2018 (theo dấu bưu điện).*

**Bài 6.** CON SỐ 18

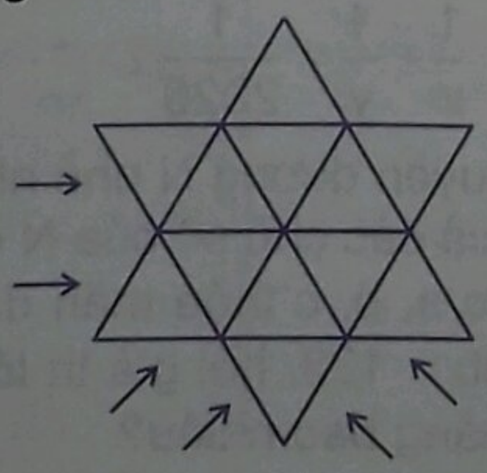
Ngày 25.10.2000 tờ tạp chí Toán Tuổi thơ đầu tiên ra mắt độc giả. Đến nay đã gần 18 năm, tạp chí là một sân chơi bổ ích cho thầy, trò và những người quan tâm đến việc giảng dạy môn toán cho thế hệ trẻ. Chúng ta hãy cùng suy nghĩ bài toán "CON SỐ 18".

Cho 8 mảnh bìa $1 \times 2$ ô vuông, trong mỗi ô vuông có ghi một số có một chữ số (xem hình vẽ).

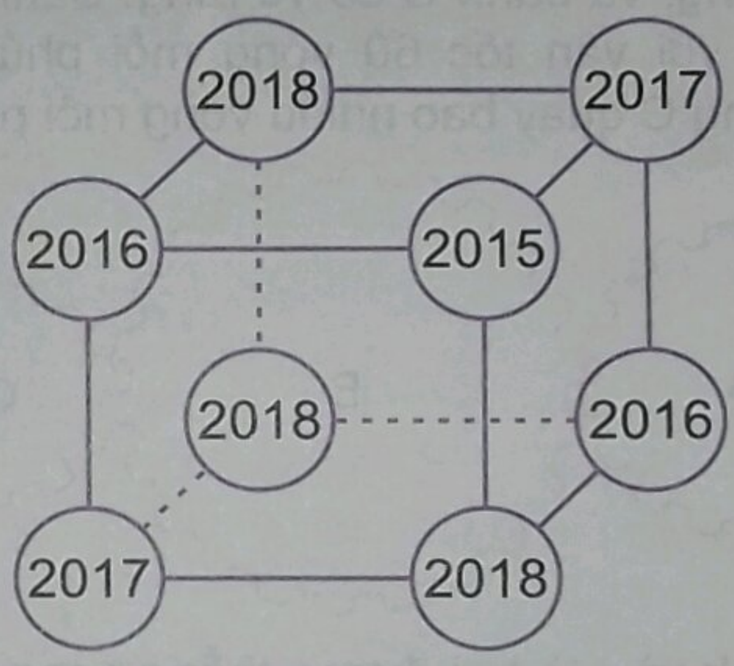
Hãy ghép 8 mảnh bìa này thành một hình vuông $4 \times 4$ ô vuông sao cho tổng các số trên cùng một hàng ngang, tổng các số trên cùng một cột dọc, tổng các số trên cùng một đường chéo đều bằng 18.




**Bài 7.** Hãy điền 12 số nguyên liên tiếp 398, 399, 400, ... , 409 vào các ô tam giác ở hình sao sáu cánh, mỗi ô một số sao cho tổng của năm số dọc theo đường thẳng đã chỉ (hình mũi tên) bằng 2018.



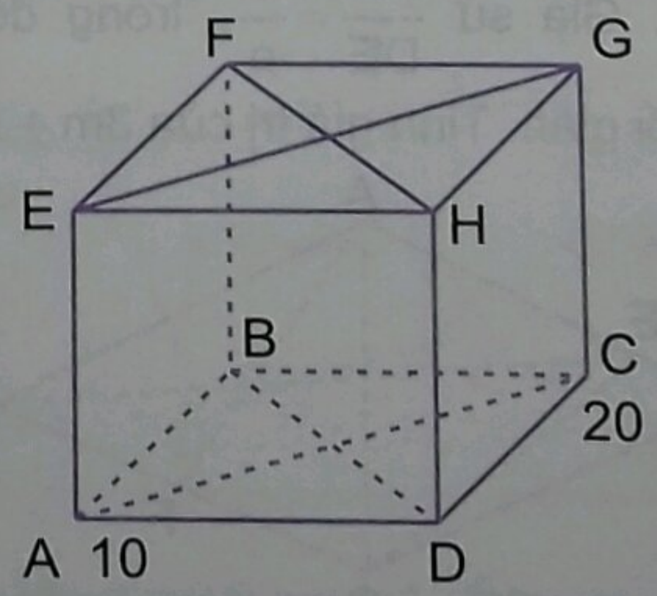
**Bài 8.** Các số 2018, 2017, 2016, 2015 được ghi ở mỗi đỉnh của một hình lập phương. Quy ước rằng sau một bước ta cộng thêm 1 vào mỗi số ghi trên hai đỉnh của một cạnh bất kì. Hỏi sau một số bước như vậy có thể thu được 8 số bằng nhau ở 8 đỉnh hay không?




NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

**Bài 9.** Tìm đẳng thức $9.\overline{abcd} = \overline{eghik}$ trong đó các chữ khác nhau biểu thị các chữ số khác nhau và khác 0.

**Bài 10.** Phân tích số 136 thành tổng của 8 số chẵn liên tiếp rồi điền 8 số này vào 8 đỉnh của một hình lập phương sao cho tổng 4 số của mỗi mặt bên và mỗi mặt đáy, kể cả 2 mặt phẳng AEGC và BFHD, đều bằng nhau, biết rằng số 10; 20 được điền như hình vẽ.




VÕ XUÂN MINH

*(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)*




## Kì này CHẴN HAY LẺ?

**Bài toán.** Cho các số nguyên x, y, z, t, u, v thỏa mãn: $x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = u^2 + v^2$. Hỏi tích xyztuv là số chẵn hay số lẻ?

VÕ XUÂN MINH

*(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)*

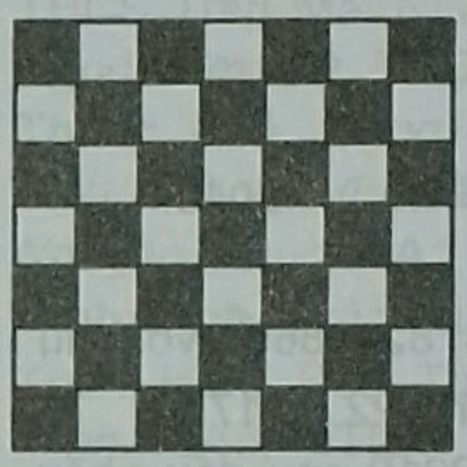
## Kết quả (TTT2 số 182)

## CÓ BAO NHIÊU KHỐI LẬP PHƯƠNG?

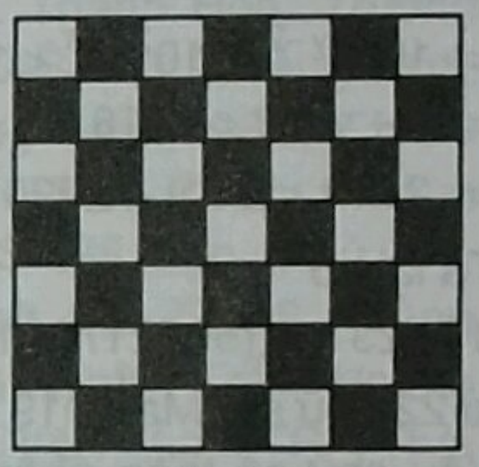
Sau khi xếp 343 khối lập phương nhỏ $1 \times 1 \times 1$ đen và trắng chồng lên nhau để tạo thành khối lập phương lớn $7 \times 7 \times 7$ sao cho mỗi mặt của khối lập phương nhỏ tiếp giáp với mặt khác màu của khối lập phương nhỏ khác thì mặt trên có thể thấy như ở hình 1 và hình 2. Dễ thấy tầng trên ở hình 1 có 25 khối đen và 24 khối trắng, còn tầng trên ở hình 2 có 24 khối đen và 25 khối trắng.

Mỗi tầng của khối lập phương lớn có 49 khối lập phương nhỏ, xét 2 tầng tiếp giáp nhau thì 2 khối lập phương nhỏ tiếp giáp nhau ở 2 tầng luôn có một khối đen và một khối trắng, do đó ở 2 tầng này thì số khối lập phương nhỏ đen bằng số khối lập phương nhỏ trắng và bằng 49. Điều này cũng đúng với 6 tầng dưới cùng.

Như vậy nếu xếp các khối lập phương mà mặt trên như ở hình 1 thì số khối lập phương đen hơn số khối lập phương trắng 1, do đó số khối lập phương đen là $(343 + 1) : 2 = 172$ khối, còn nếu xếp mà mặt trên như ở hình 2 thì số khối lập phương đen là $(343 - 1) : 2 = 171$ khối.



*Hình 1*



*Hình 2*

**Nhận xét.** Chỉ có một bạn giải đúng, được thưởng kì này là *Nguyễn Công Hùng*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

ANH COMPA

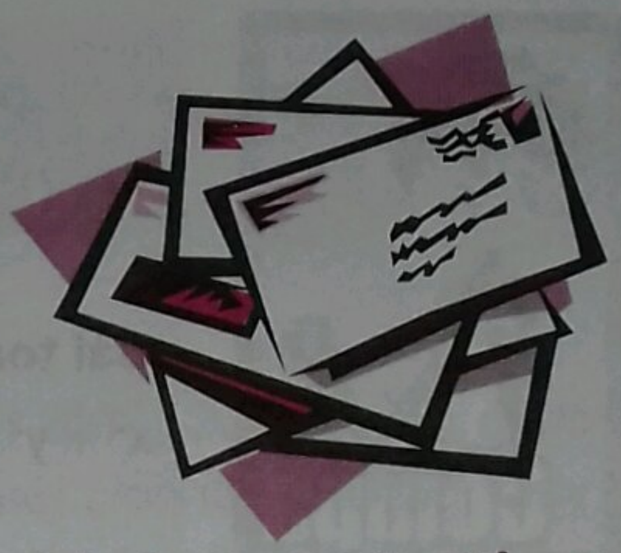
## ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY

*Thi giải toán qua thư*

*Trần Phương Mai*, 7B, THCS Hồ Xuân Hương, Đô Lương; *Nguyễn Hồng Khánh Lâm*, 8E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Trần Đức Ngọc*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Lê Quang Chiến*, 9A, THCS Quang Sơn, TP. Tam Điệp, **Ninh Bình**; *Ngô Gia Đức*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Huỳnh Nguyên Phát*, 6A1, THCS Mỹ Lộc, Phù Mỹ, **Bình Định**; *Nguyễn Tuấn Dương*, 7B5, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Nguyễn Duy Khánh*, 6G, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Trần Hoàng Minh*, 9A5, THCS Chu Văn An, TP. Thái Nguyên, **Thái Nguyên**; *Hà Quang Hưng*, 7A, *Lê Anh Quân*, 6D, THCS Trần Mai Ninh, TP. Thanh Hóa, **Thanh Hóa**.

Kết quả

# Giải toán qua thư



**Bài 1(182).** Tìm chữ số thập phân thứ n sau dấu phẩy của phép chia 13 cho 23, trong đó n là số các chữ số của số được viết liên tiếp bởi hai số $2^{2018}$ và số $5^{2018}$.

**Lời giải.** Giả sử số $2^{2018}$ có x chữ số và số $5^{2018}$ có y chữ số ($x, y \in \mathbb{N}^*$).

Từ đó

$10^{x-1} < 2^{2018} < 10^x; 10^{y-1} < 5^{2018} < 10^y$.

Suy ra $10^{x-1}.10^{y-1} < 2^{2018}.5^{2018} < 10^x.10^y$

$\Rightarrow 10^{x+y-2} < 10^{2018} < 10^{x+y}$

$\Rightarrow x + y - 2 < 2018 < x + y$

$\Rightarrow 2018 < x + y < 2020 \Rightarrow n = x + y = 2019$.

Ta lại có

$13 : 23 = 0,(565217391304347826086 9)$ với chu kì 22 chữ số. Mà 2019 chia cho 22 dư 17.

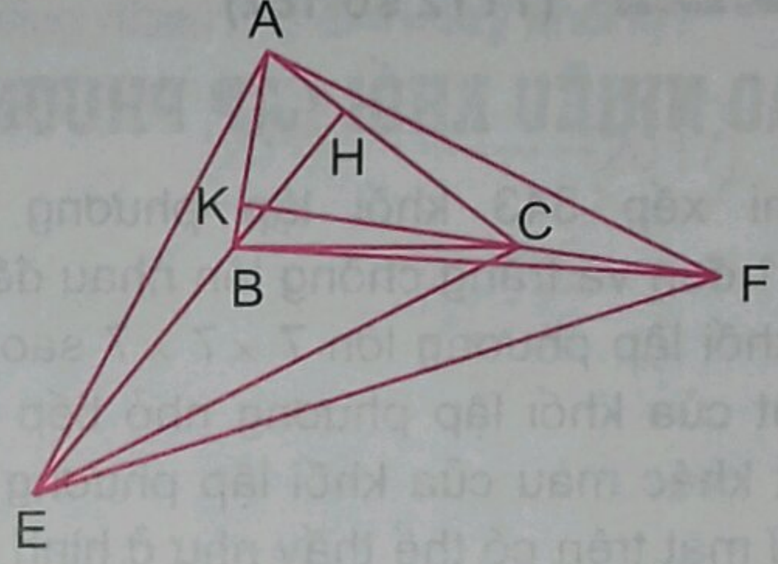
Vậy chữ số thập phân thứ 2019 sau dấu phẩy của phép chia 13 cho 23 là 2.

**Nhận xét.** Nhiều bạn gửi lời giải và có lời giải đúng, các bạn sau được khen kì này: *Ngô Thị An Bình*, 6E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Đậu Nhật Nam, Võ Thành Nam*, 6B; *Trần Thiên Ngân*, 7A, THCS Cao Xuân Huy, Diễn Châu, **Nghệ An**; *Lê Anh Quân*, 6D, THCS Trần Mai Ninh, TP. Thanh Hóa, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Bá Hoàng*, 7E, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì; *Trần Đức Ngọc*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Trịnh Hiền Vinh*, 7B, THCS Sơn Hà, Nho Quan, **Ninh Bình**; *Ngô Gia Đức*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Huỳnh Nguyên Phát*, 6A1, THCS Mỹ Lộc, Phù Mỹ, **Bình Định**; *Nguyễn Tuấn Dương*, 7B5, THCS Chu Văn An, Q. Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Nguyễn Duy Khánh*, 6G, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.

PHÙNG KIM DUNG

**Bài 2(182).** Cho tam giác nhọn ABC có AB < BC < CA. Vẽ các đường cao BH, CK của ΔABC. Trên tia đối của tia BH lấy điểm E sao cho BE = AC, trên tia đối của tia CK lấy điểm F sao cho CF = AB. Hãy so sánh BF và CE.

**Lời giải.**




Ta có $\widehat{ABH} = \widehat{ACK}$ (cùng phụ với $\widehat{BAC}$).

Suy ra $\widehat{ABE} = \widehat{ACF}$, kết hợp với giả thiết BE = AC; CF = AB ta có

ΔABE = ΔFCA (c.g.c). Do đó AE = AF. (1)

Áp dụng tính chất giữa đường xiên và đường vuông góc, ta có AB < BC nên AH < HC, từ đó AE < EC. (2)

Vì BC < AC nên BK < KA, từ đó BF < AF. (2)

Từ (1), (2), (3) suy ra BF < EC.

**Nhận xét.** Các bạn sau có lời giải đúng: *Nguyễn Tuấn Dương*, 7B5, THCS Chu Văn An, Q. Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Trần Anh Vũ, Phùng Đăng Dương, Lương Minh Hiếu*, 7C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì; *Quách Thạch Thảo, Hà Quang Tùng, Trần Đức Ngọc, Trần Quang Đạt*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Trịnh Hiền Vinh*, 7B, THCS Sơn Hà, Nho Quan, **Ninh Bình**; *Hà Quang Hưng*, 7A, THCS Trần Mai Ninh, TP. Thanh Hóa; *Lê Đức Chính, Lê Minh Long*, 7B, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Hoàng Xuân Cẩm Linh*, 7B, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Trần Phương Mai*, 7B, THCS Hồ Xuân Hương, Quỳnh Lưu; *Thái Thành Huy, Lưu Xuân Phúc*, 7A, THCS Cao Xuân Huy, Diễn Châu, **Nghệ An**.

HỒ QUANG VINH

**Bài 3(182).** Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 - 6x^2 + 2y^2 + 15x + 5y = 21 \ (1) \\ x^2 + y^2 + xy - 7x - 6y + 14 = 0. \ (2) \end{cases}$$

**Lời giải.** Ta có

$(2) \Leftrightarrow x^2 + (y-7)x + y^2 - 6y + 14 = 0. \ (3)$

Phương trình (3) có nghiệm khi

$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow 3y^2 - 10y + 7 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq y \leq \frac{7}{3}.$

Ta lại có

$(2) \Leftrightarrow y^2 + (x-6)y + x^2 - 7x + 14 = 0. \ (4)$

Phương trình (4) có nghiệm khi

$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 16x + 20 \leq 0 \Leftrightarrow 2 \leq x \leq \frac{10}{3}.$

Mặt khác

$(1) \Leftrightarrow (x-2)(x^2 - 4x + 7) + (y-1)(2y+7) = 0.$

Vì $x \geq 2$ nên $(x-2)(x^2 - 4x + 7) \geq 0.$

Vì $y \geq 1$ nên $(y-1)(2y+7) \geq 0.$

Suy ra $(x-2)(x^2 - 4x + 7) + (y-1)(2y+7) \geq 0.$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $x = 2; y = 1.$

Thay $x = 2; y = 1$ vào hệ phương trình ban đầu thấy không thỏa mãn.

Vậy hệ phương trình vô nghiệm.

**Nhận xét.** Bản chất bài toán là kết hợp đánh giá nghiệm của hai phương trình đã cho. Các bạn sau có lời giải tốt: *Hoàng Thị Việt Hằng,* 9A THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Nguyễn Hữu Tuấn Nam,* 9A1, THCS Thị trấn Chờ, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Lê Quang Chiến,* 9A, THCS Quang Sơn, Tam Điệp, **Ninh Bình**; *Huỳnh Nguyên Phúc,* 9A1, THCS Mỹ Lộc, Phù Mỹ, **Bình Định**.

BÙI MẠNH TÙNG

**Bài 4(182).** Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $abc = 1$. Chứng minh rằng

$$a+b+c \geq \frac{ab+1}{b+1} + \frac{bc+1}{c+1} + \frac{ca+1}{a+1}.$$

**Lời giải.** Ta có

$$a+b+c \geq \frac{ab+1}{b+1} + \frac{bc+1}{c+1} + \frac{ca+1}{a+1}$$

$$\Leftrightarrow \left(a - \frac{ab+1}{b+1}\right) + \left(b - \frac{bc+1}{c+1}\right) + \left(c - \frac{ca+1}{a+1}\right) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{a-1}{b+1} + \frac{b-1}{c+1} + \frac{c-1}{a+1} \geq 0.$$

$$\Leftrightarrow (a^2-1)(c+1) + (b^2-1)(a+1) + (c^2-1)(b+1) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a^2+b^2+c^2) + (a^2c + b^2a + c^2b)$$

$$\geq 3 + (a+b+c).$$

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$a^2 + 1 + b^2 + 1 + c^2 + 1 \geq 2a + 2b + 2c.$

Mà $a+b+c \geq 3\sqrt[3]{abc} = 3.$

Suy ra $a^2 + b^2 + c^2 \geq a + b + c. \ (1)$

$a^2c + b^2a + c^2b \geq 3\sqrt[3]{a^2c.b^2a.c^2b} = 3. \ (2)$

Từ (1), (2) suy ra

$(a^2+b^2+c^2) + (a^2c + b^2a + c^2b)$

$\geq 3 + (a+b+c).$

Đẳng thức xảy ra khi $a = b = c = 1.$

**Nhận xét.** Có rất nhiều bạn tham gia giải bài và hầu hết các bạn có lời giải đúng. Các bạn sau có lời giải tốt và ngắn gọn: *Hà Quang Hưng*, 7A, THCS Trần Mai Ninh, TP. Thanh Hóa; *Trương Ngọc Tâm*, 8D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hoá**; *Đặng Phương Nam,* 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Huỳnh Nguyên Phúc,* 9A1, THCS Mỹ Lộc, Phù Mỹ, **Bình Định**; *Trần Quốc Anh,* 8B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Trần Hoàng Minh,* 9A5, THCS Chu Văn An, TP. Thái Nguyên, **Thái Nguyên**; *Nguyễn Đăng Khoa,* 9A3, *Đào Nhân Độ, Nguyễn Công Hải, Đặng Quốc Thắng, Trần Anh Tú,* 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Phùng Đăng Dương,* 7C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Trần Phương Mai,* 7B, THCS Hồ Xuân Hương, *Nguyễn Hồng Khánh Lâm,* 8E, THCS Đặng Thai Mai; *Lê Hải Phong, Nguyễn Cảnh Mạnh,* 8B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Phùng Lê Anh Quân,* 9A1, THCS Hải Hoà, TX. Cửa Lò, **Nghệ An**.

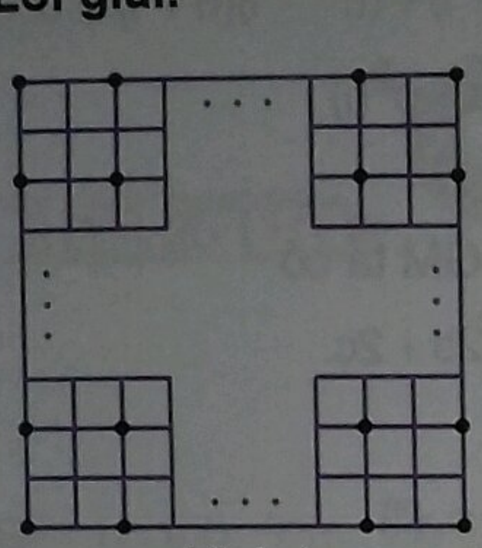
CAO VĂN DŨNG

**Bài 5(182).** Một khu rừng hình vuông với cạnh a mét, được trồng cây theo mạng lưới ô vuông $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$. Trong đó cây được trồng ở đỉnh các ô vuông, kể cả được trồng ở đỉnh và cạnh khu vườn hình vuông. Khi khai thác gỗ, người ta muốn đốn một số cây sao cho từ vị trí cây bị đốn này không nhìn thấy cây bị đốn khác. Hỏi có thể đốn tối đa bao nhiêu cây trong mỗi trường hợp sau:

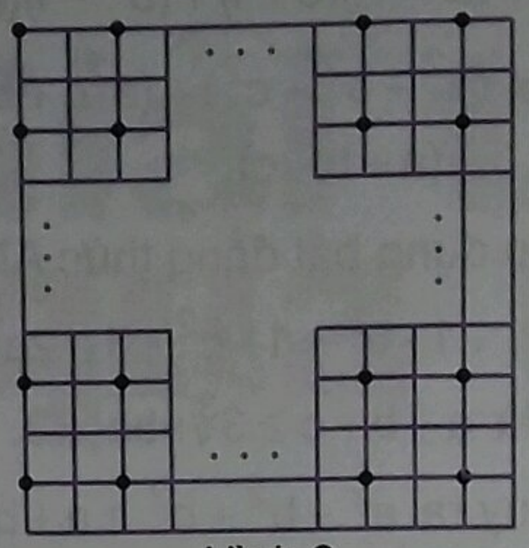
a) $a = 100$;

b) $a = 101$.

**Lời giải.**



*Hình 1*



*Hình 2*

Do sơ suất nên đề bài đăng thiếu một số dữ kiện, mong tác giả và bạn đọc thông cảm. Dữ kiện bổ sung: Đường kính các cây bằng nhau và nhỏ không đáng kể so với khoảng cách giữa các cây, các hình vuông đơn vị cạnh 1 m có cạnh song song hoặc vuông góc với cạnh của khu vườn.

**Nhận xét 1.** Không có 2 cây nào đều bị đốn đứng kề nhau (hai cây cách nhau 1 m).

**Nhận xét 2.** Trong 4 đỉnh của 1 hình vuông cạnh 1 m thì có tối đa 1 đỉnh có cây bị chặt. Do đó ta chia các cây trong khu vườn thành các nhóm gồm 4 cây là 4 đỉnh của hình vuông cạnh 1 m.

a) Với $a = 100$ (ở hình 1 cây bị đốn được biểu thị bằng dấu ●)

Số cây ở mỗi hàng, mỗi cột là $100 + 1 = 101$ (cây). Khi chia như trên thì còn thừa cột cuối cùng và hàng ngoài cùng. Số cây ở hàng và cột thừa đó là 201 cây. Khi đó, số nhóm con là $\left[\frac{101}{2}\right].\left[\frac{101}{2}\right] = 2500$ nhóm.

Số cây có thể đốn tối đa từ hàng và cột thừa là: $\left[\frac{201}{2}\right] + 1 = 101$ (cây).

Vậy số cây bị đốn tối đa trong trường hợp này là $2500 + 101 = 2601$ (cây).

b) Với $a = 101$ (ở hình 2, xét tương tự khi cây bị đốn ở đỉnh khác của khu vườn).

Số cây ở mỗi hàng, mỗi cột là $101 + 1 = 102$ (cây). Khi đó, số nhóm cây là:

$\frac{102}{2}.\frac{102}{2} = 2601$ (cây).

Số cây có thể bị đốn tối đa bằng số nhóm và bằng 2601 cây.

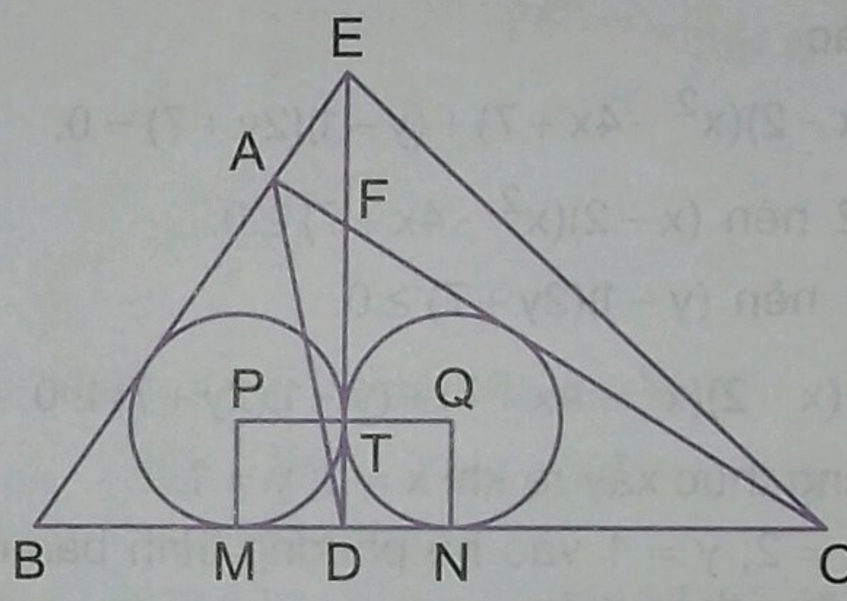
**Nhận xét.** Cách giải khác: Lập luận rằng trong mỗi hình vuông $3\times3$ thì các cây bị đốn là 4 đỉnh của hình vuông $2 \times 2$. Từ đó tính được số cây bị đốn là $(50 + 1)(50 + 1) = 2601$ (cây).

Các bạn sau có lời giải tốt: *Lê Quang Chiến*, 9A, THCS Quang Sơn, TP. Tam Điệp, **Ninh Bình**; *Nguyễn Hồng Khánh Lâm*, 8E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

TRỊNH HOÀI DƯƠNG

**Bài 6(182).** Cho $\Delta ABC$ vuông tại A với $AB < AC$. Giả sử tồn tại hai đường tròn (P) và (Q) có bán kính bằng nhau và tiếp xúc với nhau sao cho đường tròn (P) tiếp xúc với cạnh AB và cạnh BC, đường tròn (Q) tiếp xúc với cạnh AC và cạnh BC. Gọi M, N thứ tự là các tiếp điểm của BC với các đường tròn (P) và (Q). Chứng minh rằng tia phân giác của góc BAC đi qua trung điểm của MN.

**Lời giải.** (Theo lời giải của bạn *Nguyễn Đăng Khoa*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**)




Gọi D là trung điểm của MN; T là tiếp điểm của các đường tròn (P) và (Q); E, F thứ tự là giao điểm của DT với AB, AC và DT.

Vì các đường tròn (P) và (Q) bằng nhau và $DM = DN$ nên DE là tiếp tuyến chung của các đường tròn (P), (Q) và $DE \perp BC$.

Do đó (P), (Q) thứ tự là đường tròn nội tiếp các tam giác DEB, DFC.

Ta có

$\widehat{BED} = \widehat{AEF} = 90° - \widehat{AFE} = 90° - \widehat{CFD} = \widehat{FCD}$.

Suy ra $\Delta DBE \backsim \Delta DFC$ (g.g).

Tỉ số đồng dạng là $\frac{PM}{QN} = 1$.

Suy ra $DE = DC$ và $\widehat{DEA} = \widehat{DEB} = \widehat{DCF} = \widehat{DCA}$.

Do đó tam giác DEC vuông cân tại D và tứ giác ADCE nội tiếp.

Do đó $\widehat{DAC} = \widehat{DEC} = 45^o = \frac{1}{2}\widehat{CAB} = \widehat{DAB}$.

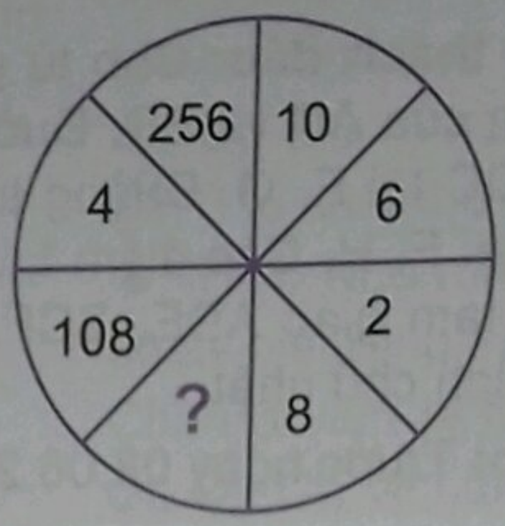
**Nhận xét.** Các bạn sau có lời giải tốt: *Vũ Hải Sơn*, 9A, THCS Kiến Quốc, Kiến Thụy, **Hải Phòng**; *Lê Quang Chiến*, 9A, THCS Quang Sơn, TP. Tam Điệp, **Ninh Bình**; *Huỳnh Đức Nguyên*, 9A1, THCS Mỹ Lộc, Phù Mỹ, **Bình Định**.

NGUYỄN MINH HÀ




## Kì này SỐ NÀO CÒN THIẾU?

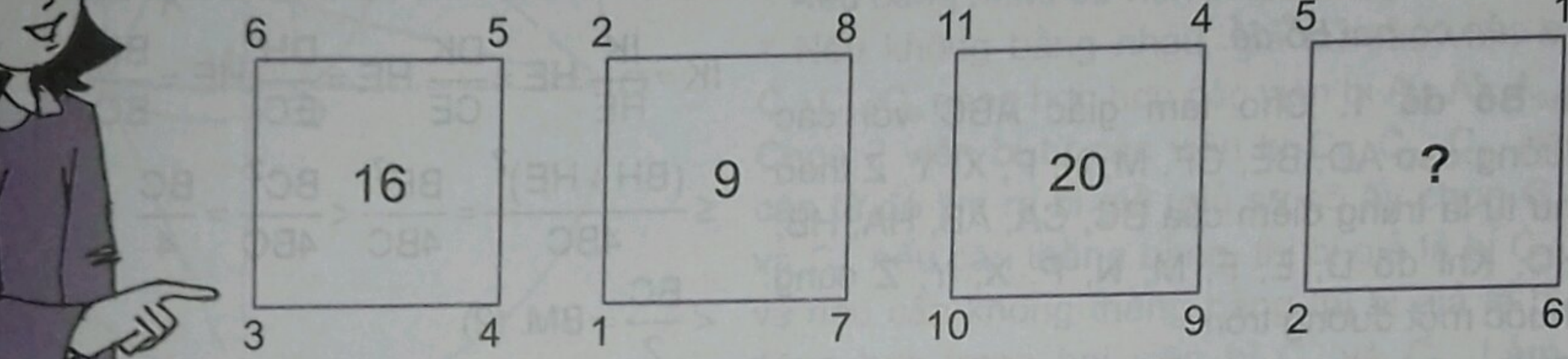
**Bài 1.** Hãy thay dấu ? bằng số thích hợp?








**Bài 2.** Điền số còn thiếu vào dấu ? sao cho hợp lôgic.




NGUYỄN HẠ HÀ UYÊN *(TP. Hồ Chí Minh)*

## Kết quả (TTT2 số 182)

## BẠN ĐIỀN SỐ NÀO?

**Quy luật. Bài 1.** Xét dãy số 10; 15; 23; 31; 41; ...

Ta thấy $10 = 2 + 3 + 5$; $15 = 3 + 5 + 7$;

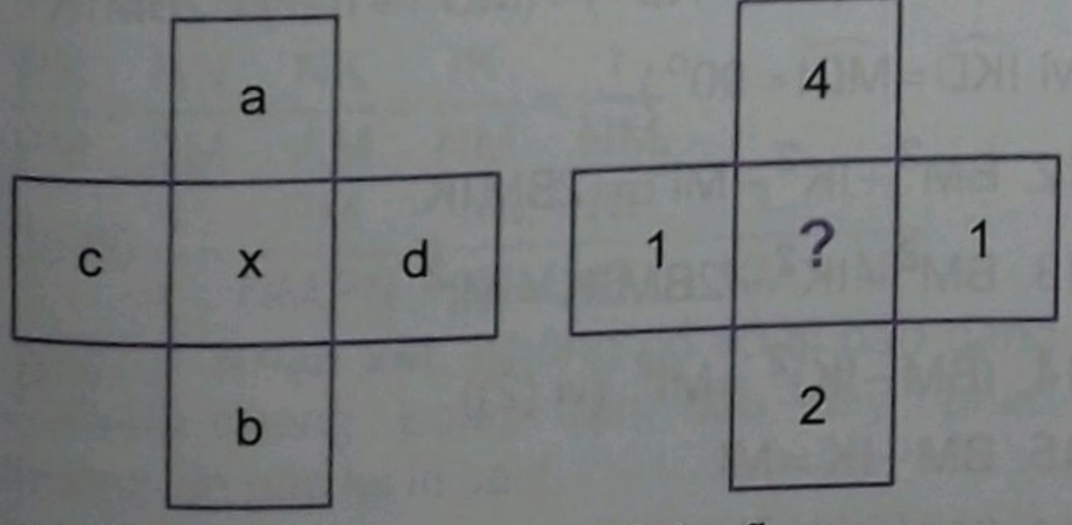
$23 = 5 + 7 + 11$; $31 = 7 + 11 + 13$;

$41 = 11 + 13 + 17$;

Mỗi số hạng của dãy bằng tổng ba số nguyên tố liên tiếp tăng dần, kể từ 2. Vậy số tiếp theo của dãy số là

$13 + 17 + 19 = \mathbf{49}$.

**Bài 2.**




Đặt số ở các ô vuông như hình vẽ.

Ta có $x = \overline{ab} - \overline{cd}$. Như vậy ? $= 42 - 11 = \mathbf{31}$.

**Nhận xét.** Các bạn sau được tuyên dương và được thưởng kì này: *Lê Quang Chiến*, 9A, THCS Quang Sơn, TP. Tam Điệp, **Ninh Bình**; *Đặng Đình Khánh*, 6/2, THCS Lê Văn Thiêm, TP. Hà Tĩnh, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Lê Hưng*, 7D, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.



NGUYỄN XUÂN BÌNH

THÁCH ĐẤU

# TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM NĂM MƯƠI TƯ

**Người thách đấu:** *Nguyễn Thanh Hồng*, GV trường THPT chuyên ĐHSP Hà Nội.

**Bài toán thách đấu:** Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O). P là giao điểm của AC và BD. Đường tròn qua ba điểm A, D, P theo thứ tự cắt AB, DC tại E, G. Đường tròn qua ba điểm B, C, P theo thứ tự cắt AB, CD tại F, H. Các điểm I, J, K, L theo thứ tự là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác ADE, BCF, CBH, DAG. Chứng minh rằng tứ giác IJKL là hình chữ nhật.

**Thời hạn:** Trước ngày 08.06.2018 theo dấu bưu điện.

## Kết quả TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM NĂM MƯƠI BA (TTT2 số 182)

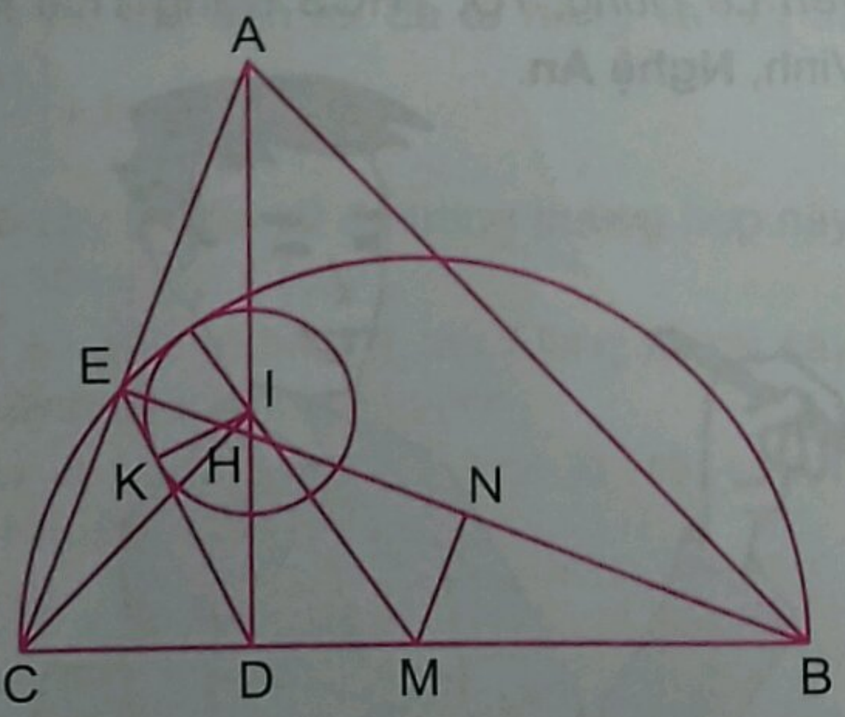
*Ta cần có hai bổ đề.*

● **Bổ đề 1.** Cho tam giác ABC với các đường cao AD, BE, CF. M, N, P, X, Y, Z theo thứ tự là trung điểm của BC, CA, AB, HA, HB, HC. Khi đó D, E, F, M, N, P, X, Y, Z cùng thuộc một đường tròn.

*Phép chứng minh bổ đề trên (đường tròn Euler) rất quen thuộc, bạn đọc tự chứng minh.*

● **Bổ đề 2.** Cho tam giác ABC nhọn, trực tâm H với các đường cao AD và BE. Điểm K thuộc đoạn DE sao cho DK = DH. Đường thẳng qua K vuông góc với DE cắt DA tại I. Khi đó đường tròn đường kính BC tiếp xúc với đường tròn tâm I bán kính IK.

*Chứng minh.*




Gọi M là trung điểm của BC; N là hình chiếu của M trên BE.

Ta có $\Delta DKI \backsim \Delta CEH$; $\Delta BHD \backsim \Delta BCE$. (1)

Từ đó, chú ý rằng $DK = DH$; $BE < BC$, theo bất đẳng thức AM-GM ta có

$$IK = \frac{IK}{HE}.HE = \frac{DK}{CE}.HE = \frac{DH}{EC}.HE = \frac{BH}{BC}.HE$$

$$\le \frac{(BH+HE)^2}{4BC} = \frac{BE^2}{4BC} < \frac{BC^2}{4BC} = \frac{BC}{4}$$

$$< \frac{BC}{2} = BM. \ (2)$$

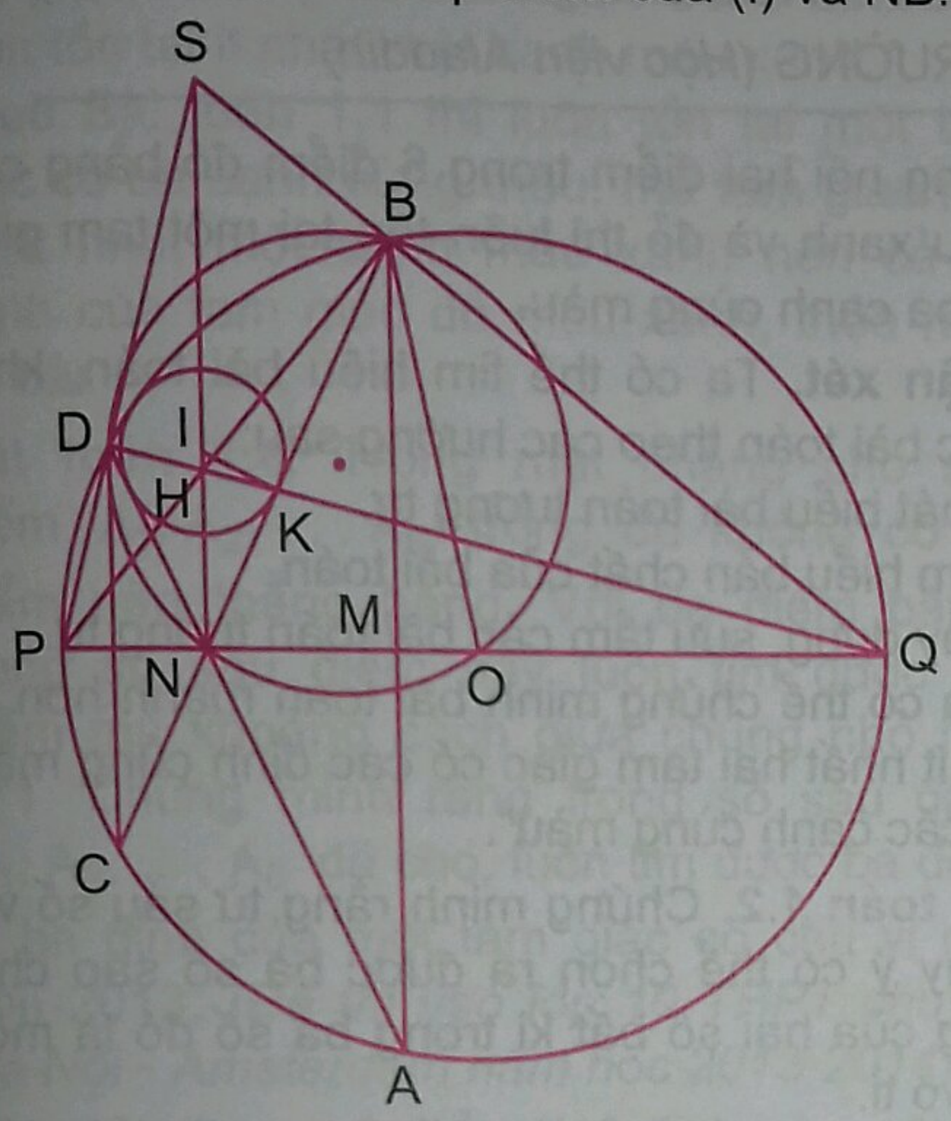
Vậy các điều kiện sau tương đương:

1. $DH = DK$ (đúng).
2. $\frac{DH}{EC} = \frac{DK}{CE}$ (vì (1)).
3. $\frac{BH}{BC} = \frac{IK}{HE}$.
4. $EH.BH = BC.IK$
5. $(EN - HN)(BN + HN) = BC.IK$.
6. $(BN - HN)(BN + HN) = BC.IK$.
7. $BN^2 - HN^2 = BC.IK$ (vì $MN \perp HB$).
8. $BM^2 - HM^2 = BC.IK$ (vì $\widehat{HDM} = 90^\circ$).
9. $BM^2 - HD^2 - MD^2 = BC.IK$ (vì $KD = HD$).
10. $BM^2 - KD^2 - MD^2 = BC.IK$ (vì M là trung điểm của BC).
11. $BM^2 + (ID^2 - KD^2) - (MD^2 + ID^2) = 2BM.IK$ (vì $\widehat{IKD} = \widehat{MDI} = 90^\circ$).
12. $BM^2 + IK^2 - MI^2 = 2BM.IK$.
13. $BM^2 + IK^2 - 2BM.IK = MI^2$.
14. $(BM - IK)^2 = MI^2$ (vì (2)).
15. $BM - IK = MI$.
16. $BM = MI + IK$.

17. Đường tròn đường kính BC tiếp xúc với đường tròn tâm I bán kính IK.

*Trở lại giải bài toán thách đấu.*

Gọi Q là giao điểm thứ hai của OP và (O); S là giao điểm của PD và QB; H là giao điểm của PB và QD; K là tiếp điểm của (I) và NB.




Dễ thấy H là trực tâm của tam giác SPQ.

Do đó $SH \perp PQ$. (4)

Dễ thấy NI, PQ theo thứ tự là phân giác trong và phân giác ngoài của $\Delta BND$.

Do đó $NI \perp PQ$. (5)

Dễ thấy $\overset{\frown}{BOD} = 2\overset{\frown}{BAD} = \overset{\frown}{BND}$.

Do đó tứ giác BDNO nội tiếp.

Từ đó, chú ý rằng $PB \perp SQ; QD \perp SP;$ $OP = OQ$. Theo bổ đề 1, suy ra $SN \perp PQ$. (6)

Từ (4), (5) và (6) suy ra N, H, I cùng thuộc một đường thẳng và đường thẳng đó vuông góc với PQ.

Do đó, theo bổ đề 2, $NK = NH$.

Từ đó, chú ý rằng NH // MB và $\widehat{INK} = \widehat{IND} = \widehat{NAB} = \widehat{NBM}$, suy ra $\Delta IKN \backsim \Delta NMA$ nên có

$$\frac{PN}{PM} = \frac{HN}{BM} = \frac{NK}{AM} = \frac{IK}{NM} = \frac{r}{NM}.$$

Do đó $\frac{1}{r} = \frac{PM}{NM.PN} = \frac{NM + NP}{NM.NP} = \frac{1}{NM} + \frac{1}{NP}$.

**Nhận xét.** Không có võ sĩ nào đăng quang trong trận đấu này, phần thưởng xin gác lại kì sau.

NGUYỄN MINH HÀ

# LỜI GIẢI ĐỀ THI ...

*(Tiếp theo trang 9)*

**10.** Jane cần phải chia 12 viên bi thành 3 nhóm: Nhóm A ($A_1$, $A_2$, $A_3$, $A_4$), nhóm B ($B_1$, $B_2$, $B_3$, $B_4$), nhóm C ($C_1$, $C_2$, $C_3$, $C_4$). Cô ấy bắt đầu cân nhóm A và nhóm B.

● TH1. Nhóm A nhóm B nặng như nhau, thì cô ấy biết rằng trong nhóm C có viên bi giả. Chọn 3 viên bi từ nhóm C (giả sử rằng chọn $C_1$, $C_2$, $C_3$) và cân với 3 viên bi thật (giả sử $A_1$, $A_2$, $A_3$).

* Nếu bằng nhau thì viên bi giả là $C_4$.

* Nếu không bằng nhau, giả sử các viên bi $C_1$, $C_2$, $C_3$ nặng hơn hơn các viên bi $A_1$, $A_2$, $A_3$. Chọn 2 viên bi từ các viên bi $C_1$, $C_2$, $C_3$ và cân từ đó tìm ra bi giả (giả sử cô ấy chọn $C_1$ và $C_2$, nếu cân thăng bằng, thì bi giả là bi $C_3$, và nếu cân không thăng bằng thì bi giả là bi nặng hơn trong hai viên bi $C_1$ và $C_2$. Làm tương tự nếu có một bi giả nhẹ hơn.

● TH2. Nhóm A và nhóm B không bằng nhau thì nhóm C là thật. Giả sử nhóm A nặng hơn nhóm B.

Lần cân thứ 2, cô ấy cân $C_1$, $C_2$, $C_3$, $B_4$ và $B_1$, $B_2$, $B_3$, $A_4$.

+ Nếu cân thăng bằng thì trong $A_1$, $A_2$, $A_3$ có viên bi giả, từ đó tìm được bi giả ở lần cân thứ 3 (tương tự như cân $C_1$, $C_2$, $C_3$ ở TH1).

+ Nếu $C_1$, $C_2$, $C_3$, $B_4$ nhẹ hơn $B_1$, $B_2$, $B_3$, $A_4$ thì nhóm B là nhẹ và nhóm A là nặng nên $A_4$ hoặc $B_4$ là bi giả. Ở lần cân thứ 3 chọn bi $C_1$ cân với $A_4$, nếu cân thăng bằng thì $B_4$ là bi giả và nhẹ hơn, nếu cân không thăng bằng thì $A_4$ là bi giả và nặng hơn.

+ Nếu $B_1$, $B_2$, $B_3$, $A_4$ nhẹ hơn thì cô ấy biết rằng một trong các viên bi $B_1$, $B_2$, $B_3$ nhẹ hơn và ở lần cân thứ 3 thì xác định được viên bi giả (tương tự như khi cân $C_1$, $C_2$, $C_3$ ở TH1).

Vậy trong các trường hợp chỉ cần 3 lần cân là đủ để xác định được viên bi nào là giả và nặng hơn hay nhẹ hơn bi thật.

**Ghi chú.** *Bạn đọc có thể xem thêm lời giải bài* ***Có cân được không?*** *đăng trên TTT2 số 171.*

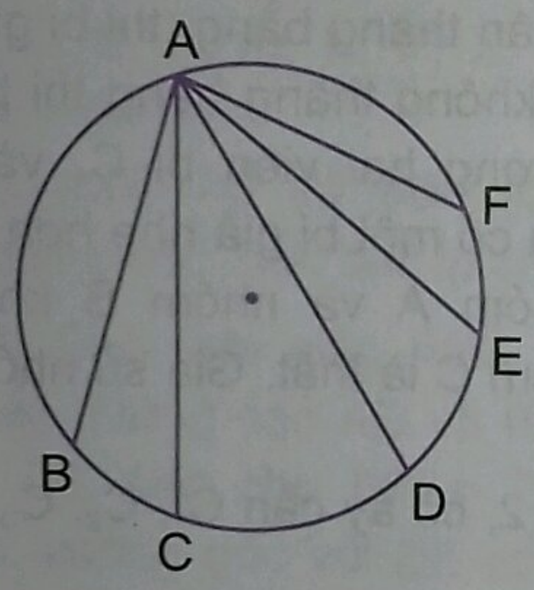



# MỞ RỘNG VÀ KHAI THÁC MỘT SỐ BÀI TOÁN TỔ HỢP

ThS. TRỊNH HOÀI DƯƠNG *(GV. THCS Giảng Võ, Ba Đình, Hà Nội)*
ThS. LÊ ĐÌNH TRƯỜNG *(Học viện Aladdin)*

**Bài toán 1.** Trên đường tròn cho 16 điểm được tô một trong ba màu xanh, đỏ hoặc vàng (mỗi điểm một màu). Mỗi đoạn thẳng nối giữa hai điểm trong 16 điểm trên được tô màu tím hoặc nâu (mỗi đoạn thẳng một màu). Chứng minh rằng: với mỗi cách tô màu, ta luôn chọn được một tam giác có ba đỉnh cùng màu và ba cạnh cùng màu. *(Đề thi vào lớp 10 THPT chuyên Khoa học tự nhiên Hà Nội năm học 1997-1998)*

**Lời giải.**




Trên đường tròn có 16 điểm được tô bởi 3 màu nên theo nguyên lí Dirichlet có ít nhất $\left[\frac{16}{3}\right]+1=6$ điểm cùng màu.

Giả sử 6 điểm đó là A, B, C, D, E, F cùng màu đỏ.

Nối AB, AC, AD, AE, AF được 5 đoạn thẳng tô bởi hai màu nên theo nguyên lí Dirichlet thì có ít nhất $\left[\frac{5}{2}\right]+1=3$ đoạn thẳng cùng màu.

Giả sử AB, AC, AD có cùng màu nâu.

- Nếu một trong ba đoạn BC, BD hoặc CD có màu nâu, chẳng hạn BD thì chọn được $\Delta ABD$.
- Nếu cả ba đoạn BC, BD và CD được tô màu tím, thì chọn được $\Delta BCD$.

*Trong chứng minh trên ta đã chuyển bài toán 1 về bài toán 1.1 đơn giản hơn như sau:*

**Bài toán 1.1.** Xét 6 đỉnh A, B, C, D, E và F của một lục giác lồi. Ta tô màu các đoạn thẳng nối hai điểm trong 6 điểm đó bằng các màu xanh và đỏ thì luôn tồn tại một tam giác có ba cạnh cùng màu.

**Nhận xét.** Ta có thể tìm hiểu bài toán, khai thác bài toán theo các hướng sau:

- Phát biểu bài toán tương tự.
- Tìm hiểu bản chất của bài toán.
- Xây dựng, sưu tầm các bài toán tương tự.
- Ta có thể chứng minh bài toán mạnh hơn là "có ít nhất hai tam giác có các đỉnh cùng màu và các cạnh cùng màu".

**Bài toán 1.2.** Chứng minh rằng từ sáu số vô tỉ tùy ý có thể chọn ra được ba số sao cho tổng của hai số bất kì trong ba số đó là một số vô tỉ.

**Lời giải.** Ta coi 6 số vô tỉ đó là 6 đỉnh của một lục giác lồi. Nếu 2 đỉnh có tổng là một số vô tỉ thì ta tô cạnh nối 2 đỉnh đó màu xanh, nếu 2 đỉnh có tổng là một số hữu tỉ thì ta tô cạnh nối 2 đỉnh đó màu đỏ.

- TH1. Tồn tại một tam giác có ba cạnh được tô màu xanh thì ba đỉnh của tam giác đó là ba số vô tỉ cần tìm.
- TH2. Tồn tại một tam giác có ba cạnh được tô màu đỏ, giả sử ba đỉnh của tam giác đó là a, b, c. Ta đặt $p=a+b$; $q=b+c$; $r=c+a$ khi đó p, q, r là các số hữu tỉ. Suy ra $a=\frac{p+r-q}{2}$ là số hữu tỉ (mâu thuẫn với giả thiết a là số vô tỉ).

Vậy luôn tồn tại ba số a, b, c sao cho ba số $a+b$, $b+c$, $c+a$ đều là số vô tỉ.

**Bài toán 1.3.** Cho sáu số nguyên thỏa mãn cứ ba số bất kì trong sáu số đó luôn có hai số mà số này chia hết cho số kia hoặc ngược lại. Chứng minh rằng trong sáu số đó luôn tồn tại ba số a, b, c mà a chia hết cho b và b chia hết cho c.

**Lời giải.** Ta coi 6 số nguyên là 6 đỉnh của một lục giác lồi. Nếu 2 đỉnh a, b mà a chia hết cho b hoặc b chia hết cho a thì ta tô cạnh

nối 2 đỉnh đó màu xanh, nếu 2 đỉnh a, b mà a không chia hết cho b và b không chia hết cho a thì ta tô cạnh nối 2 đỉnh đó màu đỏ. Vì 3 số bất kì trong 6 số luôn tồn tại 2 số mà số này chia hết cho số kia hoặc ngược lại suy ra trong một tam giác bất kì tạo bởi 6 đỉnh trên luôn tồn tại ít nhất một cạnh màu xanh.

Theo Bài toán 1.1 thì luôn tồn tại một tam giác có ba cạnh cùng màu, mà tam giác này có ít nhất một cạnh màu xanh nên cả ba cạnh của tam giác đó màu xanh, thỏa mãn đề bài.

**Bài toán 1.4.** Trong mặt phẳng cho sáu điểm $A_1, A_2, \dots, A_6$ trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Với ba điểm bất kì trong số sáu điểm này luôn tìm được hai điểm mà khoảng cách giữa chúng nhỏ hơn 671. Chứng minh rằng trong số sáu điểm $A_1, A_2, \dots, A_6$ đã cho, luôn tìm được ba điểm là ba đỉnh của một tam giác có chu vi nhỏ hơn 2013. *(Đề thi vào lớp 10 THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam năm học 2013-2014).*

**Lời giải.** Ta coi 6 điểm là 6 đỉnh của một lục giác lồi. Nếu 2 đỉnh $A_i, A_j$ mà $A_iA_j < 671$ thì ta tô cạnh nối 2 đỉnh đó màu xanh, nếu 2 đỉnh $A_i, A_j$ mà $A_iA_j \geq 671$ thì ta tô cạnh nối 2 đỉnh đó màu đỏ. Vì 3 điểm bất kì trong số 6 điểm này luôn tìm được hai điểm mà khoảng cách giữa chúng nhỏ hơn 671 suy ra trong một tam giác bất kì tạo bởi 6 điểm trên luôn tồn tại ít nhất một cạnh màu xanh.

Lập luận tương tự Bài toán 1.3 suy ra tồn tại một tam giác có ba cạnh được tô màu xanh nên tam giác đó có 3 cạnh đều nhỏ hơn 671, tức là chu vi của tam giác đó nhỏ hơn 2013.

**Bài toán 1.5.** Có 17 nhà bác học viết thư cho nhau, mỗi người viết thư cho những người còn lại bàn về 3 chủ đề (mỗi cặp nhà bác học chỉ thảo luận với nhau một chủ đề). Chứng minh rằng có ít nhất 3 nhà bác học thảo luận cùng một chủ đề. *(IMO 1964)*

**Lời giải.** Ta coi 17 nhà bác học là 17 điểm trên một đường tròn. Các cạnh nối hai điểm trong 17 điểm đó được tô bởi một trong 3 màu xanh, đỏ, vàng tương ứng với ba chủ đề. Ta cần chứng minh rằng tồn tại 3 điểm mà các cạnh được nối với nhau bởi cùng một màu (Từ đây lập luận tương tự Bài toán 1 khi thay thế điểm bằng đoạn thẳng).

Kí hiệu một điểm là A. Vì A nối với 16 điểm còn lại bởi một trong ba màu nên theo nguyên lí Dirichlet tồn tại 6 điểm nối với A bởi cùng một màu. Giả sử 6 điểm đó là B, C, D, E, F, G nối với A bởi màu xanh.

Nếu trong 6 điểm có 2 điểm nối với nhau bởi màu xanh, giả sử là B, C thì 3 điểm A, B, C được nối với nhau cùng một màu.

Nếu trong 6 điểm không có 2 điểm nào nối với nhau bởi màu xanh. Suy ra trong 6 điểm B, C, D, E, F, G các cạnh được nối với nhau bởi 2 màu đỏ và vàng, khi đó tồn tại 3 điểm mà các cạnh được nối với nhau bởi một màu.

Vậy trong 17 điểm luôn tồn tại 3 điểm mà các cạnh được nối với nhau bởi cùng một màu hay là luôn tồn tại ba nhà bác học trao đổi với nhau về cùng một chủ đề.

*Các bạn hãy giải các bài toán tương tự sau nhé.*

**Bài toán 1.6.** Chứng minh rằng trong sáu người bất kì luôn tồn tại ba người đôi một quen nhau hoặc đôi một không quen nhau.

**Bài toán 1.7.** Cho n thành phố, biết rằng cứ ba thành phố bất kì luôn tồn tại hai thành phố không có đường đi trực tiếp và hai thành phố có đường đi trực tiếp. Tìm số đường đi lớn nhất nối hai thành phố trong các thành phố trên.

**Bài toán 1.8.** Cho 6 điểm trên mặt phẳng trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng và khoảng cách giữa các cặp điểm là các số khác nhau. Ta nối hai điểm bởi một đoạn thẳng. Chứng minh rằng trong các đoạn thẳng thu được, có một đoạn thẳng là cạnh dài nhất của một tam giác có 3 đỉnh là 3 trong 6 điểm đã cho và cũng là cạnh ngắn nhất của một tam giác khác có 3 đỉnh là 3 trong 6 điểm đã cho. *(Đề thi vào lớp 10 THPT chuyên KHTN Hà Nội năm học 2000-2001)*

**Bài toán 1.9.** Trong một nhóm có n thành viên mà cứ ba người bất kì đều có hai người quen nhau và hai người không quen nhau. Chứng minh có thể xếp cả nhóm vào một bàn tròn để mỗi người ngồi cạnh nhau đều quen nhau.

*(Kì sau đăng tiếp)*

**63 ô cửa**

**LTS:** *Từ số 1/9 của năm học 2017 - 2018, Toán Tuổi thơ mở chuyên mục **63 ô cửa** để nói về đất nước, con người Việt Nam. Hiểu để thêm yêu đất nước và phấn đấu lớn lên xây dựng non sông gấm vóc ngày càng tươi đẹp hơn.*

***Nhân kỉ niệm 64 năm chiến thắng Điện Biên Phủ (7/5/1954 - 7/5/2018)***

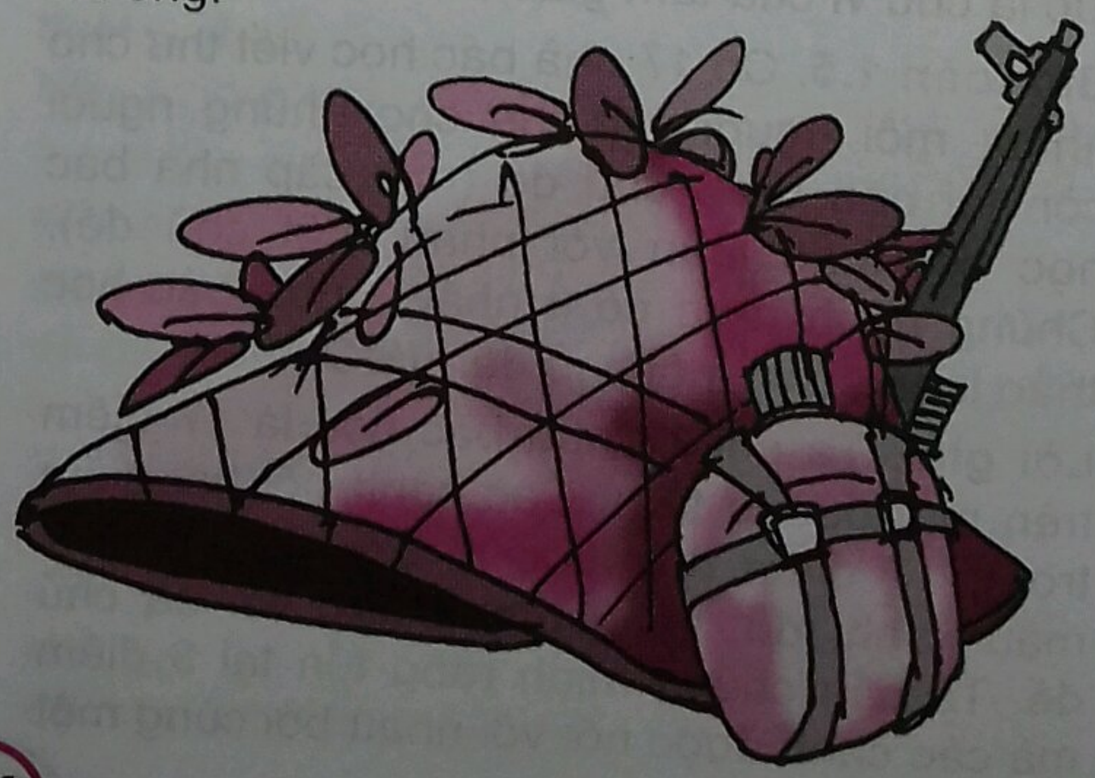
# Bảo tàng "mũ lưới"

PHAN HƯƠNG

Chiếc mũ với tấm lưới sợi bọc bên ngoài để cài lá ngụy trang là hình ảnh đã được khắc sâu trong trí nhớ và tình cảm của nhiều thế hệ cha ông chúng ta. Chiếc mũ lưới giản dị, thân quen nhưng rất đỗi tự hào đó của "Anh bộ đội Cụ Hồ" đã được các kiến trúc sư đưa vào thiết kế của tòa nhà chính trong Bảo tàng Chiến thắng lịch sử Điện Biên Phủ (TP. Điện Biên, tỉnh Điện Biên). Đến thăm bảo tàng này, tận mắt nhìn thấy tòa nhà hình nón cụt với những ô hình quả trám như tấm lưới "trùm" lên bên ngoài, bạn sẽ hiểu vì sao mọi người lại gọi vui là Bảo tàng "mũ lưới".

Không chỉ vậy, đến tham quan công trình hoành tráng và trang trọng này, bạn còn được ngắm nhìn hàng nghìn hiện vật cùng rất nhiều bức ảnh tư liệu quý giá. Tất cả đều gắn liền với những sự kiện của 9 năm kháng chiến bền bỉ và của chiến dịch Điện Biên Phủ thần kì. Đặc biệt, những hiện vật và hình ảnh của "***56 ngày đêm khoét núi, ngủ hầm, mưa dầm, cơm vắt/ Máu trộn bùn non/ Gan không núng/ Chí không mòn***" được Bảo tàng khắc họa rất sâu đậm, khiến người xem vô cùng cảm phục và xúc động. Những hiện vật, kỉ vật vô giá trong Bảo tàng đã tái hiện công cuộc mở đường, kéo pháo, gánh gạo, thồ hàng của cha ông ta, tái hiện những tấm gương hi sinh của các anh hùng: Tô Vĩnh Diện, Bế Văn Đàn, Phan Đình Giót và nhiều anh hùng chiến sĩ khác, giúp chúng ta như được trở lại những năm tháng tột cùng khó khăn nhưng rất đỗi hào hùng "***Kháng chiến ba nghìn ngày không nghỉ***", để rồi chúng ta thêm hiểu và tự hào "***Chín năm làm một Điện Biên/ Nên vành hoa đỏ, nên thiên sử vàng***".

Cùng với các di tích lịch sử khác như Nghĩa trang liệt sĩ Điện Biên Phủ, Đồi A1, Hầm Đờ Cát v.v... Bảo tàng Chiến thắng lịch sử Điện Biên Phủ thực sự là nơi lưu giữ những kí ức vô giá của dân tộc, nơi mà mỗi người nên đến để kính cẩn nghiêng mình trước những kì tích của cha ông.






# SAI PHÂN PHÁP TRONG Ý TRAI TOÁN PHÁP NHẤT ĐẮC LỤC

TẠ DUY PHƯỢNG *(Viện Toán học, Hà Nội)*,
ĐOÀN THỊ LỆ *(Đại học Thanh Hoa, Đài Loan)*,
CUNG THỊ KIM THÀNH, PHAN THỊ ÁNH TUYẾT

*(Tiếp theo TTT2 số 183)*

## Dạng 4. Toán tổng hợp về chia tỉ lệ

**Bài 4.1.** Có số tiền là 1 quán 1 mạch 30 văn, chia cho ba nhóm, nhóm Giáp 7 người, mỗi người nhận nhiều hơn mỗi người nhóm Ất 8 văn; nhóm Ất 8 người, mỗi người nhận nhiều hơn mỗi người nhóm Bính 7 văn; nhóm Bính 9 người, nhận bằng nhau. Hỏi mỗi nhóm được nhận bao nhiêu?

**Giải.** 1 quán 1 mạch 30 văn = 690 văn.

Gọi x là số tiền mỗi người nhóm Bính được nhận. Nhóm Bính nhận 9x văn; nhóm Ất nhận 8(x + 7) văn; nhóm Giáp nhận 7(x + 15) văn.

Tổng số tiền của ba nhóm là:

$7(x + 15) + 8(x + 7) + 9x = 690 \Leftrightarrow x = 22$ dư 1 văn. Vậy mỗi người nhóm Bính nhận 22 văn, cả nhóm Bính nhận 198 văn; mỗi người nhóm Ất nhận 29 văn, cả nhóm Ất nhận 232 văn; mỗi người nhóm Giáp nhận 37 văn, cả nhóm Ất nhận 259 văn. Thừa 1 văn.

**Bài 4.2.** Có số tiền 77 quán 1 mạch, chia cho ba nhóm. Nhóm Giáp 72 người, mỗi người nhận nhiều hơn mỗi người nhóm Ất 50 văn; nhóm Ất 73 người, mỗi người nhận nhiều hơn mỗi người nhóm Bính 30 văn; nhóm Bính 74 người, trong đó có 4 người nhận $\frac{5}{8}$ phần. Hỏi mỗi nhóm nhận bao nhiêu?

**Giải.** 77 quán 1 mạch = 46260 văn.

Gọi số tiền mỗi người trong nhóm Bính nhận là x văn. Vậy có 70 người nhận số tiền là x, còn 4 người nhận số tiền là $\frac{5}{8}$x. Mỗi người nhóm Ất nhận là x + 30; mỗi người nhóm Giáp nhận là x + 30 + 50 = x + 80 văn.

Tổng số tiền của cả ba nhóm là

$$\left(70x + 4 \times \frac{5}{8}x\right) + 73(x + 30) + 72(x + 80) = 46260.$$

$\Leftrightarrow 435x = 76620 \Leftrightarrow x = 176$ văn thừa 30 văn.

*Đáp số*: Nhóm Bính nhận 12760 văn; nhóm Ất nhận 15038 văn; nhóm Giáp nhận 18432 văn.

**Bài 4.3.** Có số tiền 9 quán 3 mạch, chia cho năm nhóm. Nhóm Giáp 4 người, nhóm Ất 5 người, nhóm Bính 6 người, nhóm Đinh 7 người, nhóm Mậu 8 người, dựa vào phép sai phân 6 : 4, lần lượt chia cho họ (hai nhóm theo thứ tự trên). Hỏi mỗi người, mỗi nhóm nhận được bao nhiêu?

**Giải.** 9 quán 3 mạch = 5580 văn.

Vì tỉ lệ là 6 : 4 = 3 : 2 và có 5 nhóm nên để tránh số thập phân ta coi mỗi người nhóm Mậu nhận 16 phần. Vì Mậu : Đinh = 4 : 6 nên nếu một người nhóm Mậu nhận 16 phần thì một người nhóm Đinh nhận 24 phần. Lập luận tiếp, ta đi đến, mỗi người các nhóm nhận theo tỉ số: Mậu : Đinh : Bính : Ất : Giáp = 16 : 24 : 36 : 54 : 81.

Vì nhóm Giáp 4 người, nhóm Ất 5 người, nhóm Bính 6 người, nhóm Đinh 7 người, nhóm Mậu 8 người nên tổng số phần là:

$$8 \times 16 + 7 \times 24 + 6 \times 36 + 5 \times 54 + 4 \times 81 = 1106.$$

Vì số tiền là 5580 văn nên một phần là:

5580 : 1106 = 5 dư 50 văn.

Mỗi người nhóm Mậu nhận 80 văn, cả nhóm nhận 640 văn; mỗi người nhóm Đinh nhận

120 văn, cả nhóm nhận 840 văn; mỗi người nhóm Bính nhận 180 văn, cả nhóm nhận 1080 văn; mỗi người nhóm Ất nhận 270 văn, cả nhóm nhận 1350 văn; mỗi người nhóm Giáp nhận 405 văn, cả nhóm nhận 1620 văn.

**Bài 4.4.** Có số tiền 153 quán 2 mạch, chia cho 5 nhóm, nhóm Giáp 2 người, nhóm Ất 3 người, nhóm Bính 4 người, nhóm Đinh 5 người, nhóm Mậu 6 người. Lần lượt chia cho họ (hai nhóm theo thứ tự trên) theo tỉ lệ 5 : 7, hỏi mỗi nhóm được bao nhiêu?

**Giải.** 153 quán 2 mạch = 91920 văn.

Để tránh số thập phân ta chọn số phần của nhóm Giáp (có 4 nhóm được nhân 7 lần) là

$7 \times 7 \times 7 \times 7 = 2401$ phần ;

$2401 \times 2$ người $= 4802$ phần.

Số phần của nhóm Ất là:

$2401 \times 5 : 7 = 1715$ phần ;

$1715 \times 3$ người $= 5145$ phần.

Số phần của nhóm Bính là:

$1715 \times 5 : 7 = 1225$ phần;

$1225 \times 4$ người $= 4900$ phần.

Số phần của nhóm Đinh là:

$1225 \times 5 : 7 = 875$ phần;

$875 \times 5$ người $= 4375$ phần.

Số phần của Mậu là:

$875 \times 5 : 7 = 625$ phần;

$625 \times 6$ người $= 3750$ phần.

Tổng số phần các nhóm cộng lại là:

$4802 + 5145 + 4900 + 4375 + 3750 = 22972$ phần.

Vậy số tiền mỗi phần là:

$91920 : 22972 = 4$ văn dư 32 văn.

Tổng số tiền của nhóm Giáp là $4802 \times 4 = 19208$ văn; tương tự số tiền nhóm Ất là 20580 văn; nhóm Bính là 19600 văn; nhóm Đinh là 17500 văn; nhóm Mậu là 15000 văn.

**Bài 4.5.** Có số tiền 204 quán 1 mạch 30 văn chia cho 345 người, trong đó hạng ưu 12 người, mỗi người nhận gấp rưỡi; hạng thứ 19 người, mỗi người nhận 7/8 phần; hạng thứ thứ 16 người, mỗi người nhận 6/8 phần; hạng liệt 9 người, mỗi người nhận nửa phần. Hỏi mỗi người được nhận bao nhiêu?

**Giải.** 204 quán 1 mạch 30 văn = 122490 văn.

Số người còn lại (nhận toàn phần) là:

$345 - (12 + 19 + 16 + 9) = 289$ người.

Gọi số tiền một phần là 8x. Số tiền một người hạng ưu nhận là 12x. Theo bài ra ta có:

$(12 \times 12 + 19 \times 7 + 16 \times 6 + 9 \times 4 + 289 \times 8)x = 122490$.

Vậy $x = 122490 : 2721 = 45$ văn dư 45 văn.

Số tiền một phần là: $45 \times 8 = 360$ văn.

Vậy mỗi người còn lại (trong số 289 người) nhận 360 văn; mỗi người hạng liệt nhận 180 văn; mỗi người hạng thứ thứ nhận 270 văn; mỗi người hạng thứ nhận 315 văn; mỗi người hạng ưu nhận 540 văn.

**Kết luận.** Dạng toán *bình phân* và *sai phân* có nhiều trong sách toán cổ Trung Hoa và Việt Nam. Khác với các sách khác, *Ý Trai toán pháp nhất đắc lục* đã phân tích và phân loại rất chi tiết dạng toán này, các bài toán được sắp xếp theo thứ tự từ dễ đến khó, do đó có giá trị sư phạm cao. *Sai phân* là dạng toán được Nguyễn Hữu Thận coi là dạng toán có nhiều bài khó. Nhà nghiên cứu người Nga A. Volkov đã dành riêng một bài phân tích một số dạng toán sai phân trong *Ý Trai toán pháp nhất đắc lục*.

*Ý Trai toán pháp nhất đắc lục* có nội dung khá phong phú, đề cập đến nhiều dạng toán khác ngoài *sai phân pháp* như: *câu cổ pháp* - Định lí Pythagoras, ma phương, phương trình vô định (bài toán Hàn Tín điểm binh), giải phương trình và hệ phương trình, khai căn bậc hai và bậc ba, các bài toán tính diện tích và thể tích, các bài toán sử dụng tam giác đồng dạng (để đo chiều cao, đo khoảng cách,...), tính gần đúng số $\pi$ và số vô tỉ (căn bậc hai) đến 8 chữ số,... Hi vọng sẽ có dịp giới thiệu với bạn đọc về các vấn đề trên trong các số báo sau.




**Bài 34NS.** Tìm nghiệm nguyên của phương trình

$$\sqrt{9x^2+16x+96}=3x-16y-24.$$

TRƯƠNG QUANG AN

*(GV. THCS Nghĩa Thắng, Tư Nghĩa, Quảng Ngãi)*

**Bài 35NS.** Giải hệ phương trình $\begin{cases} xy-y^2+y=-1 \\ x^3+y^3-xy+x^2+x=1. \end{cases}$

LẠI QUANG THỌ

*(Phòng Giáo dục và Đào tạo Tam Dương, Tam Dương, Vĩnh Phúc)*

**Bài 36NS.** Cho tam giác ABC (AB < BC) nội tiếp đường tròn (O). Trên cạnh BC lấy điểm D sao cho CD = AB. Tia phân giác góc ABC cắt đường tròn (O) tại E (E khác B). ED cắt đường tròn (O) tại F (F khác E). Gọi K là trung điểm của đoạn thẳng BD. Chứng minh rằng ba điểm A, K, F thẳng hàng.

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

## Kết quả (TTT2 số 182)

# Cuộc thi giải toán dành cho nữ sinh

**Bài 28NS.** Phương trình đã cho tương đương với

$$|(x-y+1)^2+x-2|+|(x-1)(x-2)|=2x-4$$

Vì $\left|(x-y+1)^2+x-2\right|+\left|(x-1)(x-2)\right|\ge 0,\ \forall x,y$

$\Rightarrow 2x-4\ge 0 \Rightarrow x\ge 2$

$\Rightarrow \left|(x-y+1)^2+x-2\right|=(x-y+1)^2+x-2$ và

$\left|(x-1)(x-2)\right|=(x-1)(x-2).$

Do đó phương trình đã cho tương đương với

$(x-y+1)^2+x-2+(x-1)(x-2)=2(x-2)$

$\Leftrightarrow (x-y+1)^2=-(x-2)^2$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x-y+1=0 \\ x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\{(2;3)\}$.

**Nhận xét.** Các bạn sau có lời giải đúng: *Nguyễn Phạm Thanh Nga, 7A3,* THCS Lâm Thao, Lâm Thao, *Nguyễn Thị Diệu Linh,* 8I, *Vũ Huyền Trang,* 8H, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Nguyễn Thị Việt Trà,* 8B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Minh Ngọc,* 8C, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình, **Bắc Ninh**; *Hoàng Thị Việt Hằng,* 9E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

**Bài 29NS.** ĐKXĐ $x\ge -\frac{1}{3}$ hoặc $-3\le x\le -1$.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\sqrt{(2x+2)(3x+1)}+\sqrt{4(x+3)}=3x+5.$$

- Với $-3\le x<-\frac{5}{3}$ thì $3x+5<0$ nên phương trình vô nghiệm.
- Với $-\frac{5}{3}\le x\le -1$ thì $\sqrt{4(x+3)}>2$ và $3x+5\le 2$ nên không tồn tại x thỏa mãn phương trình.
- Với $x\ge -\frac{1}{3}$, áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta được

$$\sqrt{(2x+2)(3x+1)}\le \frac{2x+2+3x+1}{2}=\frac{5x+3}{2}. \quad (1)$$

$$\sqrt{4(x+3)}\le \frac{4+x+3}{2}=\frac{x+7}{2}. \quad (2)$$

Từ (1), (2) suy ra

$$\sqrt{(2x+2)(3x+1)}+\sqrt{4(x+3)}\ge 3x+5.$$

Đẳng thức xảy ra khi

$$\begin{cases} 2x+2=3x+1 \\ 4=x+3 \end{cases} \Leftrightarrow x=1 \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\{1\}$.

**Nhận xét.** Các bạn có lời giải đúng: *Nguyễn Thị Diệu Linh,* 8I, *Vũ Huyền Trang,* 8H, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Hoàng Thị Việt Hằng,* 9E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.




# CAN YOU GUESS THESE WORDS?



- How many times do we repeat the letters "nis" to get the name of a game?
- With an M, it's what is afraid of cats; with an H, it's the place where you live.
- With an S, it is where you can swim; with a T, it's a drink.

*Những bạn đoán đúng sẽ có cơ hội nhận được những phần thưởng thú vị! Nhanh tay lên các bạn nhé!*

NGUYỄN ĐỨC

**Kết quả** **(TTT2 số 182)**

## Cười trong vườn Anh

Kì này Chủ Vườn rất phấn khởi vì đã nhận được rất nhiều bài tham dự từ các bạn nhỏ và rất ấn tượng vì các bạn đều đã phát hiện được điểm gây cười trong hai mẩu vui vui đó:

* TEACHER: - John, why are you doing your ***math multiplication*** on the floor?
JOHN: - You told me to do it without using the ***tables.***

** TEACHER: - Donald, what is the chemical formula for water?
DONALD: - H I J K L M N O.
TEACHER: - What are you talking about?
DONALD: - Yesterday you said it's ***H to O.***

Học Tiếng Anh qua những mẩu vui cười là một cách học rất thú vị và hiệu quả, đúng không các bạn?

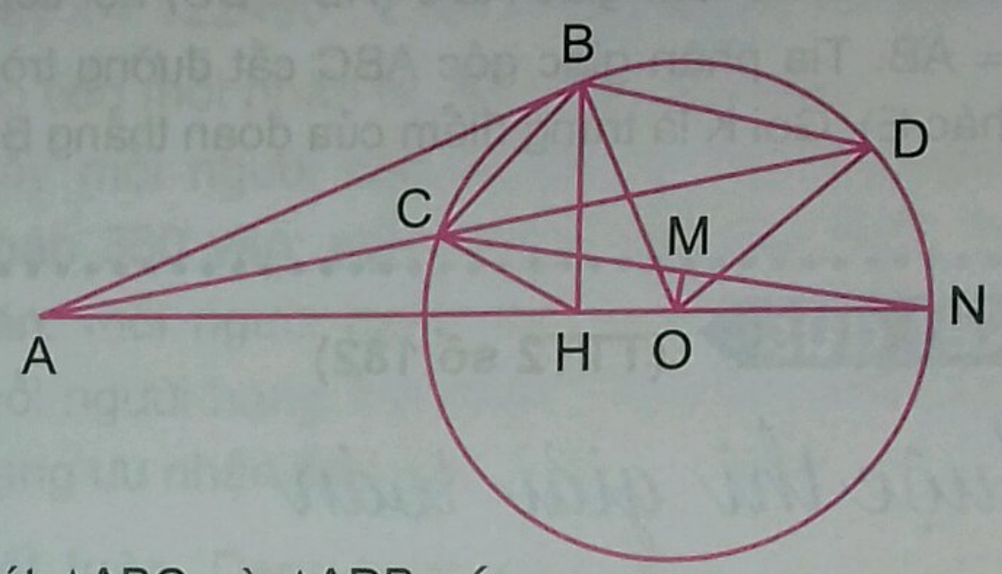
Phần thưởng kì này sẽ được gửi tới những bạn sau: *Vũ Huyền Trang*, 8H, THCS Văn Lang, Việt Trì, **Phú Thọ**; *Nguyễn Phương Linh*, 6A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nghiêm Lê Huyền*, 6A, THCS Đặng Thai Mai, 38B Bùi Thị Xuân, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Trần Phương Mai*, 7B, THCS Hồ Xuân Hương, Quỳnh Lưu, **Nghệ An**; *Trần Ngọc Minh*, 8A, THCS Lý Tự Trọng, Hương Canh, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**.

CHỦ VƯỜN

☞ **Bài 30 NS.** Gọi N là giao điểm của tia đối của tia OA với (O). Ta có N cố định. AB là tiếp tuyến của (O) $\Rightarrow AB \perp OB$.

Áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao vào $\Delta ABO$ vuông tại A, ta được

$AB^2 = AH.AO$. (1)




Xét $\Delta ABC$ và $\Delta ADB$ có

$\widehat{BAC}$ chung, $\widehat{ABC} = \widehat{ADB}$.

Suy ra $\Delta ABC \backsim \Delta ADB$ (g.g) $\Rightarrow \dfrac{AB}{AD} = \dfrac{AC}{AB}$.

$\Rightarrow AB^2 = AC.AD$. (2)

Từ (1), (2) suy ra $AH.AO = AC.AD$

$\Rightarrow \dfrac{AH}{AD} = \dfrac{AC}{AO} \Rightarrow \Delta AHC \backsim \Delta ADO$ (c.g.c)

$\Rightarrow \widehat{AHC} = \widehat{ADO}$

Suy ra tứ giác CHOD nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{DON} = 2\widehat{DCN} \Rightarrow \widehat{DCN} = \dfrac{\widehat{DCH}}{2}$

$\Rightarrow$ CN là tia phân giác của $\widehat{DCH}$

$\Rightarrow \widehat{OMN} = 90^o$.

Vậy M luôn nằm trên đường tròn cố định đường kính ON.

**Nhận xét.** Chỉ có một bạn có lời giải đúng: *Nguyễn Thị Mai Anh,* 9D, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

Các bạn sau được thưởng kì này: *Nguyễn Thị Diệu Linh,* 8I, *Vũ Huyền Trang,* 8H, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Hoàng Thị Việt Hằng,* 9E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Nguyễn Thị Việt Trà,* 8B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Minh Ngọc,* 8C, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình, **Bắc Ninh**.

NGUYỄN HIỆP

# NHỮNG ĐIỀU THÚ VỊ VỀ MÙA HÈ

HÀ MINH *(Theo amazing-facts.ru)*

✹ Ở vùng Bắc Cực và vùng Nam Cực, vào mùa hè Mặt Trời thường không lặn trong suốt mấy tháng liền, vì thế, ban đêm hầu như trời vẫn sáng.

✹ Vào mùa hè, dưới ánh nắng chói chang, tháp Epphen giãn nở thêm chừng 15 cm. Trên đường ray tàu hoả người ta phải để nhiều khe hở chính là vì lí do kim loại giãn nở vào mùa hè đấy.

✹ Ngày dài nhất của mùa hè là ngày 21 tháng 6 (hoặc 22 tháng 6). Đây là ngày Mặt Trời có thời gian chiếu sáng lâu nhất trong năm.

✹ Nơi có nhiệt độ cao nhất vào mùa hè không phải là sa mạc Sahara (Châu Phi) như mọi người thường nghĩ. Người ta đã từng ghi nhận nhiệt độ kỉ lục là 57° C ở sa mạc Thung lũng Chết thuộc bang California (Mỹ).

✹ Mùa hè là mùa mà mưa đá, lốc xoáy, giông bão "thi nhau" lập kỉ lục.

✹ Tháng 7 là tháng mọi người ăn nhiều kem nhất. Trên thế giới, một số nước còn tổ chức lễ hội kem, tuần lễ kem, tháng kem v.v...

✹ Khi nhiệt độ môi trường xung quanh nóng tới mức 37 - 39° C, để duy trì sự cân bằng thân nhiệt, cơ thể chúng ta buộc phải toát ra ít nhất là 0,3 *l* mồ hôi trong vòng 1 tiếng. Nếu nhiệt độ vượt ngưỡng 40° C thì lượng mồ hôi cần toát ra tăng lên rất nhanh, có thể là 1 *l* trong 1 tiếng.

✹ Thông thường, khi bị nóng, cơ thể lập tức phải "khởi động" toàn bộ hệ thống toả nhiệt. Thở hắt ra là một cách cơ thể tự hạ nhiệt đấy bạn nhé. Khi thở ra, hơi thở mang theo hơi nước, tức là cơ thể phải mất nhiệt lượng để làm cho lượng nước đó biến thành hơi mà thoát ra. Da dẻ đỏ bừng cũng là một cách giảm nhiệt của cơ thể. Các mạch máu giãn ra, hướng hết lên sát da, để làm được điều này, cơ thể phải tốn một lượng nhiệt nhất định. Khi nhiệt độ bên ngoài cao hơn nhiệt độ cơ thể thì cơ thể bắt đầu toát mồ hôi. Thành phần chính của mồ hôi là nước và một số khoáng chất hoà tan trong nước. Mỗi người có khoảng 2 triệu tuyến mồ hôi. Mỗi lít mồ hôi khi thoát ra thường mang theo khoảng 540 kilocalo, nhờ thế mà làn da trở nên mát dịu và các mạch máu cũng được làm mát theo. Giờ thì bạn đã hiểu rõ vì sao khi trời nóng chúng ta thường rất khát nước rồi chứ? Và hẳn bạn cũng đã rõ lí do vì sao chúng ta phải uống nhiều nước, đặc biệt là trong mùa hè? Các bác sĩ khuyên rằng khi trời nóng khoảng 25° C, mỗi người cần uống ít nhất 2 *l* nước mỗi ngày, còn khi nhiệt độ khoảng 30° C thì cần ít nhất là 3 *l*.



# ĐỀ THI CÂU LẠC BỘ TTT

NGUYỄN ĐỨC TẤN
DƯƠNG THU TRANG *(dịch)*

# Kì 17

**CLB1.** Let $a$, $b$, $c$ be integers and their product is a prime number. $c$ is the greatest among these numbers. Find the minimum value of $a + b$.

**CLB2.** Given 5 positive integers $a$, $b$, $c$, $d$, $e$ such that $a^b = b^c = c^d = d^e = e^a$.
Prove that $b^a = c^b = d^c = e^d = a^e$.

**CLB3.** Find $a$, $b$, $c$ such that

$$\frac{a^2}{20}+\frac{b^4}{11}+\frac{c^6}{2016}=\frac{a^2+b^4+c^6}{2017}.$$

**CLB4.** Given $a$, $b$, $c$ such that $a \ge 5$, $b \ge 6$, $c \ge 7$ and $a^2 + b^2 + c^2 = 125$.
Find the minimum value of $M = a + b + c$.

**CLB5.** Let $ABC$ be a right triangle with $\hat{A} = 90^0$ and altitude $AH$. $AH = 24$ cm, $BC = 50$ cm. Find the length of $BH$.

## Kết quả Kì 15 (TTT2 số 182)

**CLB1.** Ta có $2x^2 = y^2 - 13$ nên y là số lẻ, đặt $y = 2m + 1$ $(m \in \mathbb{Z})$, từ đó $x^2 = 2m(m + 1) - 6$.

Suy ra $2n^2 = m(m + 1) - 3$ (điều này không xảy ra vì vế trái là số chẵn và vế phải là số lẻ).
Vậy không tồn tại các số nguyên x, y thỏa mãn đề bài.

**CLB2.** $3xy^2 - x^3 = 297$. (1) $3x^2y - y^3 = -54$. (2)
Suy ra $(3xy^2 - x^3)^2 = 297^2$; $(3x^2y - y^3)^3 = (-54)^2$.
Cộng theo vế 2 đẳng thức trên và rút gọn được
$x^6 + 3x^4y^2 + 3x^2y^4 + y^6 = 91125$
$\Rightarrow (x^2 + y^2)^3 = 45^3 \Rightarrow x^2 + y^2 = 45 \Rightarrow y^2 = 45 - x^2$. (3)
Thay vào (1) ta được $3x(45 - x^2) - x^3 = 297$

$$\Rightarrow 4x^3 - 135x + 297 = 0\ (4) \Leftrightarrow x_1 = 3; x_{2,3} = \frac{-3 \pm 6\sqrt{3}}{2}.$$

Vì $3x^2y - y^3 < -54 < 0$ nên $3x^2y < y^3$ và y khác 0.

- Nếu $y > 0$ thì $3x^2 < y^2$, từ đó $4x^2 < x^2 + y^2 = 45$,

suy ra $|x| < \frac{\sqrt{45}}{2} \Rightarrow x = 3 \Rightarrow y = 6 \Rightarrow A = 243$.

- Nếu $y < 0$ thì $3x^2 > y^2$, từ đó $4x^2 > x^2 + y^2 = 45$,

suy ra $|x| > \frac{\sqrt{45}}{2} \Rightarrow x = \frac{\pm 6\sqrt{3} - 3}{2}$.

* Nếu $x_1 = \frac{6\sqrt{3} - 3}{2}$ thì $y_1 = -\frac{6 + 3\sqrt{3}}{2}$;

* Nếu $x_2 = \frac{-6\sqrt{3} - 3}{2}$ thì $y_2 = \frac{3\sqrt{3} - 6}{2}$.

Từ (2), (3) có $4y^3 - 135y - 54 = 0$. Từ đó và (4) có
$4A = 135(x + y) - 243$. (5)
Thay $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$ vào (5) tính được A.

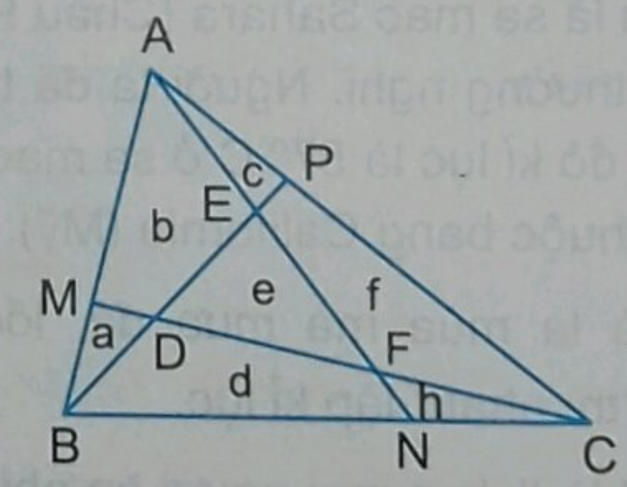
**CLB3.** Ta có $2a + ab + \frac{a}{b} = 1575$.

Đặt $a = bc$ $(c \in \mathbb{N}^*)$. Suy ra $2bc + b^2c + c = 1575$
$\Rightarrow c(b^2 + 2b + 1) = 1575$
$\Rightarrow c(b + 1)^2 = 7.(3.5)^2 = (7.3^2).5^2 = (7.5^2).3^2$.
Xảy ra các trường hợp sau:

- TH1. $c = 7$, $b = 14$ thì $a = 98$.
- TH2. $c = 63$, $b = 4$ thì $a = 252$.
- TH3. $c = 175$, $b = 2$ thì $a = 350$.

**CLB4.** Ta có
$(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 \le 2(a + b) \Rightarrow \sqrt{a} + \sqrt{b} \le \sqrt{2(a + b)}$
$\Rightarrow \sqrt{ca} + \sqrt{cb} \le \sqrt{2c(a + b)}$. (1)
Chứng minh tương tự rồi cộng theo vế các bất đẳng thức đó ta được $2(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca})$
$\le \sqrt{2a(b + c)} + \sqrt{2b(c + a)} + \sqrt{2c(a + b)}$.
Suy ra $A \ge \sqrt{2}$. Đẳng thức xảy ra khi $a = b = c$.
Vậy $\text{Min}A = \sqrt{2}$ khi $a = b = c$.

**CLB5.**




Gọi a, b, c, d, e, f, h là diện tích các hình như hình vẽ và $S_{ABC} = S$. Vì $\frac{MB}{AB} = \frac{NC}{BC} = \frac{AP}{CA} = \frac{1}{3}$ nên

$$a + d + h = \frac{S}{3};\ a + b + c = \frac{S}{3};\ c + f + h = \frac{S}{3}.$$

Suy ra $(a + c + h) + (a + b + c + d + f + h) = S$
$\Rightarrow (a + c + h) + S - e = S \Rightarrow a + c + h = e$.
Suy ra đpcm.

**Nhận xét.** Có một số bạn có lời giải đúng nhưng không ghi đầy đủ địa chỉ. Chỉ có một bạn có lời giải tốt, được thưởng kì này: *Nguyễn Thu Hiền*, 8A3, THCS Thị trấn Kỳ Sơn, Kỳ Sơn, **Hòa Bình**.

NGUYỄN NGỌC HÂN




**Hỏi:** Anh Phó Gỡ ơi! Em không hiểu tại sao khi chúng em gửi bài về TTT thì lại phải viết trên 1 mặt giấy? Tại sao phải bỏ trắng mặt sau? Em thấy như vậy vừa tốn giấy, vừa phải dùng phong bì to, chả tiết kiệm tẹo nào. Anh giải thích cho em được không?

LÊ QUANG CHIẾN

*(9A, THCS Quang Sơn, TP. Tam Điệp, Ninh Bình)*

**Đáp:** *Có lẽ em hiểu nhầm yêu cầu của TTT rồi. Tòa soạn chỉ yêu cầu các em trong chuyên mục Thi giải toán qua thư* ***làm từng bài riêng rẽ trên từng tờ giấy****, không làm nối tiếp bài nọ bài kia trên cùng 1 tờ giấy. Lí do là: Mỗi bài làm sẽ được chuyển tới 1 thầy (cô) giáo để chấm, chứ không phải chỉ 1 thầy (cô) chấm tất cả các bài; nếu em làm liền tù tì mấy bài trên cùng 1 tờ giấy thì sẽ vô cùng khó chuyển bài cho các thầy cô chấm.*

*Để dễ hiểu hơn, anh ví dụ luôn nhé: Mục Thi giải toán qua thư thường có 6 bài. Mỗi thầy (cô) giáo sẽ chấm 1 bài. Tất cả các lời giải bài 1 do các em gửi về sẽ được chuyển cho 1 thầy (cô). Tất cả các lời giải bài 2 sẽ chuyển cho 1 thầy (cô) khác. Như thế 6 bài làm sẽ được chuyển cho 6 thầy cô khác nhau. Do đó, em cần giải riêng từng bài vào từng tờ giấy riêng rẽ. Giờ thì em hiểu rồi chứ?*

**Hỏi:** Anh cho em hỏi nhé: Khi TTT gửi phần thưởng về cho chúng em thì chúng em có phải chịu cước phí bưu điện không ạ?

***Một bạn quên ghi tên***

*(Tam Điệp, Ninh Bình)*

**Đáp:** *Hì Hì... Em lo xa quá đấy. Mọi chi phí vận chuyển đều do TTT chi trả. Em cứ làm bài gửi về toà soạn rồi chờ ring quà thôi! Nhớ làm bài cẩn thận, gửi sớm và ghi địa chỉ của mình thật đầy đủ, chính xác em nhé! Chúc may mắn!*



**Hỏi:** Tết vừa rồi anh đã có mấy câu thơ rất vui dành cho bọn em. Nay Tết đã qua nhưng em vẫn thích được anh chúc bằng những câu thơ hóm hóm như vậy. Ý anh thế nào?

PHÙNG THỊ MINH HUYỀN

*(6A, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, Nam Định)*

**Đáp:** *Tết thì anh đã chúc rồi*
*Giờ lại chúc nữa, mọi người càng vui*
*Chúc em không gặp điều xui*
*Học hành chỉ tiến, không lùi phía sau*
*Chúc em luôn nhớ ăn rau*
*Cho người khoẻ mạnh, chẳng đau ốm gì*
*Hì hì là cứ hì hì...*

ANH PHÓ GỠ



**PHIẾU ĐĂNG KÍ THAM DỰ CUỘC THI GTQT NĂM HỌC 2017-2018**




## CÁC LỚP 6 & 7

**Bài 1(184).** Cho tổng gồm 1016 số hạng là

$$S=\frac{1}{1001}+\frac{1}{1002}+\frac{1}{1003}+\ldots+\frac{1}{2016}.$$

Hãy so sánh S với $\frac{11}{14}$.

NGUYỄN NGỌC HÙNG
*(GV. THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, Hà Tĩnh)*

**Bài 2(184).** Cho tam giác ABC với AB < AC và $\widehat{BAC} > 60^o$. Vẽ các đường phân giác BE và CF của ΔABC. Đường thẳng qua B song song với CF cắt AC ở M, đường thẳng qua C song song với BE cắt AB ở N, và cắt BM ở K. So sánh KM với KN.

NGUYỄN KHÁNH NGUYÊN
*(Số 3/29E đường Đà Nẵng, Hải Phòng)*

## CÁC LỚP THCS

**Bài 3(184).** Giải phương trình

$3x^2+5x+14=5(x+1)\sqrt{4x-1}$.

BÙI HẢI QUANG
*(GV. THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, Phú Thọ)*

**Bài 4(184).** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$A=4(a+b+c)^2+3\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$, với a, b, c là các số thực dương.

THÁI NHẬT PHƯỢNG
*(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)*

**Bài 5(184).** Một mạng lưới các hình tam giác đều với cạnh có độ dài 1 lập thành một hình lục giác đều với cạnh có độ dài 2018. Tính số các giao điểm trong mạng lưới này.

VŨ ĐÌNH HÒA
*(GV. Đại học Sư phạm Hà Nội)*

**Bài 6 (184).** Cho tam giác ABC nhọn với đường cao AD, trực tâm H và trung tuyến AM. Gọi K, L là các điểm đối xứng với D qua các trục AC, AB theo thứ tự. Đường thẳng qua D vuông góc HM cắt CA, AB tương ứng tại E, F. KE cắt LF tại P. Đường thẳng qua A vuông góc với AP cắt trung trực của AD tại S. Gọi T là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AKL. Chứng minh rằng ST ⊥ AT.

TRẦN QUANG HÙNG
*(GV trường THPT chuyên KHTN Hà Nội)*

## SOLVE VIA MAIL COMPETITION QUESTIONS

**Translated by Trang Duong Thu**

**1(184).** The sum of 1016 numbers is

$$S=\frac{1}{1001}+\frac{1}{1002}+\frac{1}{1003}+\ldots+\frac{1}{2016}.$$

Compare *S* with $\frac{11}{14}$.

**2(184).** Let *ABC* be a triangle with *AB < AC* and $\angle BAC > 60^o$. *BE* and *CE* are bisectors of triangle ABC. A line passing through *B* and parallel to *CF* intersects *AC* at *M*. A line passing through *C* and parallel to *BE* intersects *AB*, *BM* at *N* and *K*, respectively. Compare *KM* with *KN*.

**3(184).** Solve the following equation:

$3x^2+5x+14=5(x+1)\sqrt{4x-1}$.

**4(184).** Find the minimum value of

$A=4(a+b+c)^2+3\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$, where *a*, *b*, *c* are positive real numbers.

**5(184).** A net of equilateral triangles with side of 1 is used to make a regular hexagon with side of 2018. Find the number of intersection points in this net.

**6(183).** Let *ABC* be an acute triangle with altitude *AD*, orthocenter *H* and median *AM*. Let *K*, *L* be the symmetry points of *D* with axes *AC*, *AB* respectively. A line passing through *D* perpendicular to *HM* intersects *CA*, *AB* at *E* and *F* respectively. *KE* intersects *LF* at *P*. A line passing through *A* perpendicular to *AP* intersects the perpendicular bisector of *AD* at *S*. Let *T* be a center of the circumscribed circle of triangle *AKL*. Prove that *ST* ⊥ *AT*.

**PHIẾU ĐĂNG KÍ THAM DỰ CUỘC THI GTQT NĂM HỌC 2017-2018**

- Nét viết siêu êm
- Kiểu dáng tiện dụng
- Đầu bi Thụy Sĩ, mực Nhật Bản
- Bút Semi-gel: Sản phẩm đột phá về công nghệ

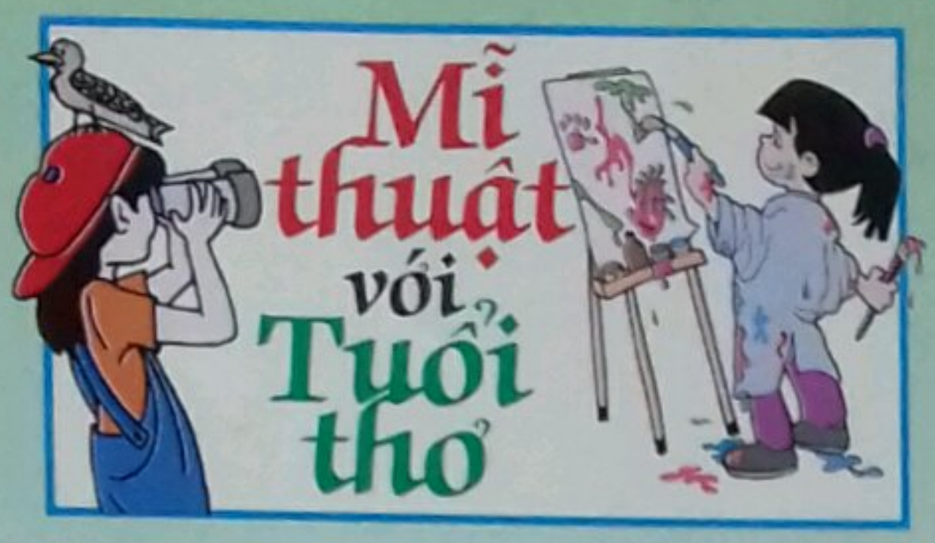



CTY CP VĂN PHÒNG PHẨM
HỒNG HÀ®
SINCE 1959
*Lưu truyền thống - Viết tương lai*

**TRỤ SỞ CHÍNH**
Cơ sở I: 25 Lý Thường Kiệt, Hoàn Kiếm, HN.
Cơ sở II: 672 Ngô Gia Tự, Long Biên, HN.
Tel: 024.36523330 * Fax: 024.36524157
Email: congty@vpphongha.com.vn
Website: www.vpphongha.com.vn

**CHI NHÁNH TP.HCM**
C12/1 Ấp 3, Xã Tân Kiên,
Huyện Bình Chánh.
Điện thoại: 028 3756 2158
Fax: 028.3756 2157

**CHI NHÁNH ĐÀ NẴNG**
23-25 Đường Yên Thế,
P. Hoà An, Q. Cẩm Lệ.
Điện thoại: 0236 3649 046
Fax: 0236 3649 046




# HAI CHẤM TRÒN ĐEN LAY LÁY



*Vinhet chuyên mục Donald trên tạp chí Toán Tuổi thơ 1 do họa sĩ Tạ Lựu vẽ*

Đôi mắt đen láy, tròn xoe, tinh nghịch, tươi sáng - đó là nét đặc trưng nhất trên gương mặt mỗi em nhỏ mà họa sĩ Tạ Lựu đã dành hết tình thương yêu để vẽ.

Nhiều thế hệ trẻ em Việt Nam - nhiều lứa bạn đọc của NXB Kim Đồng, báo Thiếu niên Tiền phong, báo Nhi Đồng và Tạp chí Toán Tuổi thơ - đã rất yêu thích những hình minh họa dí dỏm, những bức tranh vui ngộ nghĩnh và những bức tranh phê bình hóm hỉnh của họa sĩ Tạ Lựu. Chỉ cần nhìn tranh, chưa cần chú ý đến chữ kí ở góc tranh, bạn đọc có thể lập tức nhận ra đó là nét vẽ của người họa sĩ tài hoa này. Dù vẽ nhân vật nào, theo chủ đề nào, thì đôi mắt to tròn, đen láy của nhân vật cũng được họa sĩ Tạ Lựu khắc họa hết sức tài tình. Chỉ là hai chấm tròn to và đen thôi, nhưng nhìn vào, ta thấy đó là những đôi mắt biết nói, biết cười, biết đùa, biết khóc... Thật hóm hỉnh, tếu táo và đáng yêu làm sao!

Họa sĩ Tạ Lựu đã đi xa nhiều năm nhưng trong kí ức của nhiều thế hệ bạn đọc nói chung, bạn đọc tạp chí Toán Tuổi thơ nói riêng, hình ảnh hai chấm đen to tròn, lấp láy vẫn đọng lại, như hai giọt vui, giọt sáng của thời thơ ấu đẹp tươi.

HÀ PHAN

# TIN TỨC - HOẠT ĐỘNG - GẶP GỠ

● Ngày 06.4.2018, tại trường THCS Cầu Giấy, Q. Cầu Giấy, Hà Nội đã tổ chức Lễ Tổng kết và trao giải Cuộc thi Vô địch toán cấp Trung học Úc mở rộng năm học 2017-2018. Đến dự có GS. TS. Nguyễn Hữu Dư, Chủ tịch Hội Toán học Việt Nam; GS. TSKH. Nguyễn Văn Mậu, Chủ tịch Hội Toán học Hà Nội; TS. Tạ Ngọc Trí, Phó Vụ trưởng Vụ Giáo dục Tiểu học, Bộ Giáo dục và Đào tạo; bà Trịnh Thị Dung, Phó chủ tịch UBND quận Cầu Giấy; ông Phạm Ngọc Anh, Trưởng phòng Giáo dục và Đào tạo Cầu Giấy; ông Nguyễn Ngọc Hân, Phó Tổng biên tập phụ trách tạp chí Toán Tuổi thơ, ... Ngày 17.9.2017, Kì thi đã được tổ chức với hơn 400 thí sinh từ 28 trường THCS và THPT trên địa bàn TP. Hà Nội tham dự. Có 3 thí sinh đạt chứng chỉ hạng Prize (trong đó em Đinh Vũ Tùng Lâm, lớp 9A2, THCS Cầu Giấy đạt 35/35 điểm khối lớp 9, em Nguyễn Nhật Quang, lớp 10 Toán 1, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam đạt 35/35 điểm khối lớp 10, em Nguyễn Tuấn Hoàng, lớp 10 Toán 1, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam đạt 30/35 điểm), 21 thí sinh đạt chứng chỉ hạng High Distinction. Cuộc thi năm nay dự kiến được tổ chức vào tháng 9.2018.




● Ngày 12.4.2018, Phòng Giáo dục và Đạo tạo huyện Kỳ Sơn, Hòa Bình đã tổ chức Hội thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ năm học 2017-2018. Tới dự có ông Lê Văn Công, Trưởng Phòng Giáo dục và Đào tạo Kỳ Sơn; ông Nguyễn Ngọc Hân, Phó Tổng biên tập phụ trách tạp chí Toán Tuổi thơ; ông Hoàng Mạnh Ánh, Phó Tổng Giám đốc Công ty Cổ phần Văn phòng phẩm Hồng Hà (đơn vị tài trợ chính), ... Tạp chí Toán Tuổi thơ đã tặng sách, báo cho thư viện trường THCS Thị trấn Kỳ Sơn và các em học sinh.

PV

Dành cho giáo viên, phụ huynh và trẻ em từ 12 tuổi đến dưới 16 tuổi.
**Giấy phép xuất bản:** số 31/GP-BVHTT, cấp ngày 23/1/2003 của Bộ Văn hóa và Thông tin.
**Mã số:** 8BTT184M18. **In tại:** Công ty cổ phần in Công Đoàn Việt Nam, 167 Tây Sơn, Đống Đa, Hà Nội. In xong và nộp lưu chiểu tháng 05 năm 2018.